

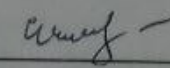
Вінницький національний технічний університет  
Факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації  
Кафедра автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій

## МАГІСТЕРСЬКА КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему:

«Гібридний метод декодування завадостійких  
паралельних каскадних кодів»

Виконав: студент 2-ого курсу групи ІІСТ-22м  
спеціальності 126 – Інформаційні системи та  
технології

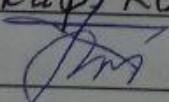
Скуратов С. М. 

Керівник: к.т.н., доцент каф. АІТ

Іванов Ю. Ю. 

« 10 » 12 2023 р.

Опонент: к.т.н., професор каф. КСУ

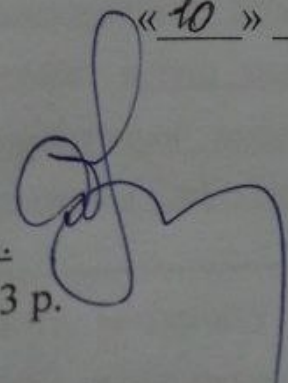
Биков М. М. 

« 10 » 12 2023 р.

Допущено до захисту

зав. кафедри АІТ

д.т.н., проф. Бісікало О. В.

« 11 » 12 2023 р. 

Факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації

Кафедра автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій

Рівень вищої освіти II-ий (магістерський)

Галузь знань – 12 – Інформаційні технології

Спеціальність – 126 – Інформаційні системи та технології

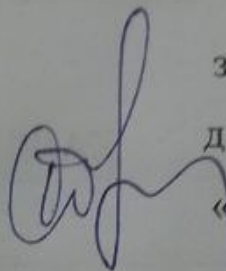
Освітньо-професійна програма – Інформаційні технології аналізу даних та зображень

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

завідувач кафедри АІТ

д.т.н., проф. Бісікало О. В.

«20» 09 2023 р.



## **ЗАВДАННЯ**

### **НА МАГІСТЕРСЬКУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ**

Скуратову Сергію Миколайовичу

1. Тема роботи: Гібридний метод декодування завадостійких паралельних каскадних кодів.  
Керівник роботи: к.т.н., доцент каф. АІТ Іванов Ю. Ю.  
Затверджені наказом ВНТУ від «18» 09 2023 року № 247.
2. Строк подання роботи студентом: до 19.12.2023 р.
3. Вихідні дані до роботи: алгебра логарифмічного відношення функцій правдоподібності; методи декодування за максимумом апостеріорної імовірності символу; бінарна модуляція; показники сигнал / шум до 3 дБ; інформаційні послідовності даних.
4. Зміст текстової частини: вступ; аналіз методів та засобів прямого коригування помилок; розробка математичної моделі декодера паралельних каскадних кодів; експериментальні дослідження ефективності роботи кодека; висновки; список використаної літератури.
5. Перелік ілюстративного матеріалу: структурна схема кодера; структурна схема декодера; схема обчислення прямої метрики; схема обчислення зворотної метрики; схема програми декодування даних; схема програми вибору методу декодування.

6. Консультанти розділів магістерської кваліфікаційної роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1-3	Іванов Ю. Ю., к.т.н., доцент каф. АІТ	20.09.2023	04.12.2023
4	Козловський В. О. к.е.н., проф. каф. ЕПВМ	23.09.2023	28.11.2023

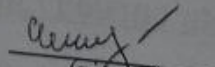
7. Дата видачі завдання: «20» 09 2023 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

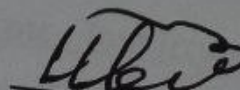
№ з/п	Назва етапів магістерської кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітки
1	Аналіз методів та засобів прямого коригування помилок	до 10.10.23	Виконано
2	Розробка математичної моделі декодера паралельних каскадних кодів	до 25.10.23	Виконано
3	Експериментальні дослідження ефективності роботи кодека	до 10.11.23	Виконано
4	Підготовка економічного розділу	до 26.11.23	Виконано
5	Оформлення пояснювальної записки і графічного матеріалу	до 04.12.23	Виконано
6	Попередній захист роботи	до 05.12.23	Виконано
7	Остаточний захист роботи	до 19.12.23	Виконано

Студент

Керівник роботи

  
(підпис)

Скуратов С. М.  
(прізвище та ініціали)

  
(підпис)

Іванов Ю. Ю.  
(прізвище та ініціали)

## АНОТАЦІЯ

УДК 519.725 + 004.942

Скуратов С. М. Гібридний метод декодування завадостійких паралельних каскадних кодів. Магістерська кваліфікаційна робота зі спеціальності 126 – Інформаційні системи та технології, освітньо-професійна програма – Інформаційні технології аналізу даних та зображень. Вінниця: ВНТУ, 2023. 110 с.

На укр. мові. Бібліогр.: 34 назви; рис.: 30; табл.: 8.

У даній роботі проаналізовано та теоретично обґрунтовано гібридний метод декодування паралельних каскадних кодів. Представлено його математичний апарат, а також наведено принципи роботи кодека. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, яке дозволяє виконати експериментальні дослідження.

Ключові слова: дані, завадостійкість, каскадний код, передавання даних, кодек, декодер.

## **ABSTRACT**

Skuratov S. M. A Hybrid Method of Decoding Error Correction Parallel Cascade Codes. Master's thesis in specialty 126 – Information systems and technologies, educational and professional program – Information technologies of data and image analysis. Vinnitsa: VNTU, 2023. 110 p.

In Ukrainian language. Bibliography: 34 titles; fig.: 30; tabl.: 8.

In this work has been analyzed and theoretically substantiated a hybrid method for decoding error correction parallel cascade codes. The mathematical apparatus of this method has been presented, as well as the principles of the codec work. Algorithms and software, that allows you to perform experimental researches, have been developed.

Keywords: data, error correction, cascade code, data transmission, codec, decoder.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	4
<b>1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ПРЯМОГО КОРИГУВАННЯ</b> .....	
<b>ПОМИЛОК</b> .....	7
1.1 Аналіз методів завадостійкого кодування.....	7
1.2 Аналіз системи передавання цифрових даних .....	20
1.3 Порівняльний аналіз ефективності кодів .....	22
1.4 Висновки .....	27
<b>2 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЕКОДЕРА</b> .....	
<b>ПАРАЛЕЛЬНИХ КАСКАДНИХ КОДІВ</b> .....	29
2.1 Особливості кодування та декодування даних .....	29
2.2 Методи декодування MAP та log-MAP .....	34
2.3 Субоптимальні методи декодування .....	50
2.4 Посимвольний метод Вітербі.....	52
2.5 Запропонований гібридний метод декодування .....	54
2.6 Висновки .....	57
<b>3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ</b> ..	
<b>КОДЕКА</b> .....	58
3.1 Обґрунтування вибору середовища розробки .....	58
3.2 Опис програми.....	63
3.3 Імітаційне моделювання.....	64
3.4 Експеримент з мультимедійними даними.....	70
3.5 Висновки .....	73

<b>4 ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗДІЛ</b> .....	74
4.1 Технологічний аудит розробленого методу декодування даних .....	74
4.2 Розрахунок витрат на розробку та проведення досліджень .....	78
4.3 Розрахунок економічного ефекту від комерціалізації розробки.....	82
4.4 Висновки .....	89
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	90
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	91
<b>ДОДАТКИ</b> .....	96
Додаток А (обов'язковий). Технічне завдання .....	97
Додаток Б (обов'язковий). Ілюстративна частина .....	100
Додаток В (обов'язковий). Лістинг програмного забезпечення .....	105
Додаток Г (обов'язковий). Довідка про впровадження .....	107
Додаток Д (обов'язковий). Протокол перевірки МКР.....	109

## ВСТУП

*Актуальність.* Значення інформації у сучасному світі є надзвичайно важливим, оскільки вона є основою всіх сфер діяльності людини. Системи цифрового передавання даних відіграють важливу роль в сучасному світі, і вимоги до швидкості та надійності переданих даних постійно зростають. У стаціонарних системах зв'язку адитивний шум і міжсимвольна інтерференція є основними факторами, які призводять до появи помилок при передаванні даних каналом зв'язку. Саме тому головним завданням науковців є передавання та отримання даних з максимальною надійністю та достовірністю [1–3]. Отже, розробка методів і засобів захисту інформації на основі завадостійкого кодування набуває особливої важливості і актуальності.

Враховуючи постійне зростання обсягів і швидкості передавання даних, істотно зростають вимоги до цілісності та вірогідності інформації в умовах низького відношення сигнал/шум. Слід зазначити, що у практичних задачах необхідно досягати компромісу між високими показниками вірогідності та швидкості передавання даних у каналах з низькою енергетикою. Виникає науково-практична задача, яка полягає у розробці оптимальних методів декодування даних. Одним із основних напрямів роботи науковців за цим питанням є дослідження паралельних каскадних конструкцій кодів, які здатні забезпечувати необхідні характеристики завадостійкості. Вперше дані коди представлено на конференції 1993 року, на якій запропоновано вдосконалення методу декодування *BCJR* та створено можливість ітеративного оптимального



посимвольного декодування за методом максимуму апостеріорної імовірності [4, 5].

Декодери такого коду є найбільш ресурсомістким компонентом апаратури. Відповідно виникає проблема його декодування і реалізації цієї процедури. Це змушує дослідників і розробників шукати нові шляхи вирішення даної актуальної науково-практичної проблеми, що відображається в наукових роботах закордонних та вітчизняних авторів, наприклад П. Робертсона [6, 7], Л. Жанга [8], Ф.Л. Моргоса [9], С.В. Зайцева [10, 11] та інших.

Тому, зважаючи на це, актуальною науково-прикладною задачею є модифікація методів і засобів декодування паралельних каскадних кодів з метою підвищення ефективності їх роботи у системах передавання даних.

*Мета і задачі дослідження.* Мета роботи полягає у підвищенні вірогідності переданих даних за рахунок використання гібридного методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів.

Для досягнення мети необхідно розв'язати такі задачі:

- проаналізувати роботу сучасних завадостійких кодів;
- розробити математичний апарат модифікованого методу декодування паралельних каскадних кодів;
- розробити програмні засоби та дослідити ефективність розробленого декодера у системі цифрового зв'язку.

*Об'єктом дослідження* є процес декодування даних у системах цифрового зв'язку.

*Предметом дослідження* є моделі, методи та інструментальні засоби декодування паралельних каскадних кодів у системах цифрового зв'язку.

*Методи дослідження.* У роботі використано положення теорії ймовірності, теорії інформації і кодування, а також аналітичне дослідження математичних моделей для аналізу гібридного методу декодування; імітаційне моделювання для перевірки достовірності результатів.

*Наукова новизна* отриманих результатів полягає в тому, що запропоновано гібридний метод декодування паралельних каскадних кодів, особливістю якого є використання різних компонентних методів залежно від результатів індикатора якості каналу зв'язку, що дозволяє підвищити ефективність роботи системи цифрового зв'язку.

*Практична цінність* роботи полягає у тому, що розроблено математичне, алгоритмічне та програмне забезпечення, яке дає можливість оцінити ефективність роботи кодека у системі цифрового зв'язку.

*Апробація результатів та публікації.* За тематикою даної роботи опубліковано тези доповіді за результатами міжнародної науково-технічної конференції MININGMETALTECH (м. Запоріжжя, 2023) [12]. Основні результати можна використати на практиці, що підтверджено довідкою про впровадження розробки.

# 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ПРЯМОГО КОРИГУВАННЯ ПОМИЛОК

## 1.1 Аналіз методів завадостійкого кодування

За концепцією академіка В.М. Глушкова для подолання "першого інформаційного бар'єру" (можливість зберігати та передавати знання) людина приблизно в V тис. до н. е. винайшла писемність. Але на перешкоді суспільного прогресу виникає проблема ("другий бар'єр") необхідності більшої кількості носіїв знань для надання людям освіти, яка потрібна для якісного управління процесом виробництва. Винайдення книгодрукування у XV ст., а пізніше й інших методів поширення і зберігання інформації (телеграф, телефон, фотографія, телебачення, кіно, магнітні записи) розв'язало дану проблему. Але оброблення інформації продовжував виконувати виключно мозок людини. У другій половині XX ст., коли загальні обсяги інформації зросли настільки, що сумарної пропускну здатності людського мозку виявилось недостатньо для її переробки, прогрес людства став залежати від того, чи вдасться вирішити проблему автоматизації оброблення інформації ("третій бар'єр"). Людство знайшло вихід, розробивши електронну обчислювальну машину (комп'ютер), що дало можливість організувати збереження великих масивів даних і з розвитком технологій проводити їх ґрунтовний аналіз [13].

Отже, пристрої цифрового зв'язку відіграють важливу роль у комп'ютерних системах різного функціонального призначення. Це пов'язано з тим, що такі системи представляють собою територіально розподілену

сукупність обчислювальних секторів із високошвидкісними каналами передавання даних, інформаційно-обчислювальними комплексами, апаратними та програмними засобами, які виконують автоматизований збір, збереження, оброблення та передавання даних.

Теорія інформаційної безпеки передбачає три види перетворення, які доповнюють одне одного, а їх комплексне застосування допомагає ефективно використовувати канали зв'язку для надійного захисту інформації: ущільнення даних (компресія, ефективне кодування), криптографічне шифрування та дешифрування, завадостійке кодування та декодування. Спільним для цих видів перетворень є те, що дані змінюють форму подання, зберігаючи інформацію.

У теорії сучасних комунікаційних систем значна увага приділяється вивченню методів кодування інформації. Кодування – операція ототожнення символів або груп символів одного коду із символами або групами символів іншого коду. Необхідність кодування виникає, насамперед, з потреби пристосувати форму повідомлення до даного каналу зв'язку або до якого-небудь іншого пристрою, призначеного для перетворення або зберігання інформації. Під завадостійкими кодами розуміють коди, що дозволяють виправляти помилки, які виникають у результаті впливу завад у каналі зв'язку. Завадостійкість кодування забезпечується за рахунок введення надлишковості в кодові комбінації, тобто частина символів у кодових комбінаціях є перевіркою для інформаційних символів [1, 14].

Історія завадостійкого кодування (error correction coding) або прямого коригування помилок (forward error correction) почалася в 1948 році з публікації знаменитої статті К.Е. Шеннона "Математична теорія зв'язку", в якій він

сформулював ряд важливих теорем, довівши існування коригуючих кодів, але не вказавши методу їх знаходження. Ця подія стала стимулом до розробки теорії завадостійкого кодування, яка для кожного конкретного каналу зв'язку дозволяє вибрати найбільш ефективний метод виявлення і виправлення помилок. Сучасна теорія пропонує широкий набір коригувальних кодів, різних за структурою, принципами та коригувальною здатністю (рисунок 1.1).

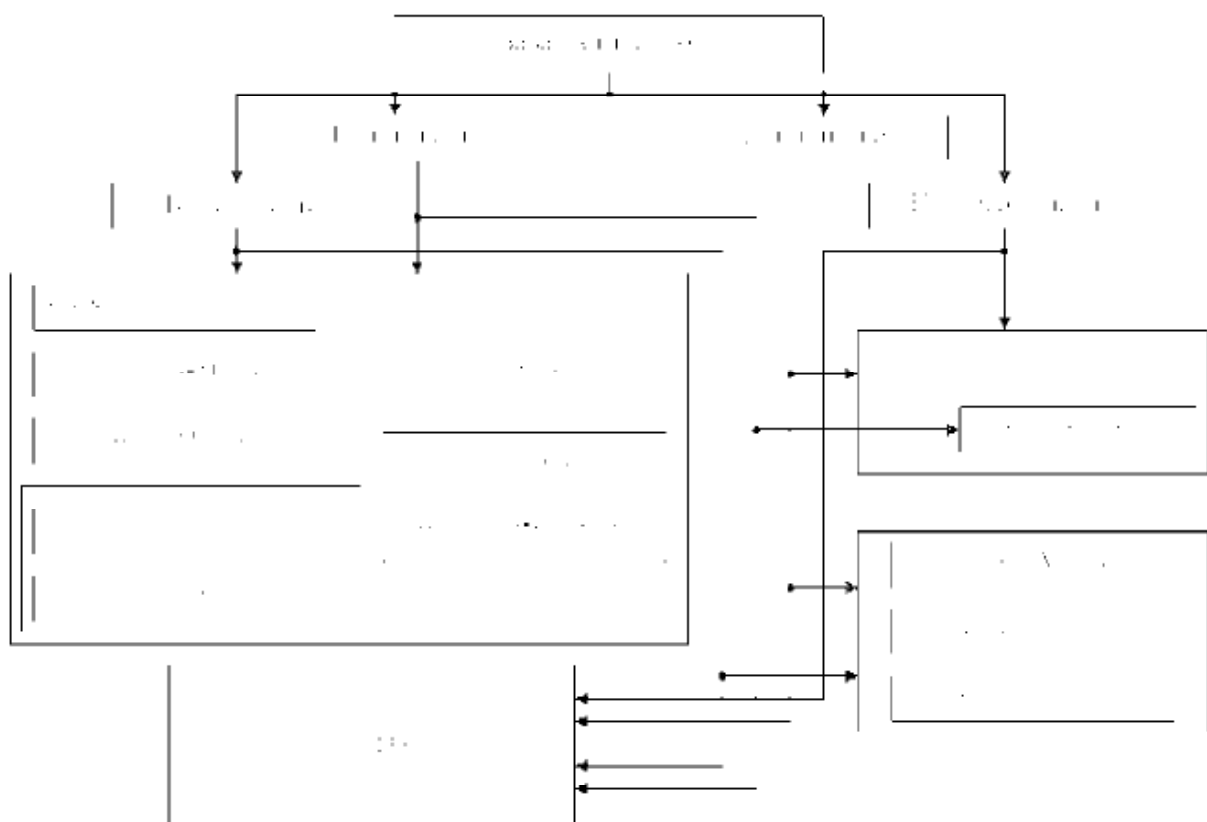


Рисунок 1.1 – Класифікація основних напрямків розвитку завадостійких кодів

За способом формування такі коди поділяються на блокові й неперервні або деревовидні. Формування блокових кодів передбачає розбиття переданих цифрових послідовностей на окремі блоки, які подаються на вхід кодера. Кожному такому блоку на виході кодера відповідає блок кодових символів,

робота кодера визначається методом кодування. Формування неперервних кодів здійснюється неперервно в часі, без поділу на блоки, що й визначає найменування цього класу кодів. Блокові коди історично були запропоновані й вивчені раніше, на початку розвитку теорії кодування. У класі неперервних кодів слід відзначити згорткові коди, які за характеристиками перевершують блокові коди, і знаходять широке застосування в системах передавання даних.

Блоковий код задає блок з  $k$  інформаційних символів  $n$ -символьним кодовим словом. Швидкість  $R$  блокового коду визначається рівністю  $R = k / n$ . Деревовидний код складніший. Він відображає нескінченну послідовність інформаційних символів, яка надходить зі швидкістю  $k_0$  символів за один інтервал часу, в неперервну послідовність символів кодового слова зі швидкістю  $n_0$  символів за один інтервал часу.

Багато кодів носять імена вчених, які їх запропонували й досліджували. Таким прикладом є неперервний код Фінка-Хагельбаргера, запропонований радянським ученим Л.М. Фінком і німецьким фахівцем Р. Хагельбаргером. Тривалий час цей код був показовим прикладом неперервного коду із простим методом кодування / декодування, але після відкриття згорткових кодів поступився їм місце [2]. Блокові та неперервні коди в залежності від методів внесення надлишковості поділяються на роздільні і нероздільні.

У роздільних кодах чітко розмежована роль окремих символів. Одні символи є інформаційними, інші – перевірочними, які служать для виявлення і виправлення помилок. Роздільні блокові коди називаються звичайно  $(n, k)$ -кодами, де  $n$  – довжина кодових комбінацій, а  $k$  – кількість інформаційних символів у комбінаціях (відповідно довжина коду  $l = n + k$ ).

Нероздільні коди не мають чіткого розділення кодової комбінації на інформаційні і перевірочні символи. Цей клас кодів поки нечисленний. Роздільні блокові коди розділяються, у свою чергу, на систематичні і несистематичні.

Більшість відомих роздільних кодів складають систематичні коди. У цих кодів перевірочні символи визначаються в результаті проведення лінійних операцій над певними інформаційними символами. Для випадку двійкових кодів кожний перевірочний символ вибирається таким, щоб його сума за модулем два з певними інформаційними символами дорівнювала нулю. Декодування зводиться до перевірки на парність певних груп символів. У результаті таких перевірок дається інформація про наявність помилок, а в разі потреби – про позицію символів, де є помилки.

Для опису процедур кодування / декодування як блокових, так і згорткових кодів використовують адекватний математичний апарат. Для опису лінійних кодів використовується добре розроблений апарат лінійної алгебри. Формування нелінійних кодів виконується із застосуванням нелінійних процедур. Такий підхід дозволяє в деяких випадках одержати нелінійні коди з рядом спеціальних властивостей [3].

Завадостійким кодуванням називається кодування, яке дозволяє здійснити виявлення або виявлення та виправлення помилок в прийнятих кодових комбінаціях. Основним принципом завадостійкого кодування є використання надлишкових кодів, причому якщо для кодування повідомлення використовується простий код, то в нього спеціально вводять надлишковість. Це пояснюється тим, що в простих кодах всі кодові комбінації є дозволеними,

тому помилка в будь-якому з розрядів призведе до появи іншої дозволеної комбінації, і виявити помилку буде неможливо [14].

У надлишкових кодах для передавання повідомлень використовується лише частина кодових комбінацій (дозволені комбінації). Приймання забороненої кодової комбінації означає помилку. Якщо прийнята кодова комбінація в результаті дії завад перейшла з однієї дозволеної комбінації в іншу, то визначити помилку неможливо, навіть при використанні завадостійкого кодування. Якщо ж передана дозволена кодова комбінація, в результаті дії завад, переходить у заборонену комбінацію, то в цьому випадку існує можливість виявити помилку і виправити її.

На практиці коди будують в такому порядку:

- вибирається кількість інформаційних символів, виходячи з об'єму алфавіту джерела;
- забезпечується необхідна коригуюча здатність коду за рахунок додавання надлишкових символів.

Коригуюча здатність коду забезпечується за рахунок важливої характеристики коду – надлишковості, тобто подовження кодових комбінацій, але при цьому ускладнюється апаратура, збільшується час передавання й опрацювання інформації.

Основним показником якості коригуючого коду є його спроможність забезпечити правильне прийняття кодових комбінацій при наявності перекручувань під впливом завад, тобто завадостійкість коду.

Для пошуку місць кодової комбінації, де є перекручування символів, використовується вектор помилки  $n$ -розрядного коду (синдром коду), що



представляє собою  $n$ -розрядну комбінацію, в якій одиниці вказують положення перекручених символів кодової комбінації [13].

Ступінь відмінності будь-яких двох кодових комбінацій даного коду характеризується його відстанню  $d$ , що виражається кількістю позицій або символів, у яких комбінації відрізняються одна від одної, і визначається як вага суми за  $mod 2$  цих кодових комбінацій (відстань Хеммінга) [13].

$$d = W(X \oplus Y) = \sum_{i=1}^n |x_i^X - y_i^Y|, \quad (1.1)$$

де  $W$  — вагова функція;

$x$  та  $y$  — значення розрядів комбінації.

Відстані  $d$  між різними комбінаціями деякого конкретного коду можуть істотно відрізнятися. Так, зокрема, в безнадлишковому коді — ця відстань для різних комбінацій може змінюватися від одиниці до величини  $n$ . Особливу важливість для характеристики коригувальних властивостей коду має мінімальна кодова відстань  $d_{min}$ , яка визначається при попарному порівнянні всіх кодових комбінацій та виборі мінімального значення, тобто [2]

$$d_{min} = \min_{i=1, \dots, q} (\{d_i\}), \quad (1.2)$$

де  $q = 0,5 \cdot n(n+1)$  — кількість порівнянь.

Мінімальна кодова відстань є найважливішою характеристикою завадостійких кодів, яка вказує на гарантовану кількість помилок  $e$ , які виправляє даний код, тобто [2]

$$e \leq \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor, \quad (1.3)$$

де  $d_{\min}$  – найменша відстань Хеммінга між будь-якою парою кодових слів.

Якщо помилки відбуваються тільки в одному розряді кодової комбінації, то їх називають однократними. При наявності помилок у двох, трьох і т.д. розрядах помилки називають двократними, трьохкратними і т.д.

Експериментальні дослідження каналів зв'язку показали, що помилки символів, як правило, групуються в “пачки” (кадри) різної довжини. Під пачкою помилок розуміють ділянку послідовності, яка починається і закінчується помилково прийнятими символами. В середині пачки можуть бути і правильно прийняті елементи.

У теорії й техніці кодування важливою є проблема складності реалізації процедур кодування / декодування (особливо процедур декодування). Тому деякі класи кодів (коди Хеммінга, циклічні коди Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема, Ріда-Соломона, Файра) були розроблені разом з методами декодування, пов'язаними зі структурними властивостями цих кодів. І, навпаки, розробка нових методів декодування згорткових кодів (метод Е. Вітербі, послідовне декодування, порогове декодування) ініціювала пошуки відповідних згорткових кодів [2, 13].

Відмітні переваги коригувальних кодів (як блокових, так і згорткових) спонукали пошук нових підходів до реалізації шляхів підвищення завадостійкості й ефективності систем передавання даних.

Зі зростанням довжини кодової комбінації збільшується складність реалізації процедур кодування та декодування, що обумовлює труднощі

практичної реалізації кодеків. У прикладній теорії кодування поряд з оцінками коригуючої здатності кодів прийнято оцінювати складність реалізації процедур кодування / декодування, які можуть бути реалізовані програмними або апаратними засобами. При цьому аргументом функції складності повинна виступати довжина кодової комбінації  $n$ .

Складність кодування блокових кодів  $C$  зазвичай оцінюють величиною, пропорційною кількості елементів породжуючої матриці коду [1]

$$C = n^2(1 - R). \quad (1.4)$$

Алгоритми декодування виявляються складнішими. Серед них найбільш складним прийнято вважати алгоритм повного перебору, відповідно до якого декодер отримує на вході певну комбінацію  $A$ , порівнює всі дозволені комбінації із нею, а потім приймає рішення про передавання тієї із комбінацій, яка виявляється на мінімальній відстані від комбінації  $A$  (декодування за мінімальною відстанню). Складність такого алгоритму прийнято вважати пропорційною кількості всіх можливих комбінацій коду, тобто [1]

$$C = m^n, \quad (1.5)$$

де  $m$  – кількість символів у алфавіті коду.

Складність переборного декодування зростає експоненціально з ростом довжини коду  $n$ , виникає проблема "прокляття розмірності": будь-яка спроба реалізувати декодування дуже довгих кодів виявляється безуспішною через

катастрофічне зростання складності програмної або апаратної реалізації алгоритму декодування.

Важливою складовою завданостійкого кодування є розуміння двох фундаментальних теорем, які фактично визначають достовірність передавання даних.

Теорема Шеннона [2]: якщо швидкість передавання даних  $R$  не більша пропускну здатності каналу  $C$ , то повідомлення можуть передаватися каналом та бути відновлені з малою ймовірністю помилки, при цьому швидкість передавання даних буде близькою до швидкості їх створення джерелом.

Теорема Шеннона-Хартлі [2]: верхня теоретична межа пропускну здатності каналу зв'язку з адитивним білим гаусівським шумом (АБГШ) за умови, що  $R \leq C$ , визначається у вигляді

$$C = f(W, S, N) = W \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right). \quad (1.6)$$

де  $W$  – ширина полоси пропускання (Гц);

$S$  – потужність прийнятого сигналу (дБ);

$N$  – середня потужність шуму (дБ).

Отже, величини  $W$ ,  $S$  та  $N$  дозволяють визначити межі швидкості передавання даних, але не ймовірність появи помилки. Формулу (1.6) можна представити із застосуванням нормованого відношення сигнал / шум  $\frac{E_b}{N_o}$  замість  $S/N$ .

Потужність шуму визначимо як

$$N = N_0 \cdot W, \quad (1.7)$$

де  $N_0$  – спектральна щільність потужності шуму.

На основі (1.7) та (1.6)

$$\frac{C}{W} = \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N_0 \cdot W} \right). \quad (1.8)$$

де  $\frac{C}{W}$  – нормована пропускна здатність каналу зв'язку.

Якщо прийняти, що  $R = C$  (гранична умова теореми Шеннона), то отримаємо

$$\frac{S \cdot T_b}{N_0} = \frac{S}{R \cdot N_0} = \frac{S}{C \cdot N_0} = \frac{E_b}{N_0}, \quad (1.9)$$

де  $E_b$  – енергія некодованого біта;

$T_b$  – час передавання символу.

Виконавши ряд перетворень в (1.9), отримаємо

$$\frac{C}{W} = \log_2 \left( 1 + \frac{E_b \cdot C}{N_0 \cdot W} \right) = \log_2(1 + z), \quad (1.10)$$

$$\text{де } z = \frac{E_b}{N_o} \cdot \frac{C}{W}.$$

Тоді з виразу (1.10) можна визначити, що

$$\frac{E_b}{N_o} = \left(\frac{W}{C}\right) \cdot \left(2^{\frac{C}{W}} - 1\right) = \frac{2^{\frac{C}{W}} - 1}{\frac{C}{W}} = \frac{2^\eta - 1}{\eta}, \quad (1.11)$$

де  $\frac{W}{C}$  – нормована полоса пропускання каналу зв'язку, а  $\eta = \frac{C}{W}$ .

Щоб знайти граничне значення  $\frac{E_b}{N_o}$ , при якому для будь-якої швидкості передавання  $R$  не існуватиме можливості здійснити безпомилкове передавання даних, застосуємо рівність (1.11) та умову  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$ . Отримаємо

$$\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{C}{W}\right) = \lim_{z \rightarrow 0} \left(z \cdot \log_2(1+z)^{1/z}\right), \quad (1.12)$$

$$\frac{C}{W} = z \cdot \log_2 e \rightarrow \frac{E_b}{N_o} = \frac{1}{\log_2 e} = \ln 2 \approx 0,693. \quad (1.13)$$

Перетворивши значення  $\frac{E_b}{N_o}$  в децибели, маємо границю Шеннона (позиція 1 на рисунку 1.2).

$$\frac{E_b}{N_o}_{dB} = 10 \cdot \lg \frac{E_b}{N_o} \approx -1,6 \text{ (дБ)}. \quad (1.14)$$

Наприклад, для досягнення коефіцієнта бітових помилок  $BER = 10^{-5}$  з використанням тільки бінарної фазової модуляції (БФМ) потрібно  $\frac{E_b}{N_0} = 9,6$  (дБ). Результат теореми говорить, що застосування кодування даних дозволить отримати кодовий резерв у 11,2 (дБ).

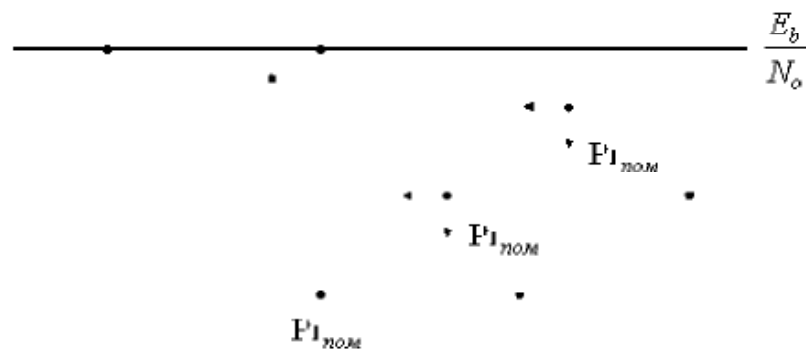


Рисунок 1.2 – Суть поняття кодовий резерв

Робоча точка 2 на рисунку 1.2 вказує на відсутність кодування даних. Тоді для двійкових систем обміну даними ймовірність помилки

$$P_{пом}\left(\frac{E_b}{N_0} = 0\right) = P_{пр}\left(\frac{E_b}{N_0} = 0\right) = 0,5. \quad (1.15)$$

Це важливо при розробці та дослідженні імітаційних моделей двійкових каналів зв'язку. Позиції 3–7 формують з точкою 2 траєкторії ефективності системи  $T_{234} < T_{256} < T_{276}$ . При розробці системи зв'язку головною метою є мінімізація показника  $\frac{E_b}{N_0}$  для заданого значення  $BER$ , що можна представити функцією

$$p \approx BER = f\left(\frac{E_b}{N_0}\right), \frac{E_b}{N_0} \rightarrow \min. \quad (1.16)$$

З теорем Шеннона можна зробити дуже важливий практичний висновок про те, що застосування завадостійкого кодування економічно доцільне. Виходячи з цього, основною метою під час побудови системи зв'язку є мінімізація показника  $\frac{E_b}{N_0}$  для певного значення  $BER$  (частота виникнення помилок), що на практиці представляється у вигляді експериментальних функціональних залежностей  $p \approx BER = f(E_b / N_0)$ .

## 1.2 Аналіз системи передавання цифрових даних

Основна задача будь-якої системи передавання даних – передавання інформації із заданими вірогідністю та швидкістю передавання. На сьогоднішній день головним завданням спеціалістів у галузі теорії кодування є розробка систем передавання даних, в яких задано необхідні швидкість та вірогідність передавання. Дані вимоги знаходяться у протиріччі, оскільки зростання швидкості передавання призводить до зменшення вірогідності. Із теорем Шеннона відомо, що необхідно застосовувати дуже довгі коди, але у реальних умовах присутні обмеження на реалізацію системи зв'язку [13].

Узагальнена структура для роботи з даними представлена на рисунку 1.3, де  $X$  – вхідна послідовність;  $D = \{D_1, \dots, D_n\}$  – дані після кодування;  $D_i = \{D_{k,v}, \dots, D_{k,v}\}$  – послідовність символів в момент  $k$ ;  $x_\xi = \{x_{\xi_1}, \dots, x_{\xi_n}\}$  – дані з



виходу каналу з шумом;  $x_{\xi_i} = \{x_{\xi_{k,1}}, \dots, x_{\xi_{k,v}}\}$  – послідовність зашумлених символів в момент  $k$ ;  $v$  – перевірочні символи;  $\bar{X}$  – інформація з джерела після проходження всіх вузлів системи [1, 3].

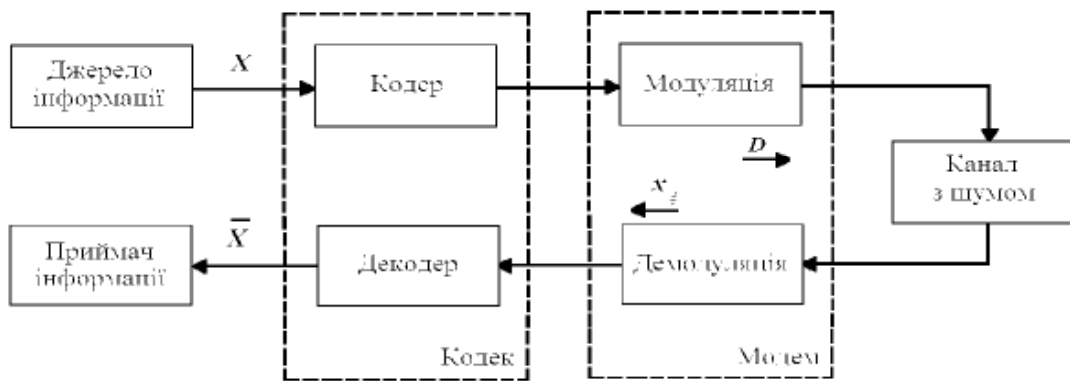


Рисунок 1.3 – Структура обміну даними

Кодер каналу отримує інформаційні символи від джерела даних та додає надлишкові символи, що дозволяє виправити помилки, які з'являються після модуляції сигналу, передавання каналом зв'язку та демодуляції. Декодер каналу приймає рішення та надсилає до приймача. Декодер та кодер називають кодеком каналу зв'язку, а модулятор та демодулятор представляють модем [13].

У ході модуляції символи  $D = \{D_0, \dots, D_n\}$  стають сигналом

$$\overline{D_{k,v}} = (-1)^{D_{k,v}+1} \cdot \sqrt{E_c}, \quad (1.17)$$

де  $E_c$  – енергія кодованого символу.

Демодуляція сприяє перетворенню сигналу  $x_{\xi} = \{(x_{\xi})_0, \dots, (x_{\xi})_n\}$  на символи (м'які рішення)

$$\overline{D_{k,v}} = \begin{cases} -\sqrt{E_c} \Rightarrow D_{k,v} = 0; \\ \sqrt{E_c} \Rightarrow D_{k,v} = 1, \end{cases} \quad (1.18)$$

Зашумлений сигнал в каналі зв'язку визначається у формі

$$x_{\xi k,i} = \overline{D_{k,i}} + \xi. \quad (1.19)$$

де  $\xi$  – величини шуму з каналу зв'язку.

Робота декодерів базується на використанні жорсткого або м'якого прийняття рішення. Для першого варіанту кожному бінарному символу в демодуляторі присвоюються значення 0 або 1, залежно від того, більше або менше прийняте значення від певного порогу. Декодер із м'яким прийняттям рішення отримує, крім бінарної величини 0 чи 1 ще довірчу величину, яка зв'язана із заданим бітом. Коли демодулятор визначився (не впевнений), то біту надається велике (мале) дійсне число, тобто ступінь упевненості високий (низький). Декодер з м'яким входом може надавати дані з жорстким або м'яким рішенням. Перспективні декодери з м'яким входом та м'яким виходом (soft-input soft-output) [15–17].

### 1.3 Порівняльний аналіз ефективності кодів

На рисунку 1.4 наведено порівняння ефективності різних кодів. Цифрами 1, ..., 9 позначено криві, які отримано без кодування, з використанням кодів [9]:

1. Без коду, бінарна модуляція;

2. Хеммінга (31, 26);
3. Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема (255, 239);
4. Ріда-Соломона (255, 239) з  $d_{min} = 17$ ;
5. Багатопорогового декодування самоортогональних кодів (7, 4);
6. Згорткового коду з  $d_{min} = 18$ ;
7. Згорткового коду з  $d_{min} = 5$ ;
8. Послідовного каскадного коду;
9. Паралельного каскадного коду (131072, 65536).

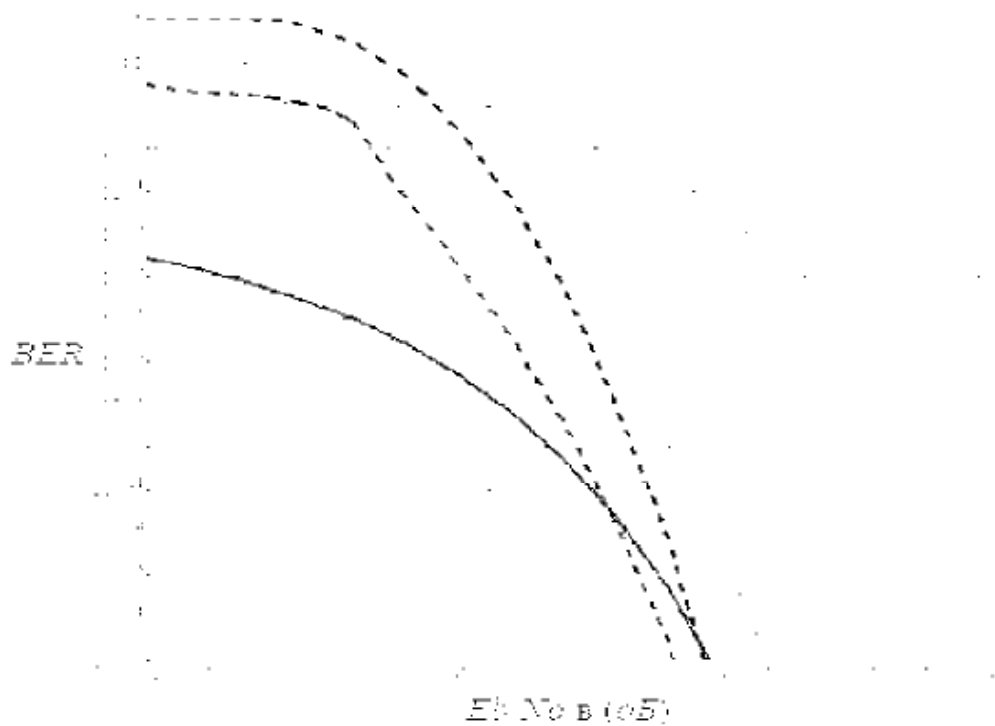


Рисунок 1.4 – Порівняння ефективності методів завадостійкого кодування

При великих частотах появи помилки  $BER = 10^{-5} - 10^{-7}$  на показнику  $E_b/N_0 = [0, 3]$  дБ краще себе показує паралельна каскадна конструкція, яка дає можливість отримати суттєвий енергетичний вигравш. Її можна використати для

зменшення необхідної потужності приймача при передаванні даних із заданою швидкістю [18, 19].

Важлива перевага – незалежність складності декодування від довжини інформаційного блоку, що дозволяє знизити *BER* шляхом збільшення довжини послідовності інформаційних символів. Недоліком декодування є висока складність, що призводить до зниження швидкості оброблення інформації за рахунок збільшення кількості операцій декодування, які приходяться на один символ. Загальним недоліком подібних кодів є невелика кодова відстань, що призводить до того, що при великій (малій) *BER* ефективність паралельних каскадних кодів висока (обмежена) [18].

Паралельна каскадна конструкція з імовірнісними алгоритмами декодування дозволяє здійснити високоефективне передавання даних у різних стандартах зв'язку [20]: телебаченні (DVB-RCS, DVB-RCT, DVB-SSP), бездротових локальних мережах (WiMAX), телеметрії, SDR системах, мобільних (3G, 4G LTE, Inmarsat) і космічних (CCSDS) комунікаціях.

Даний код затверджений в стандарті супутникового зв'язку DVB-RCS (Digital Video Broadcasting – Return Channel via Satellite), в якому пропонується прямий канал (від абонента до супутника) зі швидкістю до 110 Мбіт/с, заснований на форматі даних DVB/MPEG-2, і зворотний канал (від супутника до абонента) зі швидкістю до 8 Мбіт/с, на основі режиму MF-TDMA (Multi-Frequency Time-Division Multiple Access – багаточастотного доступу з розподіленням за часом). Реально швидкості прямого і зворотного каналу залежать від обладнання і поки не доходять до вказаної межі. Схеми розподілу ресурсів DVB-RCS мережі забезпечують максимальну ефективність і гнучкість

системи з мінімальними витратами, забезпечуючи ефективний захист інформації у мережах передавання даних (рисунок 1.5).



Рисунок 1.5 – Принцип роботи стандарту DVB-RCS

Дослідження NASA JPL (Mars Reconnaissance Orbiter + Mars Science Laboratory) дозволили отримати 30 Гб даних, включаючи високоякісні знімки і відеофайли поверхні Марсу за допомогою марсоходів Curiosity та Perseverance з паралельним каскадним кодом (рисунок 1.6) [21, 22].



Рисунок 1.6 – Принцип передавання даних з Марсу

Паралельний каскадний код знайшов широке застосування також в мобільних системах зв'язку третього покоління (рисунок 1.7). Концепція систем 3G полягає у створенні умов для надання послуг мультимедіа, включаючи високошвидкісне передавання відео, звуку, факсимільних повідомлень і даних будь-якому абоненту за допомогою мобільного термінала (низькошвидкісний та інтерактивний обмін даними). Вартість послуг повинна бути мінімальною, мати прийнятну якість і рівень безпеки [16, 17].

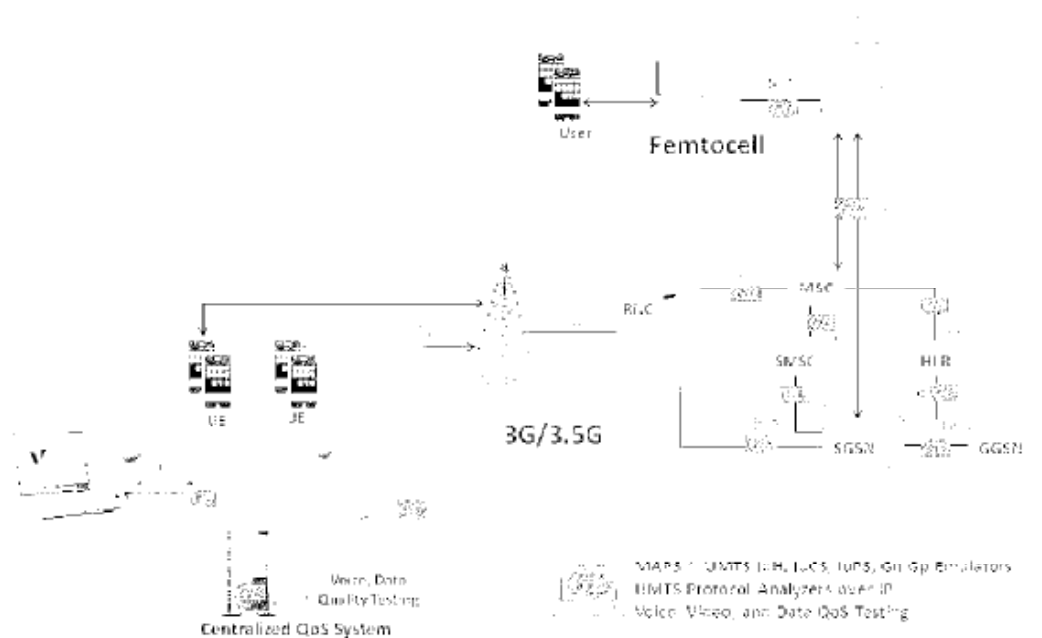


Рисунок 1.7 – Принцип роботи стандарту 3G

Архітектура таких систем включає два основні елементи: мережну інфраструктуру (Access Network), магістральні базові мережі (Core Network). Така структура забезпечує можливість нарощування інфраструктури шляхом послідовної модифікації складових елементів. Мережі 3G працюють на частотах дециметрового діапазону, зазвичай, в діапазоні близько 2 ГГц,

передаючи дані зі швидкістю до 3,6 Мбіт/с. 3G включає в себе 5 стандартів сімейства IMT-2000 (UMTS/WCDMA, CDMA2000/IMT-MC, TD-CDMA/TD-SCDMA, DECT і UWC-136), із яких найбільшого поширення в світі набули UMTS (W-CDMA) і CDMA2000 (IMT-MC), в основі яких лежить одна і та ж технологія – CDMA (Code Division Multiple Access – множинний доступ з кодовим розподілом каналів).

Необхідно забезпечити визначені значення швидкості передавання для різних ступенів мобільності абонента у залежності від величини зони покриття:

– до 2048 Кбіт/с при низькій мобільності абонента і локальній зоні покриття;

– до 144 Кбіт/с при високій мобільності абонента (швидкість до 120 км/год) і широкій зоні покриття;

– до 64 (144) Кбіт/с при глобальному покритті (супутниковий зв'язок).

Таким чином, розглянуті світові тенденції показують перевагу паралельного каскадного коду перед відомими блоковими та згортковими коригуючими кодами і, тому, застосування такої конструкції є необхідною умовою збереження цілісності інформації у комп'ютерних системах різного функціонального призначення, особливо для яких існує вплив потужних завад.

#### 1.4 Висновки

Таким чином, можна зробити висновок про необхідність використання завадостійких кодів, оскільки вони дають можливість одержати енергетичний вигравш та покращити якість зв'язку. Найбільшого поширення отримали блокові

та згорткові коди, а також каскадні конструкції, які мають ряд важливих переваг. Ефективними є паралельні каскадні коди, які дозволяють знайти прийнятний компроміс між високими показниками вірогідності та швидкості передавання даних у каналах зв'язку з високим рівнем шуму.

Аналізуючи складові компоненти системи передавання цифрових даних, можна визначити, що найскладнішим її компонентом є декодер. Тому дослідження методів декодування розглянутого коду є актуальним.



## 2 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЕКОДЕРА ПАРАЛЕЛЬНИХ КАСКАДНИХ КОДІВ

### 2.1 Особливості кодування та декодування даних

Кодова структура зображена на рисунку 2.1, де показано паралельне каскадування двох елементарних (компонентних) згорткових кодів, які розділені перемішувачем інформації. У ході кодування послідовність даних розбивається на блоки по  $N$  символів. Сформована послідовність поступає на систематичний вихід кодера та до двох компонентних кодерів [4, 5, 17, 19]. В якості компонентних кодів пропонується застосовувати рекурсивні систематичні згорткові (RSC – recursive systematic convolutional) коди [4, 5]. У структурі RSC-кодера присутня гілка з початковою інформаційною послідовністю, а також виділяється контур зворотного зв'язку.

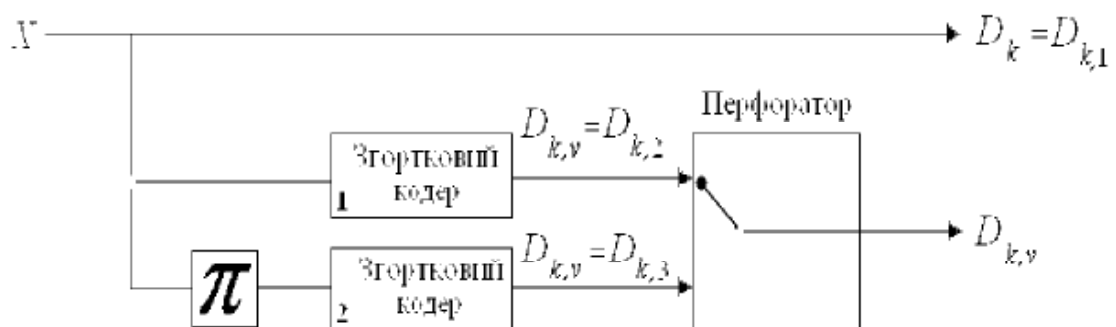


Рисунок 2.1 – Структура кодера

Взагалі кодер згорткового коду розглядається як лінійний регістр зсуву з пам'яттю  $m$  (конструктивна довжина  $K = m + 1$ ). Для RSC-кодера, який

показано на рисунку 2.2, символи на виході можна знайти з використанням виразів

$$D_{k,1} = D_k, \quad (2.1)$$

$$D_{k,2} = D_k \oplus a_{k-1} \oplus a_{k-2}. \quad (2.2)$$

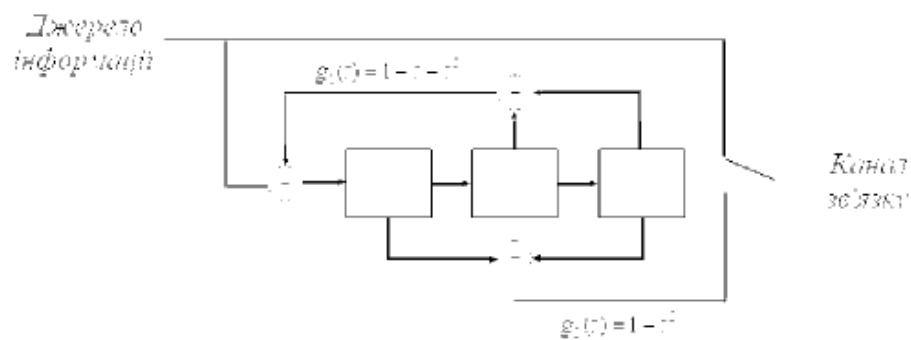


Рисунок 2.2 – Структура RSC-кодера ( $K = 3, R = 0,5$ )

Роботу кодера розглянемо на основі теорії графів, сформувавши діаграму станів (трелліс) за допомогою значень комірок пам'яті  $m$  (рисунок 2.3) [17].

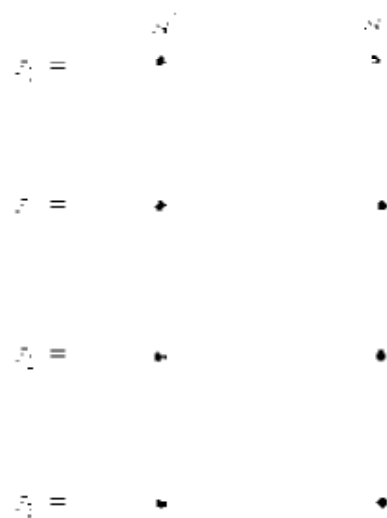


Рисунок 2.3 – Трелліс-діаграма RSC-коду ( $K = 3, R = 0,5$ )

Формування кодових комбінацій відбувається з врахуванням перемішувача даних, який дозволяє зробити цей процес близьким до випадкового, декорельованим у часі. Саме тому такий код з великим розміром пакету даних можна вважати випадковим кодом. А за розглянутими теоремами Шенона саме такі коди потрібно застосовувати для передавання інформації із швидкостями, які близькі до пропускної здатності каналу зв'язку. Однією не обов'язковою складовою кодера являється перфратор, який періодично видаляє частину кодових символів несистематичної частини кодера для підвищення швидкості коду  $R$  [2].

У процесі декодування виділяють два зашумлені кодові блоки  $(x_{\xi k}, x_{\xi k,2})$  та  $(x_{\xi k}, x_{\xi k,3})$ , причому їх інформаційні частини  $(x_{\xi k})$  однакові. Це дозволяє застосовувати два компонентні декодери, кожен з них проводить декодування свого кодового блоку. Для уточнення результатів зовнішня інформація першого (другого) декодера  $LLR_{зовн}(D_k)$ , враховуючи перемішування  $\pi$ , застосовується як апіорна інформація  $LLR_{ап}(D_k)$  для другого (першого) декодера. На першій ітерації апіорне значення  $LLR_{ап}(D_k) = 0$ . Допоміжну роль відіграє канална інформація  $LLR_{кан}$ . Процес повторюється багато разів, поки апостеріорні рішення  $LLR(D_k)$  не збігаються до певного стабільного набору значень (рисунок 2.4).

Для моделювання використовують ідеальний теоретичний критерій "магічного джина". В реальних умовах може застосовуватися ряд критеріїв зупинки ітеративного процесу:

- виконання заданої кількості ітерацій;

- значення результату декодування досягає встановленого порогу (критерій на основі зміни м'яких та жорстких рішень);
- за розрахунком контрольної суми.

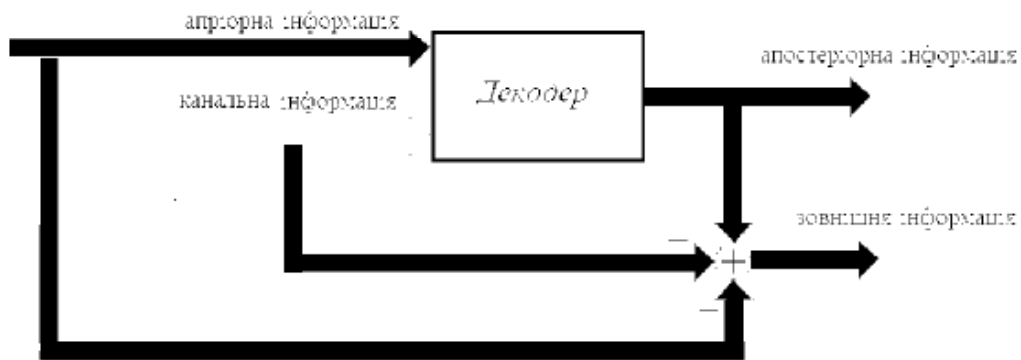


Рисунок 2.4 – Принцип декодування

Знак апостеріорного рішення показує, яке бінарне значення отримано. Отже, робота декодера відбувається з використанням виразів

$$LLR_1^{(1)}(D_k) = LLR_{анр.}(D_k) + LLR_{кан.} \cdot x_{\xi k} + LLR_{зовн.1}^{(1)}(D_k), \quad (2.3)$$

$$LLR_2^{(2)}(D_k) = LLR_{зовн.1}^{(1)}(D_k) + LLR_{кан.} \cdot x_{\xi k} + LLR_{зовн.2}^{(2)}(D_k). \quad (2.4)$$

Алгоритми декодування запропонували у роботі [4], в якій наведено математичний апарат з використанням імовірнісних декодерів, що дало змогу досягти максимального енергетичного виграшу.

Розглядаються дві групи методів декодування з використанням м'якого прийняття рішення [23]:

- мінімізація ймовірності помилки бінарного символу (максимум апостеріорної імовірності);

– мінімізація ймовірності помилки послідовності (максимум правдоподібності).

У роботі досліджується метод декодування MAP (maximum a posteriori probability) [23, 24]. Структурна схема декодера наведена на рисунку 2.5.

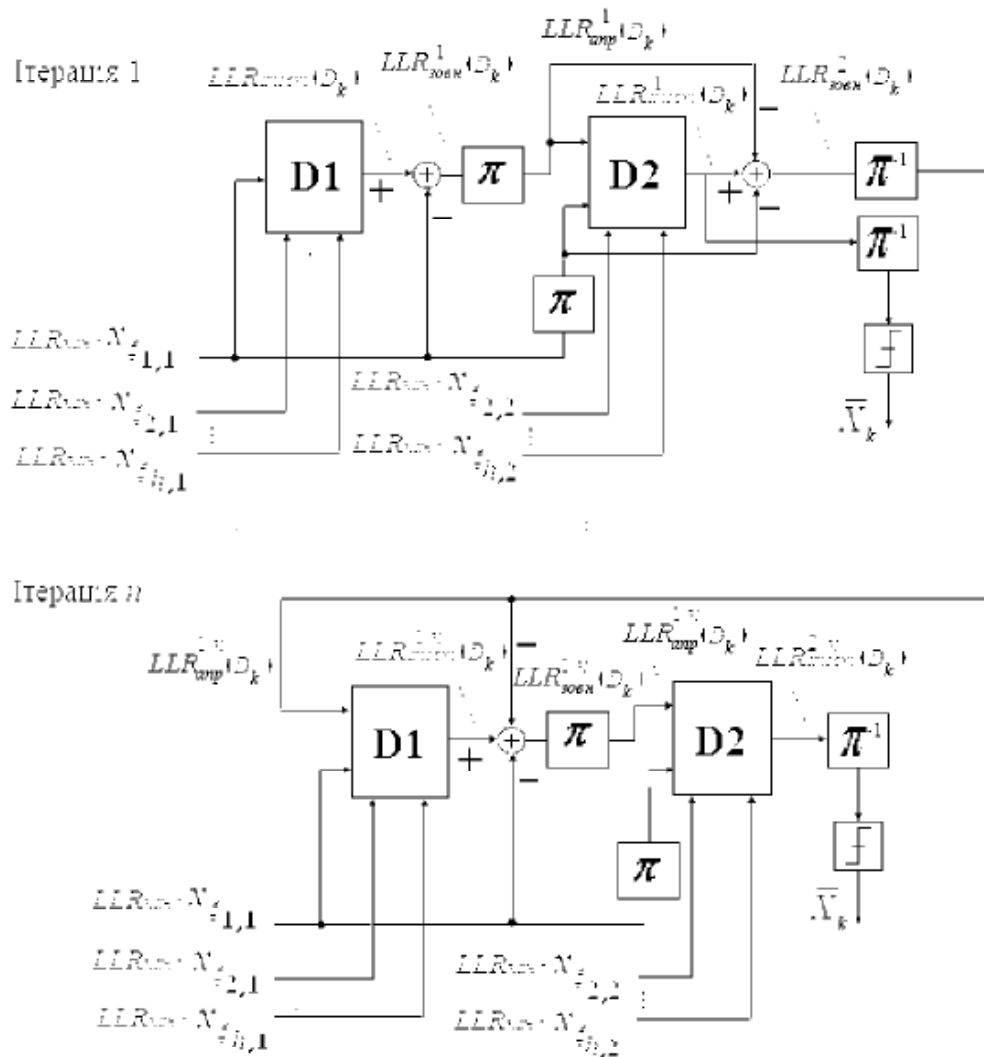


Рисунок 2.5 – Структура декодера:

D1, D2 – декодер 1 та 2;  $\pi$ ,  $\pi^{-1}$  – перемішувач та деперемішувач

## 2.2 Методи декодування MAP та log-MAP

Метод декодування лінійних кодів на трелліс, представлений Балем, Коком, Джелінеком і Равімом у 1974 році, розглядає загальний випадок марківського джерела інформації (при фіксованому теперішньому майбутнє незалежне від минулого), яка передається дискретним каналом без пам'яті (вихідний символ у даний момент статистично залежить лише від відповідного вхідного символу). У роботі [4] вперше була запропонована модифікація даного методу, яка дозволила створити високоефективний ітеративний метод оптимального посимвольного MAP-декодування згорткових кодів.

Правило ухвалення рішення, відоме як максимум апостеріорної імовірності, можна представити у вигляді правила мінімальної імовірності помилки з урахуванням апріорної імовірності даних

$$p(D_k = +1 | x_g) \underset{H_2}{\overset{H_1}{>}} p(D_k = -1 | x_g), \quad (2.5)$$

тобто, вибирається одна з гіпотез  $H_1(D_k = +1)$ , якщо апостеріорна ймовірність  $p(D_k = +1 | x_g) > p(D_k = -1 | x_g)$ , інакше вибирається гіпотеза  $H_2(D_k = -1)$ , де  $D_k$  – прийнятий інформаційний символ.

Використовуючи теорему Байеса, можна отримати

$$\frac{p(x_{\xi_k} | D_k = +1) \cdot p(D_k = +1)}{p(x_{\xi_k} | D_k = -1) \cdot p(D_k = -1)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{>}} 1. \quad (2.6)$$

Вираз (2.6) є критерієм відношення функцій правдоподібності або критерієм за максимумом апостеріорної імовірності. У випадку, якщо  $p(D_k = +1) = p(D_k = -1)$  критерієм буде максимальна правдоподібність (ML – maximum likelihood) [23, 24]:

$$\frac{p(x_{\xi_k} | D_k = +1)}{p(x_{\xi_k} | D_k = -1)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{>}} 1. \quad (2.7)$$

Взявши логарифм від правої та лівої частин рівняння (2.6), можна сформулювати метрику  $LLR$  для символу  $D_k$  шляхом вимірювання величини  $x_{\xi}$  в каналі зв'язку, тобто [23]

$$LLR(D_k | x_{\xi_k}) = \ln \frac{p(x_{\xi_k} | D_k = +1)}{p(x_{\xi_k} | D_k = -1)} + \ln \frac{p(D_k = +1)}{p(D_k = -1)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{>}} 0, \quad (2.8)$$

$$LLR(D_k | x_{\xi_k}) = LLR(x_{\xi_k} | D_k) + LLR_{amp}(D_k). \quad (2.9)$$

Передаючи дані каналом з адитивним білим гаусівським шумом  $AWGN$  і не враховуючи декодер (врахуємо тільки  $x_{\xi_{k,1}}$ ) отримаємо

$$\begin{aligned}
 LLR(x_{\xi_{k,1}} | D_k) &= \ln \left( \frac{\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-E_c \cdot (x_{\xi_{k,1}} - a)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)}{\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-E_c \cdot (x_{\xi_{k,1}} + a)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)} \right) = \\
 &= \frac{2}{\sigma^2} \cdot a \cdot E_c \cdot x_{\xi_{k,1}} = 4 \cdot R \cdot \frac{E_b}{N_0} \cdot x_{\xi_{k,1}} = LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}},
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

де  $a = 1$  – показник згасання.

Другий доданок виразу (2.9) згідно умови нормування ймовірностей можна подати у логарифмічному вигляді

$$LLR_{анп}(D_k) = \ln \left( \frac{p(D_k = +1)}{1 - p(D_k = +1)} \right).
 \tag{2.11}$$

Якщо розв'язати рівняння (2.11) відносно величини  $p(D_k = +1)$ , то можна отримати формулу

$$p(D_k = +1) = \frac{\exp(LLR_{анп}(D_k))}{1 + \exp(LLR_{анп}(D_k))} = \frac{1}{1 + \exp(-LLR_{анп}(D_k))}.
 \tag{2.12}$$

Щоб знайти інформаційний біт на гратці коду, потрібно визначити початковий  $s'$  і кінцевий  $s$  моменти [4, 5]

$$p(D_k = +1) = \sum_{D_k=+1}^{(s',s)} p(s', s),
 \tag{2.13}$$



$$p(D_k = -1) = \sum_{D_k=-1}^{(s',s)} p(s', s). \quad (2.14)$$

Наприклад, для ґратки коду з рисунку 2.6, можна одержати

$$p(D_k = +1) = p(s' = S_0, s = S_2) + p(s' = S_1, s = S_0) + \\ + p(s' = S_2, s = S_1) + p(s' = S_3, s = S_3), \quad (2.15)$$

$$p(D_k = -1) = p(s' = S_0, s = S_0) + p(s' = S_1, s = S_2) + \\ + p(s' = S_2, s = S_3) + p(s' = S_3, s = S_1). \quad (2.16)$$

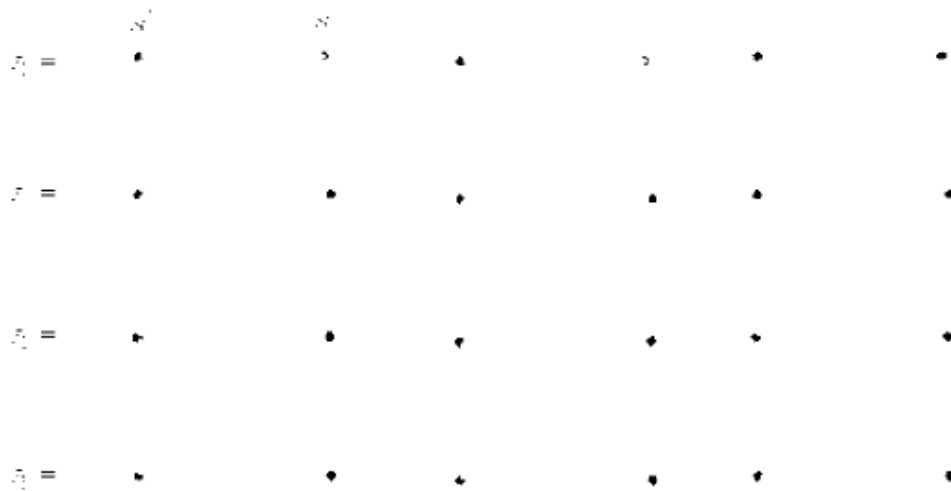


Рисунок 2.6 – Ґратка RSC-кодера з генератором  $(7, 5)_8$ ,  $K = 3$

Проаналізуємо послідовність  $x_\xi$ , представивши її у такому вигляді

$$x_\xi = \{x_{\xi j < k}^{\xi}, x_{\xi j = k}^{\xi}, x_{\xi j > k}^{\xi}\} = \{x_{\xi 0 \dots k}^{\xi n}\}, \quad (2.17)$$

де  $x_{\xi j < k}^{\xi}$ ,  $x_{\xi j = k}^{\xi} = x_{\xi k}^{\xi}$ ,  $x_{\xi j > k}^{\xi}$  – послідовності отриманих символів від початку ґратки до стану  $k-1$  (попередній стан), в стані  $k$  (теперішній стан) та від стану  $k+1$  до кінця діаграми  $n$  (майбутній стан) [5].

Використовуючи рівняння (2.6), (2.13), (2.14), логарифмування та теорему

Байеса, можна отримати

$$\begin{aligned}
 LLR_{MAP}(D_k) &= \ln \left( \frac{p(D_k = +1, \mathbf{x}_\xi)}{p(\mathbf{x}_\xi)} \cdot \frac{p(\mathbf{x}_\xi)}{p(D_k = -1, \mathbf{x}_\xi)} \right) = \\
 &= \ln \frac{\sum_{D_k=+1}^{(s',s)} p(s', s, \mathbf{x}_\xi)_{H_1}}{\sum_{D_k=-1}^{(s',s)} p(s', s, \mathbf{x}_\xi)_{H_2}} > 0.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Враховуючи розкладання послідовності  $\{\mathbf{x}_{\xi 0 \dots k}^n\}$  на частини та теорему

Байеса, можна одержати [5]

$$\begin{aligned}
 p(s', s, \mathbf{x}_\xi) &= p(s', s, \mathbf{x}_{\xi j < k}, \mathbf{x}_{\xi j = k}, \mathbf{x}_{\xi j > k}) = \\
 &= p(\mathbf{x}_{\xi j > k} | s', s, \mathbf{x}_{\xi j < k}, \mathbf{x}_{\xi j = k}) \cdot p(s', s, \mathbf{x}_{\xi j < k}, \mathbf{x}_{\xi j = k}).
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Перший співмножник формули (2.19) показує апостеріорну ймовірність отримання послідовності  $\mathbf{x}_{\xi j > k}$ . Він не залежить від послідовностей  $\mathbf{x}_{\xi j < k}$ ,  $\mathbf{x}_{\xi j = k}$  і стану  $s'$ . Тоді маємо

$$p(s', s, \mathbf{x}_\xi) = p(\mathbf{x}_{\xi j > k} | s) \cdot p(s', s, \mathbf{x}_{\xi j < k}, \mathbf{x}_{\xi j = k}). \tag{2.20}$$

Другий співмножник з виразу (2.19) представляємо у такому вигляді

$$p(s', s, x_{\xi}^{j < k}, x_{\xi}^{j = k}) = p(s, x_{\xi}^{j = k} | s', x_{\xi}^{j < k}) \cdot p(s', x_{\xi}^{j < k}). \quad (2.21)$$

Застосовуючи вирази (2.20) і (2.21), рівняння (2.19) перепишемо наступним чином

$$p(s', s, x_{\xi}) = p(s', x_{\xi}^{j < k}) \cdot p(s, x_{\xi}^{j = k} | s', x_{\xi}^{j < k}) \cdot p(x_{\xi}^{j > k} | s). \quad (2.22)$$

Імовірності з рівняння (2.22) можна подати у формі метрик, зробивши деякі перетворення та спрощення. Тоді метрика шляху вперед (forward) матиме вигляд [6]

$$\alpha_{k-1}(s') = p(s', x_{\xi}^{j < k}). \quad (2.23)$$

Метрика шляху назад (backward) представлена як [6]

$$\beta_k(s) = p(x_{\xi}^{j > k} | s). \quad (2.24)$$

Метрику ребра (rib) можна записати наступним чином [6]

$$\gamma_k(s', s) = p(s, x_{\xi}^{j = k} | s', x_{\xi}^{j < k}). \quad (2.25)$$

Відповідно рівняння (2.22) можна представити як

$$p(s', s, x_{\xi_k}^{\xi}) = \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s). \quad (2.26)$$

Тоді м'який вихід, використавши вираз (2.18), можна подати так [7]

$$LLR_{MAP}(D_k) = \ln \frac{\sum_{(s',s)}^{D_k=+1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{(s',s)}^{D_k=-1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s)}. \quad (2.27)$$

Враховуючи спільну ймовірність того, що у ході руху з попереднього стану  $s'$  до теперішнього  $s$  отримується послідовність  $x_{\xi_{j \leq k}}^{\xi} = \{x_{\xi_{j < k}}^{\xi}, x_{\xi_{j=k}}^{\xi}\}$ , а також те, що на події до моменту часу  $k$  не впливають вимірювання після нього, запишемо метрику  $\alpha_k(s)$  у такій формі

$$\begin{aligned} \alpha_k(s) &= \sum_{(s',s)} p(s', s, x_{\xi_{j < k}}^{\xi}, x_{\xi_{j=k}}^{\xi}) = \\ &= \sum_{(s',s)} p(s, x_{\xi_{j=k}}^{\xi} | s', x_{\xi_{j < k}}^{\xi}) \cdot p(s', x_{\xi_{j < k}}^{\xi}). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Використавши формули (2.23), (2.25), (2.28) і рисунок 2.7 отримано [7]

$$\alpha_k(s) = \sum_{(s',s)} \gamma_k(s', s) \cdot \alpha_{k-1}(s'). \quad (2.29)$$

Розглянувши умовну ймовірність того, що в попередньому стані  $s'$  буде отримана послідовність  $x_{\xi_{j \geq k}}^{\xi}$ , пройшовши при цьому через теперішній стан  $s$ ,

а також те, що на події після моменту  $k - 1$  не впливають вимірювання до цього моменту, тобто  $x_{\xi, j \geq k}^s = \{x_{\xi, j=k}^s, x_{\xi, j > k}^s\}$ , то величину  $\beta_{k-1}(s')$  можна записати у такому вигляді

$$\begin{aligned} \beta_{k-1}(s') &= \sum_{(s', s)} p(s', x_{\xi, j \geq k}^s | s) = \sum_{(s', s)} \frac{p(s', s, x_{\xi, j=k}^s, x_{\xi, j > k}^s)}{p(s)} = \\ &= \sum_{(s', s)} \frac{p(s', x_{\xi, j=k}^s | s, x_{\xi, j > k}^s) \cdot p(x_{\xi, j > k}^s, s)}{p(s)} = \\ &= \sum_{(s', s)} p(s', x_{\xi, j=k}^s | s, x_{\xi, j > k}^s) \cdot p(x_{\xi, j > k}^s | s). \end{aligned} \quad (2.30)$$

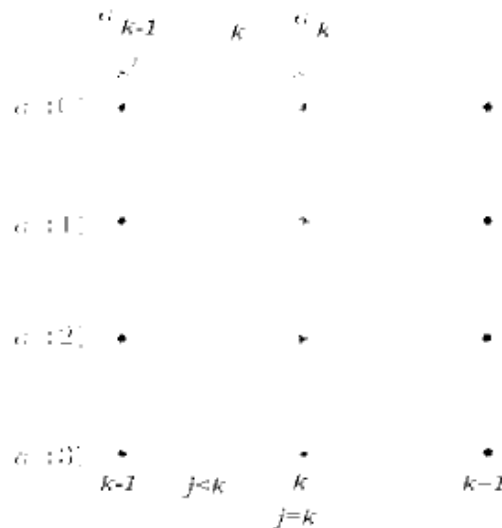


Рисунок 2.7 – Пошук метрики прямого шляху

Застосувавши вирази (2.24), (2.25), (2.30) та рисунок 2.8, отримаємо [7]

$$\beta_{k-1}(s') = \sum_{(s, s')} \gamma_k(s, s') \cdot \beta_k(s) = \sum_{(s', s)} \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s). \quad (2.31)$$

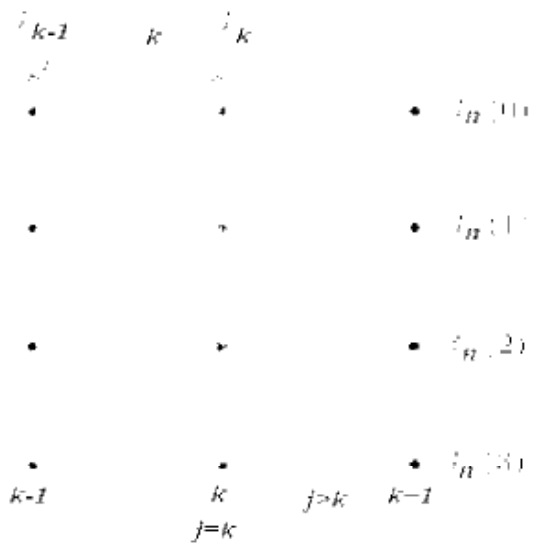


Рисунок 2.8 – Пошук метрики зворотного шляху

Реберну метрику можна знайти, провівши аналіз рівняння (2.25) та рисунку 2.9. Якщо врахуємо, що події між моментами часу  $s'$  та  $s$  залежать від  $x_{\xi_{j=k}}^s$ , то

$$\gamma_k(s', s) = p(s, x_{\xi_{j=k}}^s | s'). \tag{2.32}$$

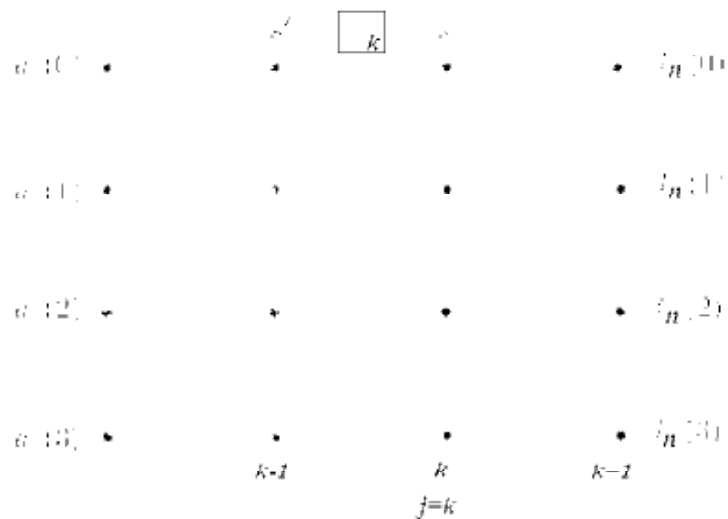


Рисунок 2.9 – Пошук реберної метрики

Використавши теорему Байеса та рівняння (2.32), отримаємо [7]

$$\begin{aligned} \gamma_k(s', s) &= \frac{p(s', s, x_{\xi_{j=k}})}{p(s')} = \frac{p(x_{\xi_{j=k}} | s', s) \cdot p(s | s') \cdot p(s')}{p(s')} = \\ &= p(x_{\xi_{j=k}} | s', s) \cdot p(s | s'). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Перший множник з виразу (2.33) визначає ймовірність спостереження величини  $x_{\xi_{j=k}} = x_{\xi_k}$  для станів  $s'$  і  $s$ , а другий множник показує апіорну ймовірність вхідного символу, тобто  $p(s | s') = p(s', s) = p(D_k) = p(D_k = \pm 1)$ . Відповідно формула (2.33) буде мати вигляд

$$\gamma_k(s', s) = p(x_{\xi_{j=k}} | s', s) \cdot p(D_k) = p(x_{\xi_{j=k}} | D_k = \pm 1) \cdot p(D_k = \pm 1). \quad (2.34)$$

Із застосуванням формули (2.12) та врахуванням зміни знаку біта  $D_k$ , знаходимо ймовірність  $p(D_k = \pm 1)$  у формі

$$p(D_k = +1) = \left( \frac{\exp(-LLR(D_k)/2)}{1 + \exp(-LLR(D_k))} \right) \cdot \exp(+LLR(D_k)/2), \quad (2.35)$$

Тоді, виконавши перетворення, отримаємо

$$\begin{aligned} p(D_k = -1) &= 1 - p(D_k = +1) = \\ &= \frac{\exp(-LLR(D_k)/2)}{1 + \exp(-LLR(D_k))} \cdot \exp(-LLR(D_k)/2). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Тоді апіорна ймовірність  $p(D_k) = p(D_k = \pm 1)$  формулюється як

$$\begin{aligned} p(D_k = \pm 1) &= \left( \frac{\exp(-LLR(D_k)/2)}{1 + \exp(-LLR(D_k))} \right) \cdot \exp(D_k \cdot LLR(D_k)/2) = \\ &= A_k \cdot \exp(D_k \cdot LLR(D_k)/2). \end{aligned} \quad (2.37)$$

На основі теореми повної ймовірності визначаємо, що

$$\begin{aligned} p(x_{\xi_k}) &= p(x_{\xi_k}, D_k = +1) + p(x_{\xi_k}, D_k = -1) = \\ &= p(x_{\xi_k} | D_k = +1) \cdot p(D_k = +1) + p(x_{\xi_k} | D_k = -1) \cdot p(D_k = -1). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Застосувавши формули (2.8)–(2.10) та (2.38), одержимо

$$\begin{aligned} p(x_{\xi_k} | D_k = +1) &= p(x_{\xi_k} | D_k = -1) \cdot \exp(LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k}) = \\ &= \left( \frac{p(x_{\xi_k}) - p(x_{\xi_k} | D_k = +1) \cdot p(D_k = +1)}{p(D_k = -1)} \right) \cdot \exp(LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k}). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Якщо виразити з формули (2.39) умовну ймовірність  $p(x_{\xi_k} | D_k = +1)$ , то можна отримати рівняння

$$p(x_{\xi_k} | D_k = +1) = \frac{\frac{p(x_{\xi_k})}{p(D_k = -1)} \cdot \exp(LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k})}{1 + \frac{p(D_k = +1)}{p(D_k = -1)} \cdot \exp(LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k})}. \quad (2.40)$$



Підставляючи до виразу (2.40) формулу (2.35), одержимо

$$p(x_{\xi_k} | D_k = +1) = \frac{p(x_{\xi_k}) \cdot (1 + \exp(-LLR(D_k))) \cdot \exp(-LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2)}{1 + \exp(-LLR(D_k) - LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k})} \times (2.41) \\ \times \exp(+LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2)$$

Рівність для умовної ймовірності  $p(x_{\xi_k} | D_k = -1)$  знаходиться таким же чином, тобто

$$p(x_{\xi_k} | D_k = -1) = \frac{p(x_{\xi_k}) \cdot (1 + \exp(-LLR(D_k))) \cdot \exp(-LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2)}{1 + \exp(-LLR(D_k) - LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k})} \times (2.42) \\ \times \exp(-LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2)$$

Отже, на основі формул (2.41) та (2.42) ймовірність  $p(x_{\xi_k} | d_k = \pm 1)$  буде мати вигляд

$$p(x_{\xi_k} | D_k = \pm 1) = \frac{p(x_{\xi_k}) \cdot (1 + \exp(-LLR(D_k))) \cdot \exp(-LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2)}{1 + \exp(-LLR(d_k) - LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k})} \times (2.43) \\ \times \exp(\pm LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2) = B_k \cdot \exp(D_k \cdot LLR_{кан} \cdot x_{\xi_k} / 2)$$

Розглядаючи ряд незалежних подій між попереднім та теперішнім станами ґратки коду для інформаційного біта і  $n$  бітів парності, за теоремою множення імовірностей маємо рівняння [4, 5]

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}_{\xi_k} | D_k) &= p(x_{\xi_{k,1}} | D_{k,1}, x_{\xi_{k,2}} | D_{k,2}, \dots, x_{\xi_{k,n}} | D_{k,n}) = \\
&= p(x_{\xi_{k,1}} | D_{k,1}) \cdot p(x_{\xi_{k,2}} | D_{k,2}) \cdot \dots \cdot p(x_{\xi_{k,n}} | D_{k,n}) = \quad (2.44) \\
&= p(x_{\xi_{k,1}} | D_{k,1}) \cdot \prod_{h=2}^n p(x_{\xi_{k,h}} | D_{k,h}).
\end{aligned}$$

Використавши формули (2.43) та (2.44), маємо

$$\begin{aligned}
p(x_{\xi_k} | D_k) &= F_k \cdot \left( \exp\left(D_{k,1} \cdot LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}} / 2\right) \cdot \prod_{h=2}^n \exp\left(D_{k,h} \cdot LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,h}} / 2\right) \right) = \\
&= F_k \cdot \exp\left(D_{k,1} \cdot \frac{LLR_{кан}}{2} \cdot x_{\xi_{k,1}}\right) \cdot \exp\left(\frac{LLR_{кан}}{2} \cdot \sum_{h=2}^n D_{k,h} \cdot x_{\xi_{k,h}}\right) = \quad (2.45) \\
&= F_k \cdot \exp\left(\frac{LLR_{кан}}{2} \cdot \left(D_{k,1} \cdot x_{\xi_{k,1}} + \sum_{h=2}^n D_{k,h} \cdot x_{\xi_{k,h}}\right)\right).
\end{aligned}$$

Реберну метрику знайдемо, застосувавши формули (2.34), (2.37), (2.43) та (2.45), а також рівність  $A_k F_k = 1$ . Тоді маємо

$$\gamma_k(s', s) = \exp\left(\frac{D_{k,1} \cdot LLR_{анп}(D_k) + LLR_{кан} \cdot \left(D_{k,1} \cdot x_{\xi_{k,1}} + \sum_{h=2}^n D_{k,h} \cdot x_{\xi_{k,h}}\right)}{2}\right). \quad (2.46)$$

Рекурсивний розрахунок метрик для обчислення м'яких значень показано на схемах у додатках.

Апостеріорний м'який вихід можна знайти, використавши підстановку формули (2.46) до виразу (2.27), а також властивостей логарифму добутку величин, тобто

$$\begin{aligned}
LLR_{MAP}(D_k) &= LLR_{анп}(D_k) + LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}} + \ln \frac{\sum_{(s',s)}^{D_k=+1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k^{зобн}(s',s)}{\sum_{(s',s)}^{D_k=-1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k^{зобн}(s',s)} = \\
&= LLR_{анп}(D_k) + LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}} + LLR_{зобн}(D_k),
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\text{де } \gamma_k^{зобн}(s',s) = \exp\left(0,5 \cdot \sum_{h=2}^n x_{\xi_{k,h}} \cdot LLR_{кан} \cdot D_{k,h}\right).$$

Зовнішню інформацію можна знайти таким чином

$$LLR_{зобн}(D_k) = LLR_{MAP}(D_k) - LLR_{анп}(D_k) - LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}}. \tag{2.48}$$

Даний метод має високу обчислювальну складність декодування, тому застосовують методи, які дозволяють її знизити.

Метод log-MAP еквівалентний до методу декодування MAP, він має меншу обчислювальну складність та розпаралелюється. Його перевага в тому, що він працює в логарифмічній області, де множення стає додаванням [6, 7, 12].

Метрика шляху вперед розраховується згідно формули (2.31) та логарифмування у вигляді

$$\begin{aligned}
\alpha_k^{LM}(s) &= \ln \alpha_k(s) = \ln \left( \sum_{(s',s)} \gamma_k(s',s) \cdot \alpha_{k-1}(s') \right) = \\
&= \ln \left( \sum_{(s',s)} \exp(\ln \gamma_k(s',s)) \cdot \exp(\ln \alpha_{k-1}(s')) \right) = \\
&= \ln \left( \sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s',s) + \alpha_{k-1}^{LM}(s')) \right).
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Метрику шляху назад можна представити у формі [6, 7]

$$\begin{aligned}\beta_{k-1}^{LM}(s') &= \ln \beta_{k-1}(s') = \ln \left( \sum_{(s',s)} \gamma_k(s',s) \cdot \beta_k(s) \right) = \\ &= \ln \left( \sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s)) \right).\end{aligned}\quad (2.50)$$

Реберна метрика запишеться наступним чином [6, 7]

$$\gamma_k^{LM}(s',s) = \ln \gamma_k(s',s), \quad (2.51)$$

$$\gamma_k^{LM}(s',s) = \frac{D_{k,1} \cdot LLR_{amp}(D_k) + LLR_{кан} \cdot \left( D_{k,1} \cdot x_{\xi_{k,1}}^g + \sum_{h=2}^n D_{k,h} \cdot x_{\xi_{k,h}}^g \right)}{2}. \quad (2.52)$$

Підставивши вирази (2.49)–(2.52) до формули (2.27) для апостеріорного виходу, одержимо [6, 7]

$$\begin{aligned}LLR_{LM}(D_k) &= \ln \frac{\sum_{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \beta_k^{LM}(s) + \gamma_k^{LM}(s',s))}{\sum_{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \beta_k^{LM}(s) + \gamma_k^{LM}(s',s))} = LLR_{amp}(D_k) + LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}}^g + \\ &+ \ln \frac{\sum_{(s',s)} \exp\left(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \beta_k^{LM}(s) + \left(0,5 \cdot LLR_{кан} \cdot \sum_{h=2}^n x_{\xi_{k,h}}^g \cdot D_{k,h}\right)\right)}{\sum_{(s',s)} \exp\left(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \beta_k^{LM}(s) + \left(0,5 \cdot LLR_{кан} \cdot \sum_{h=2}^n x_{\xi_{k,h}}^g \cdot D_{k,h}\right)\right)} = \\ &= LLR_{amp}(D_k) + LLR_{кан} \cdot x_{\xi_{k,1}}^g + LLR_{LM}^{пош}(D_k),\end{aligned}\quad (2.53)$$

Застосовуючи властивості логарифму та рекурсію, можна записати наступну формулу для суми  $N$  складових [25–28]

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N) &= \ln \sum_{i=1}^N e^{x_i} = \ln(e^{x_1} + e^{x_2} + \dots + e^{x_{N-2}} + e^{\ln(e^{x_{N-1}} + e^{x_N})}) = \\
 &= \ln(e^{x_1} + e^{x_2} + \dots + e^{x_{N-2}} + e^{f(x_{N-1}, x_N)}) = \\
 &= \ln(e^{x_1} + e^{f(x_2, f(x_3, \dots, f(x_{N-2}, f(x_{N-1}, x_N))))}) = \\
 &= \ln e^{\ln(e^{x_1} + e^{f(x_2, f(x_3, \dots, f(x_{N-2}, f(x_{N-1}, x_N))))})} = \\
 &= \ln e^{f(x_1, f(x_2, \dots, f(x_{N-2}, f(x_{N-1}, x_N))))} = \\
 &= f(x_1, f(x_2, \dots, f(x_{N-2}, f(x_{N-1}, x_N)))).
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

Щоб розкрити функцію логарифму суми експоненціальних складових використовуємо логарифм Якобіана [6, 7, 12, 29]

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \ln(e^x + e^y) = \max(x, y) + \ln(1 + e^{-|x-y|}) = \\
 &= \max(x, y) + f_{кор}(z),
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

де  $f_{кор}(z) = \ln(1 + e^{-z})$  – коригуюча функція, а  $z = |x - y|$ .

Апостеріорні рішення для методу log-MAP знайдемо з використанням виразу (2.53), тобто

$$LLR_{LM}(D_k) = f(x_1, \dots, x_N) \Big|_{D_k=+1} - f(x_1, \dots, x_N) \Big|_{D_k=-1}. \tag{2.56}$$

### 2.3 Субоптимальні методи декодування

Для зменшення обчислювальної складності декодування застосовують апроксимації коригуючої функції, формуючи спрощені методи декодування, які втрачають оптимальність [6, 7, 19, 28].

1. Метод Робертсона має найменшу обчислювальну складність, оскільки застосовується апроксимація логарифму Якобіана, яка виключає з обчислень коригуючу функцію, тобто [6, 7]

$$f(x, y) = \ln(e^x + e^y) \approx \max(x, y). \quad (2.57)$$

Вирази для розрахунку прямої та зворотної метрик можна представити у такій формі

$$\begin{aligned} \alpha_k^{MLM}(s) &= \ln \left( \sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s',s) + \alpha_{k-1}^{LM}(s')) \right) \approx \\ &\approx \max_{(s',s)} ((\gamma_k^{LM}(s',s)|_{D_k=+1} + \alpha_{k-1}^{LM}(s')), (\gamma_k^{LM}(s',s)|_{D_k=-1} + \alpha_{k-1}^{LM}(s'))). \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \beta_{k-1}^{MLM}(s') &= \ln \left( \sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s)) \right) \approx \\ &\approx \max_{(s',s)} ((\gamma_k^{LM}(s',s)|_{D_k=+1} + \beta_k^{LM}(s)), (\gamma_k^{LM}(s',s)|_{D_k=-1} + \beta_k^{LM}(s))). \end{aligned} \quad (2.59)$$

Розрахунок реберної метрики аналогічний до виразу (2.52).

Апостеріорні рішення з виходу декодера розраховуються за формулою

$$\begin{aligned}
LLR_{MLM}(D_k) = & \max_{D_k=+1}^{(s',s)} \left\{ \alpha_{k-1}^{MLM}(s') + \beta_k^{MLM}(s) + \gamma_k^*(s',s) \right\} - \\
& - \max_{D_k=-1}^{(s',s)} \left\{ \alpha_{k-1}^{MLM}(s') + \beta_k^{MLM}(s) + \gamma_k^*(s',s) \right\}
\end{aligned}
\tag{2.60}$$

2. У методі Жанга-Ю під час розрахунків застосовуються тільки операції додавання та множення, тобто отримуємо компроміс між складністю і точністю обчислень. Розглянемо коригуючу функцію на інтервалі  $z \in [0, +\infty)$ , на якому вона є спадною нелінійною функцією з нульовою асимптотою в нескінченності, тобто  $f_{кор}(z) \in [\ln(2); 0]$ . Тоді використаємо модель виду  $f_{кор}(z) = a \cdot z^2 + b \cdot z + c$ , де  $a$ ,  $b$  та  $c$  – набір коефіцієнтів, які знаходяться за допомогою методу найменших квадратів. Слід зазначити, що, коли  $z_i > 4$ , то коригуюча функція приймає значення константи  $const \rightarrow 0$ . Тоді вираз для розрахунку значень коригуючої функції можна навести у формі [8]

$$f_{кор}(z) \approx \begin{cases} 0,058 \cdot z^2 - 0,392 \cdot z + 0,678, & \text{якщо } 0 \leq z \leq 4, \\ 0,000, & \text{якщо } z > 4. \end{cases}
\tag{2.61}$$

Під час розрахунку реберної метрики використовують формулу (2.52), для прямої та зворотної метрик застосовуються рівності (2.49) та (2.50), а значення коригуючої функцію обчислюють за виразом (2.61). Апостеріорні рішення з виходу декодера знаходять із застосуванням рекурсивної формули (2.56).

## 2.4 Посимвольний метод Вітербі

Для роботи методу декодування Вітербі потрібно використати метрики ребер на гратці та блок операцій додати-порівняти-вибрати. Декодер у випадку безпомилкового приймання всієї послідовності бітів буде мати інформацію про цю послідовність, а також про будову кодера (тобто діаграму його станів) та його початковий стан. Маючи всю цю інформацію, він повинен відновити послідовність бітів, яка була спочатку. Для цього обчислюється метрика шляху  $M_k(s)$ . На першому кроці подібний аналіз виконується лише для двох ребер графа, на другому – вже чотири ребра, а потім – всі  $2^m$  ребер. Для переходу, що відповідає прийнятій послідовності (тобто перехід правильний), м'яке рішення для метрики шляху буде більшим. Отже, будується гратка, на якій прокладається шлях, що має найбільше значення метрик шляху  $M_k(s)$  за всі такти кодера. Ті шляхи, які мають більшу метрику шляху  $M_k(s)$ , є “вижившими”. На основі аналізу зростання найбільш правдоподібної послідовності визначають оптимальний шлях. Після закінчення пошуку шляху з максимальною кінцевою метрикою застосовують апроксимацію Хагенауера для пошуку логарифмічного відношення функції правдоподібності для кожного з тактів на гратці [25].

Розрахуємо різницю у стані  $k$  на трелліс між метриками вижившого шляху  $M_k^{(1)}(s)$  та відкинутого  $M_k^{(2)}(s)$  за наступною формулою (рисунок 2.10)

$$\Delta_k^{0,\dots,\delta} = M_k^{(1)}(s) - M_k^{(2)}(s) . \quad (2.62)$$



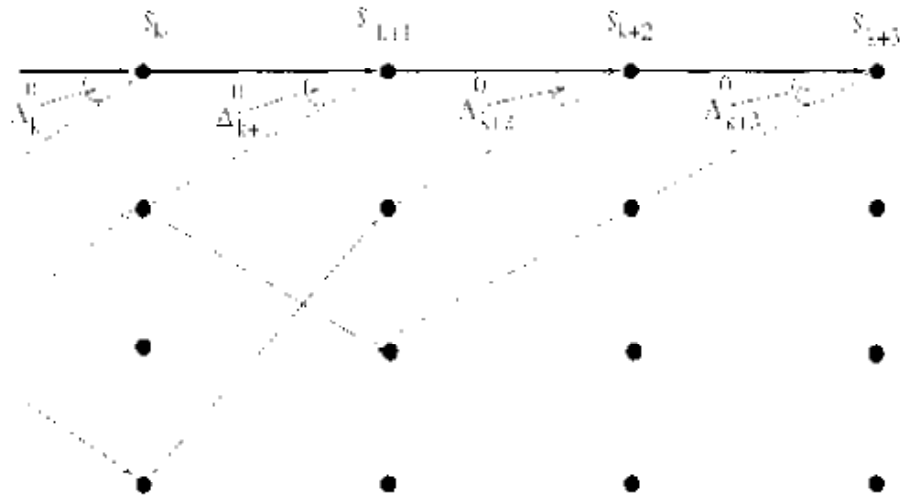


Рисунок 2.10 – Визначення значень різниць  $\Delta^{0, \dots, \delta}$

Розглянемо повну групу несумісних подій

$$p(\text{виживший шлях}) + p(\text{відкинутий шлях}) = 1. \quad (2.63)$$

Якщо шлях вважається вижившим, то він правильний, тобто

$$p(\text{correct}) = \frac{p(\text{виживший шлях})}{p(\text{виживший шлях}) + p(\text{відкинутий шлях})}. \quad (2.64)$$

Якщо використати експоненціальну форму метрики  $M_k(s)$ , підставити її

у рівняння (2.64) та винести за дужки  $e^{M_k^{(2)}(s)}$ , то можна отримати [23]

$$p(\text{correct}) = \frac{e^{M_k^{(1)}(s)}}{e^{M_k^{(1)}(s)} + e^{M_k^{(2)}(s)}} = \frac{e^{M_k^{(1)}(s) - M_k^{(2)}(s)}}{1 + e^{M_k^{(1)}(s) - M_k^{(2)}(s)}} = \frac{e^{\Delta_k^{0, \dots, \delta}}}{1 + e^{\Delta_k^{0, \dots, \delta}}}. \quad (2.65)$$

Таким чином, якщо розглянути відношення для знаходження м'яких рішень у логарифмічній формі, то можна отримати

$$\ln\left(\frac{p(\text{correct})}{p(\text{non correct})}\right) = \ln\left(\frac{p(\text{correct})}{1 - p(\text{correct})}\right) = \Delta_k^{0, \dots, \delta}. \quad (2.66)$$

Хагенауер пропонує використовувати дане значення для пошуку апостеріорних рішень. За *mod* 2 порівнюються два конкуруючі (виживший та відкинутий) шляхи, які проходять через  $\Delta_k$  на певному етапі ґратки. Якщо бінарний символ вижившого шляху співпадає з відкинутим (результат дорівнює 0), то на відповідному місці ставиться  $\infty$ , інакше (1) –  $\Delta$ . Далі складається матриця надійностей рішень та знаходиться мінімум на кожному етапі трелліс. Розрахунок м'яких рішень можна представити у вигляді [23]

$$LLR_{SOVA}(D_k) \approx D_k \cdot \min_{\substack{i=0, \dots, \delta \\ D_k \neq D_k^i}} \Delta_k^i. \quad (2.67)$$

## 2.5 Запропонований гібридний метод декодування

Запропоновано застосовувати гібридний метод декодування, який може використовувати один із розглянутих методів залежно від поставлених вимог. Для цього необхідно включити в систему індикатор каналу зв'язку (*CQI* – channel quality indicator), який на основі вимірювання відношення сигнал/шум у каналі може приймати значення від 0 до 15. Значення індикатора рівне 0

означає, що немає корисного сигналу або канал вийшов з ладу; 1-5, 6-10, 11-15 – канал з високим, середнім та низьким рівнем шуму відповідно. Математичну модель можна задати наступним чином [10, 12]

$$\begin{cases} \text{log - MAP, якщо } \Delta = [1, 5] \text{ або } E_b / N_0 = [0, 1); \\ \text{Жанг - Ю, якщо } \Delta = [6, 10] \text{ або } E_b / N_0 = [1, 2); \\ \text{Робертсон, якщо } \Delta = [11, 15] \text{ або } E_b / N_0 = [2, +\infty). \end{cases} \quad (2.68)$$

Також додатково можна застосувати метод виявлення помилок, який базується на автоматичному запиті повторного передавання даних (*ARQ* – automatic repeat request). *ARQ* використовує сигнал підтвердження приймання і тайм-аут для забезпечення надійного передавання ненадійними каналами зв'язку. Якщо передавач даних до закінчення тайм-ауту не отримує підтвердження, то повторно передає фрейм, поки не буде перевищено задану кількість повторних передач. Рекомендується застосовувати *ARQ* з неперервним запитом та вибіркоvim повторенням. У цій процедурі повторно передається тільки спотворене повідомлення, а потім передавач продовжує передавання з того місця, де було переривання, не виконуючи повторного передавання правильно прийнятих фреймів.

Структура апаратної частини, яка реалізує обчислення для декодера наведена на рисунку 2.11, де *P* – перевірочні бінарні символи; ОЗП – оперативна пам'ять; ПО ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) – пристрій для обчислення метрик; ПОМР – пристрій для обчислення "м'яких" рішень; ПОЖР – пристрій для обчислення "жорстких" рішень.

На вхід подаються апіорні  $LLR$ , послідовність бінарних  $D$  та перевірючих  $P$  символів. Спершу виконується обчислення транзитної метрики  $\gamma$ , яка зберігається в ОЗП, і використовується далі для обчислення прямої  $\alpha$  та зворотної  $\beta$  метрик. У ході розрахунку значення метрик  $\alpha$  зберігаються в ОЗП. Після виконання розрахунків виконується обчислення м'яких апостеріорних рішень  $LLR_{апост}$ . На їх основі визначаються жорсткі рішення декодера, які показують бінарні інформаційні символи після декодування даних.

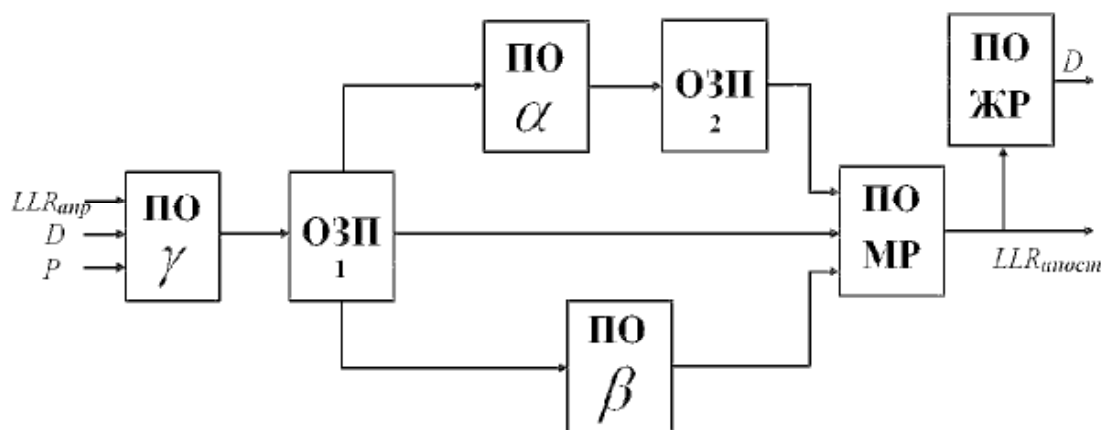


Рисунок 2.11 – Структура апаратної частини декодера

Даний гібридний метод дозволяє підвищити ефективність роботи системи зв'язку, тобто зменшити обчислювальну складність декодування або отримати енергетичний вигащ.

## 2.6 Висновки

У ході роботи розглянуто особливості кодування та декодування паралельних каскадних кодів. Розглянуто оптимальні методи MAP, log-MAP та посимвольний метод Вітербі, а також субоптимальні модифікації, які спрощують обчислення за рахунок апроксимації коригуючої функції. Запропоновано гібридний метод декодування, який використовує ряд субоптимальних методів залежно від поставлених вимог. У наступному розділі необхідно дослідити ефективність роботи запропонованого декодера.

## 3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

### ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ КОДЕКА

#### 3.1 Обґрунтування вибору середовища розробки

Незалежно від середовища передавання (оптичне волокно, дротові лінії чи радіоканали) засоби перетворення даних будуються на базі мікропроцесорних структур. Основними їх функціями на передавальному боці є зчитування даних з носія, кодування, перетворення на послідовний код та формування модульованих сигналів. На приймальному боці сигнали демодулюються, дані перетворюються на паралельний формат, декодуються і записуються на носій.

Обмін даними у системах зв'язку може здійснюватися з використанням трьох режимів: програмного, при якому використовується мінімум апаратури; програмно-апаратного, пов'язаного із режимом переривань; апаратного, який використовує прямий доступ до пам'яті. Порівняння вказаних режимів обміну даними показує, що перший з них реалізується найпростіше, не викликає складностей при налагоджуванні, але швидкодія його найменша. Апаратний режим складніший, але швидший. На практиці паралельні каскадні коди застосовують з використанням програмно-апаратного (змішаного) режиму на цифрових сигнальних процесорах.

Програмно-апаратний режим пов'язаний з тим, що сам обмін інформацією здійснюється в програмному режимі, а сигнали управління цим процесом формуються апаратно. При виникненні сигналу INT, що формується

зовнішнім пристроєм, центральний процесор закінчує виконання основної програми, всі необхідні дані фіксує в допоміжному запам'ятовувальному пристрої (стеку), і у відповідності з підпрограмою обробки переривання здійснює обмін даними в програмному режимі.

Процесор зчитує зі стека раніше записані дані і повертається до виконання основної програми після завершення підпрограми оброблення переривання. Апаратні переривання застосовуються для формування сигналу про готовність до обміну у випадку, коли небажано організувати програмне опитування прапора готовності.

У випадку застосування переривань процесор звільняється від опитування пристрою зв'язку з об'єктом і може займатися іншими задачами. Якщо необхідність в обміні виникає рідко, то вигреш у швидкодії системи в цілому може бути значним. Використання режиму переривань дозволяє вивільнити процесор для виконання інших процедур (обробка даних, допоміжних математичних розрахунків, адаптації пристрою до параметрів об'єкта за певним алгоритмом тощо), але налагодження апаратної та програмної частини викликає певні складності. Програмні налагоджувачі в більшості не реагують на апаратні переривання, тобто програмні модулі доводиться налагоджувати окремо.

Висока швидкість обміну даними досягається лише в межах передавання блоку інформації, розмір якого визначається розміром буферного ОЗП. При необхідності ж передавання більшого обсягу інформації середня швидкість передавання буде визначатись швидкодією комп'ютера в цілому і виявиться значно нижчою.

Спеціалізована цифрова обробка сигналів дозволяє суттєво збільшити ефективність побудови і експлуатації сучасних засобів передавання інформації. Часткова заміна обладнання і повна або часткова заміна програмного забезпечення може дати значний позитивний результат.

Це пов'язано з тим, що перехід до мікропроцесорів та програмованих логічних інтегральних схем принципово змінив підхід до розробки та експлуатації спеціалізованого обладнання цифрового оброблення сигналів. Суттєво зросла роль алгоритмічного програмного забезпечення, яке тепер практично повністю визначає ефективність засобів передавання і оброблення даних. Наявність потужних програмних пакетів дозволяє розраховувати характеристики розробленого пристрою або системи з використанням імітаційного моделювання ще до початку етапу проектування.

Архітектура апаратної частини засобів передавання і оброблення інформації не лише наближається до архітектури універсальної мікропроцесорної системи, але й може бути орієнтована на використання базового обладнання мікропроцесорних систем, що випускається серійно. Функціональні можливості програмних пакетів моделювання дозволяють вибрати оптимальний режим роботи обладнання і транслувати налагоджене програмне забезпечення в мову програмування високого рівня (зазвичай C/C++), яке потім за допомогою спеціалізованих трансляторів може бути перетворене на асемблер практично будь-якого процесора. Все це дозволяє отримати гнучку адаптивну апаратуру, яка під час експлуатації може переналаштовуватись під вирішення різних конкретних задач, однією з яких є обробка даних в процесі декодування [30–32].



MatLab – високорівнева інтерпретована мова програмування та пакет прикладних програм з інтегрованим середовищем для розробки, виконання інженерних та математичних розрахунків, роботи з матричними базами даних та візуалізації. MatLab представляє собою спеціально створений пакет прикладних програм для проведення інженерних розрахунків. Він дає можливість зменшити час, який затрачується на розв’язання різноманітних наукових і прикладних задач, і значно спростити розробку нових алгоритмів у таких областях як: моделювання об’єктів та систем управління, проектування комунікаційних систем, оброблення сигналів і зображень, вимірювання сигналів, обчислювальна біологія, математична фізика тощо (рисунок 3.2) [32].

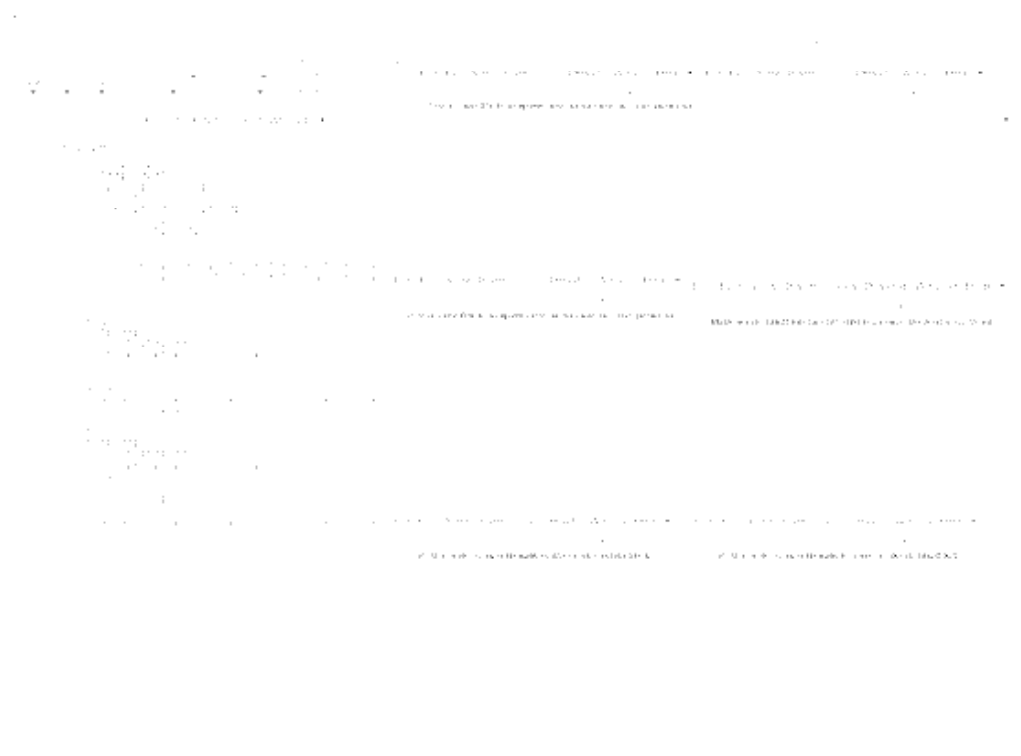


Рисунок 3.2 – Приклади використання можливостей MatLab

Система MatLab складається з мови M-language; середовища оброблення даних; керованої графіки; бібліотеки математичних функцій; програмного

інтерфейсу користувача. Мова програмування MatLab є досить простою та практичною, незначна кількість операторів компенсується великою кількістю процедур і функцій, які є зрозумілими для інженерів. Особливості MatLab:

1. Матрична мова програмування, тобто всі дані представлені у вигляді матриць та векторів, що дозволяє легко та швидко виконувати операції з ними.

2. Простота, тобто простий та зрозумілий синтаксис, що дозволяє швидко вивчати мову програмування, виконувати розробку та тестування різноманітних алгоритмів.

3. Велика кількість функцій та бібліотек для чисельних обчислень, що дозволяє легко вирішувати складні задачі та робить MatLab популярним в наукових дослідженнях та інженерних розробках, в яких зазвичай потрібно працювати з великими об'ємами даних різного типу, а також спеціалізованими алгоритмами. Також реалізована підтримка багатопотокових обчислень, що дозволяє ефективно використовувати багатоядерні процесори та обчислювальні кластери.

4. Інтерактивне середовище розробки, що дозволяє швидко виконувати та тестувати код програми.

5. Підтримка графіки, що дозволяє візуалізувати результати обчислень та досліджень.

6. Можливість інтеграції з іншими мовами програмування, такими як C, C++, Java та інші.

Враховуючи дані особливості, які будуть корисними для моделювання роботи системи цифрового зв'язку з використанням кодека паралельних

каскадних кодів, для подальших експериментальних досліджень було використано систему математичних досліджень MatLab.

### 3.2 Опис програми

Вхідними даними є бінарні послідовності; параметри компонентних кодерів; правило роботи пермішувача; критерій зупинки декодера; значення  $E_b / N_0$ . Результатом роботи програми є експериментальні функціональні залежності  $BER = f(E_b / N_0)$  або  $BER = f(q)$ .

Під час роботи з програмним забезпеченням користувач повинен ввести та вибрати необхідні для роботи вхідні дані в зазначених для цього місцях інтерфейсу програми. Після цього натиснути на кнопку-перемикач  $BER = f(E_b / N_0)$  або  $BER = f(q)$  у правій нижній панелі результатів для початку роботи програмних модулів. Програма починає видавати детальну статистику роботи у робочому вікні MatLab. Після закінчення процесу передавання даних можна переглянути графічні відображення залежно від вибору користувача. Виконавши всі необхідні операції, користувач може зберегти необхідні результати, роздрукувати їх або закрити вікно програми, закінчивши роботу з нею.

Основні функції, які розроблені у програмі:

1. `turbo_encode(cod, ...)`, `turbo_decode(dec...)` – кодування та декодування, де `cod`, `dec` – компонентний метод кодування / декодування;
2. `BPSK(...)`, `de_BPSK(...)` – проведення модуляції / демодуляції;

3. `AWGN_channel(...)` – моделювання каналу зв'язку з нормально розподіленим адитивним шумом;

4. `result(...)`, `save(...)`, `print(...)` – обчислення результатів, їх збереження та друк.

Основні технічні вимоги та мінімальні системні вимоги до програми: операційна система *Windows 7* або новіша; наявність клавіатури та миші; процесор *Core i5 (Ryzen 5)* або кращий; оперативна пам'ять – 8 ГБ; відеопам'ять – 512 МБ; жорсткий диск – 500 ГБ і більше; встановлене програмне забезпечення *MatLab*.

### 3.3 Імітаційне моделювання

Щоб знайти експериментальні залежності  $BER = f(E_b / N_0)$ , які характеризують ефективність декодування, використаємо імітаційне моделювання, тобто багаторазове випробування системи зі статистичною обробкою отриманих даних (рисунок 3.2) [19, 28].

Моделювання каналу зв'язку з AWGN проводиться з використанням оптимальних алгоритмів, які допомагають генерувати випадкові значення шуму. Дані алгоритми не вимагають великих обчислювальних потужностей та використовують нормальний закон розподілу ймовірностей, що є досить ефективним методом для аналізу роботи паралельних каскадних конструкцій при різному відношенні  $E_b / N_0$ .

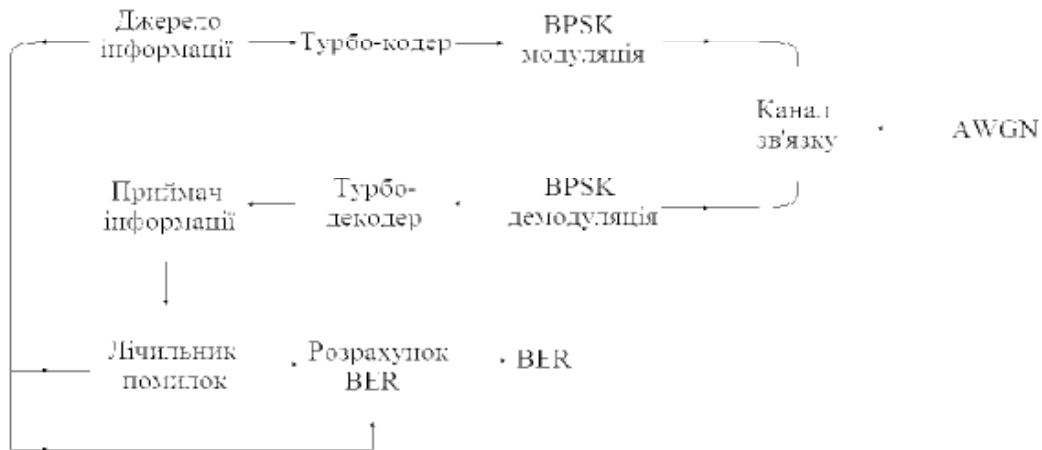


Рисунок 3.2 – Схема експерименту

Для надійної роботи необхідно знати значення  $LLR_{кан}$  (рисунок 3.3), яке в каналі з AWGN залежить від дисперсії шуму  $\sigma$  (рисунок 3.4). Знаючи величину  $\sigma$ , можна коригувати роботу методу декодування та прогнозувати BER з використанням формули [28]

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} = \frac{E_c}{2 \cdot R \cdot \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{раз}} = \frac{E_c}{2 \cdot R \cdot 10^{\frac{\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{дБ}}{10}}}, \quad (3.1)$$

де  $E_c = E_b \cdot R$  – енергія кодованого бінарного символу;

$R$  – швидкість коду;

$E_b$  – енергія некодованого бінарного символу;

$N_0$  – спектральна щільність потужності шуму.

На основі рисунків 3.3 та 3.4 можна зробити висновок, що зі зменшенням  $E_b/N_0$  значення  $\sigma$  збільшується, а  $LLR_{кан}$  зменшується, тобто каналні показники слабо впливають на обмін апіорної та апостеріорної інформації з

декодерів в зашумлених каналах, але їх дія посилюється в хороших каналах.  
 При малих значеннях  $E_b / N_0$  каскадні коди показують кращі результати.

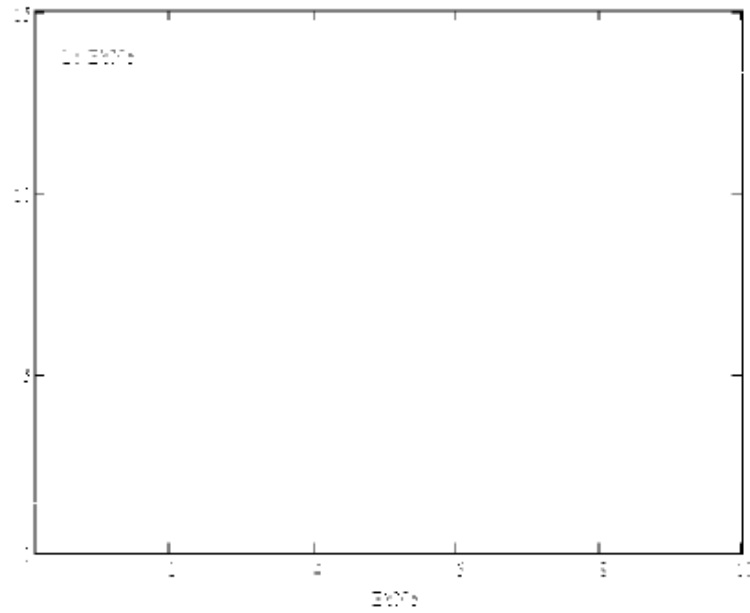


Рисунок 3.3 – Зміна значення  $LLR_{кан}$  залежно від  $E_b / N_0$ , швидкість коду 1/3

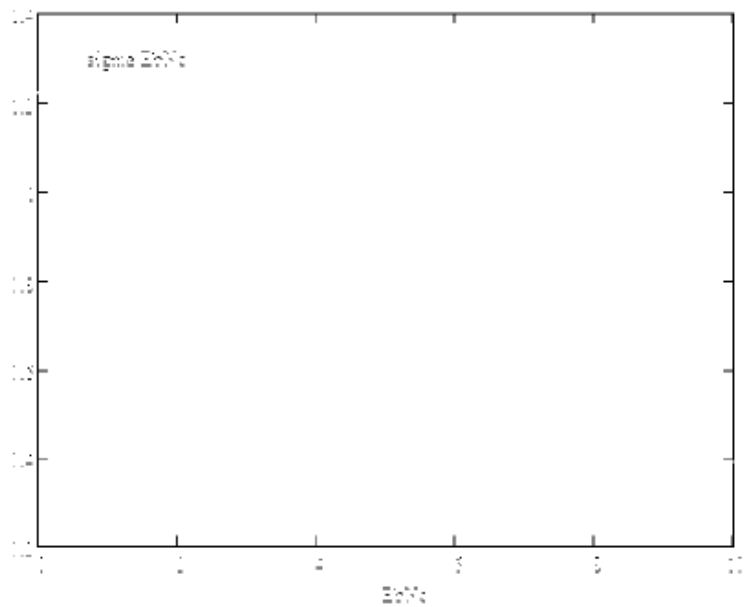


Рисунок 3.4 – Зміна значення  $\sigma$  залежно від  $E_b / N_0$ , швидкість коду 1/3

Дослідимо ефективність запропонованого гібридного методу декодування. Для цього проведемо експеримент, в якому використаємо генератор псевдовипадкової послідовності символів, розмір кадру – 1024 біта, код з двома складовими  $RSC$ -кодерами без перфорації (генератори  $(7,5)_8$ , швидкість кодування  $R=1/3$ ), псевдовипадковий інтерлівер, кодер терміновано “хвостовою” послідовністю розміром  $m=2$  біти, максимум 8 ітерацій декодування, BPSK-модем, канал з AWGN. Моделювання виконувалося на інтервалі  $[0, 3]$  дБ з кроком  $0,25$  дБ. Критеріями закінчення був час (до 1 години на крок) і кількість пошкоджених кадрів (не менше 10).

Результати даного експерименту представлені на рисунку 3.5 та в числовій формі у таблиці 3.1.

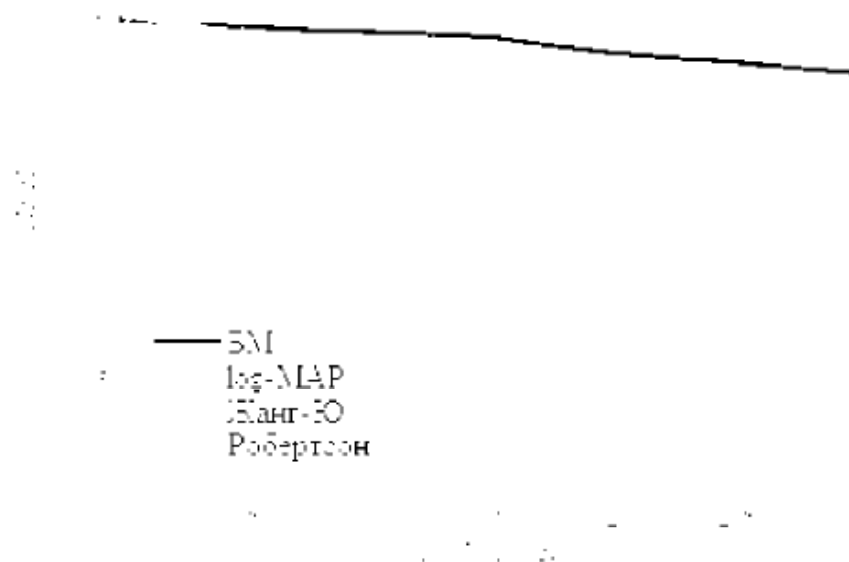


Рисунок 3.5 – Результати моделювання методів декодування паралельної каскадної конструкції кодів

Таблиця 3.1 – Значення  $BER$  залежно від відношення  $E_b / N_0$ 

$E_b / N_0$ , дБ	$BER$		
	<i>log-MAP</i>	<i>Жанга-Ю</i>	<i>Робертсон</i>
0.00	$5.45 \cdot 10^{-2}$	$5.51 \cdot 10^{-2}$	$1.05 \cdot 10^{-2}$
0.25	$1.61 \cdot 10^{-2}$	$6.91 \cdot 10^{-2}$	$5.02 \cdot 10^{-2}$
0.50	$5.57 \cdot 10^{-3}$	$2.27 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$
0.75	$6.31 \cdot 10^{-3}$	$2.29 \cdot 10^{-2}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$
1.00	$3.32 \cdot 10^{-3}$	$6.44 \cdot 10^{-2}$	$1.35 \cdot 10^{-2}$
1.25	$5.01 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$1.67 \cdot 10^{-2}$
1.50	$1.74 \cdot 10^{-3}$	$3.74 \cdot 10^{-3}$	$1.55 \cdot 10^{-2}$
1.75	$1.55 \cdot 10^{-3}$	$2.22 \cdot 10^{-3}$	$3.94 \cdot 10^{-3}$
2.00	$5.59 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-3}$	$1.35 \cdot 10^{-3}$
2.25	0	$9.33 \cdot 10^{-4}$	$1.02 \cdot 10^{-3}$
2.50	0	$9.05 \cdot 10^{-4}$	$9.95 \cdot 10^{-4}$
2.75	0	$5.56 \cdot 10^{-4}$	$9.35 \cdot 10^{-4}$
3.00	0	$5.23 \cdot 10^{-4}$	$5.29 \cdot 10^{-4}$

Використовуючи вищевказані методи декодування, можна отримати енергетичний вигравш порівняно з некодованою кривою BPSK. Метод декодування Жанга-Ю кращий, ніж метод Робертсона на відрізьку до 2 дБ, але програє методу log-MAP, маючи меншу обчислювальну складність декодування даних.

Використовуючи таблицю 3.1, можна представити результати роботи гібридного методу декодування (рисунок 3.6). Слід зазначити, що спочатку на  $E_b / N_0 \leq 2$  відбувається різкий спад кривої BER. На високих значеннях  $E_b / N_0 > 2 - 3$  дБ значення BER не дуже сильно залежить від коригуючої функції. Відповідно величина BER для оптимальних методів декодування



прямує до BER субоптимального методу Робертсона, досягаючи ”порогу насичення”.

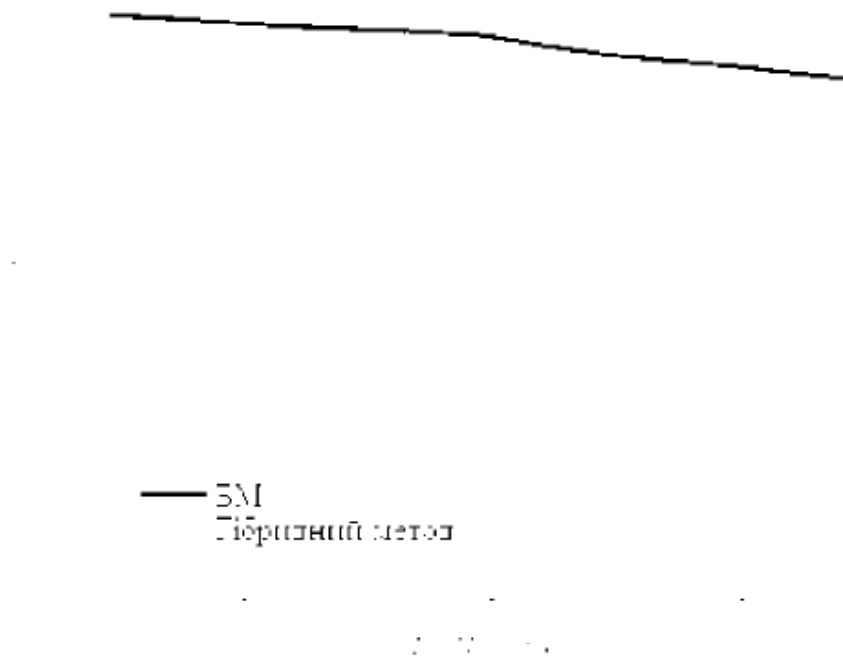


Рисунок 3.6 – Результати моделювання гібридного методу декодування паралельної каскадної конструкції кодів

Визначено, що даний метод дозволяє підвищити вірогідність передавання даних та отримати енергетичний вигравш 0,13 – 0,42 *дБ* порівняно з методом Робертсона, програючи 0,12 – 0,16 *дБ* методу log-MAP. Якщо розглядати обчисловальну складність декодування у вигляді кількості елементарних математичних операцій (ЕМО), які виконує цифровий сигнальний процесор, то ЕМО даного методу знаходиться в межах між складністю методу Робертсона (складніша) та log-MAP (простіша).

### 3.4 Експеримент з мультимедійними даними

Передавання кольорового зображення “*notebook.jpg*” (768 фреймів, 4096 бітів у кадрі) проводилося при високих значеннях шуму (для кожного пакету показник  $E_b / N_0$  випадкове число з інтервалу  $[0.5, 2.5]$  дБ) з використанням запропонованого гібридного методу декодування.

На рисунку 3.7 показано отримані залежності BER та SER (коефіцієнти бітових та символічних помилок) від кількості ітерацій декодування  $q$ .



Рисунок 3.7 – Експериментальні залежності BER та SER

Чисельні показники наведені в таблиці 3.2, де  $BEN / SEN$  – кількість бітових та символічних помилок.

Таблиця 3.2 – Чисельні показники експерименту

Кількість ітерацій, $q$	$BEN$	$SEN$	$BER$	$SER$
0	434559	178187	$1,381 \cdot 10^{-1}$	$9,063 \cdot 10^{-1}$
1	187020	106908	$5,945 \cdot 10^{-2}$	$5,438 \cdot 10^{-1}$
4	795	645	$2,527 \cdot 10^{-4}$	$3,281 \cdot 10^{-3}$
8	56	36	$1,780 \cdot 10^{-5}$	$1,831 \cdot 10^{-4}$

На рисунках 3.8 – 3.11 представлено результати роботи у мультимедійному вигляді. У лівому верхньому куті рисунків 3.8 – 3.11 показано кількість ітерацій декодування, перше число знизу вказує на помилки у бітах, а друге – в символах.

Можна помітити, що зі збільшенням кількості ітерацій декодування якість зображення покращується (кількість помилок зменшується), причому можна побачити, що для того, щоб отримати хороші результати при умові значної потужності шуму, необхідно виконати більше 8 ітерацій декодування.

„

154889 1 518

Рисунок 3.8 – Зображення без кодування, BPSK-модем



Рисунок 3.9 – Зображення після 1 ітерації декодування



Рисунок 3.10 – Зображення після 4 ітерацій декодування



Рисунок 3.11 – Зображення після 8 ітерацій декодування

### 3.5 Висновки

З використанням розробленого програмного забезпечення проведено дослідження ефективності роботи декодерів. Отримані експериментальні залежності  $BER = f(E_b/N_o)$  дозволяють стверджувати, що гібридний метод декодування дозволяє підвищити вірогідність передавання даних та отримати енергетичний вигравш 0,13–0,42 дБ порівняно з методом Робертсона, програючи 0,12–0,16 дБ методу log-MAP. Таким чином, результати експериментів свідчать про те, що гібридний метод дозволяє досягти хорошої коригуючої здатності  $BER$  та  $SER$  при низьких відношеннях сигнал/шум.

## 4 ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗДІЛ

### 4.1 Технологічний аудит розробленого методу декодування даних

Загальновизнано, що однією із основних сфер діяльності людини в сучасному світі є інформація, вимоги до цілісності та вірогідності передавання якої в умовах існуючого відношення сигнал / шум постійно зростають. Тому мета виконаної нами магістерської кваліфікаційної роботи полягала у підвищенні вірогідності передавання даних від відправника інформації до її отримувача за рахунок використання гібридного методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів.

Для встановлення рівня комерційного потенціалу розробленого методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів проведено його аудит технологічний аудит, для чого запрошено 3-ох відомих експертів: доктора технічних наук, професора Кветного Р.Н., кандидата технічних наук, доцента Кривогубченко С.Г. та кандидата технічних наук, доцента Гармаша В.В.

Оцінювання комерційного потенціалу розробленого методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів здійснювалося за критеріями, зведеними в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Рекомендовані критерії оцінювання рівня комерційного потенціалу будь-якої розробки і їх бальна оцінка

Критерії оцінювання та бали (за 5-ти бальною шкалою)					
	0	1	2	3	4
Технічна здійсненність концепції:					
1	Достовірність концепції не підтверджена	Концепція підтверджена експертними висновками	Концепція підтверджена розрахунками	Концепція перевірена на практиці	Перевірено роботоздатність продукту в реальних умовах

Продовження таблиці 4.1

	0	1	2	3	4
Ринкові переваги (недоліки):					
2	Багато аналогів на малому ринку	Мало аналогів на малому ринку	Кілька аналогів на великому ринку	Один аналог на великому ринку	Продукт не має аналогів на великому ринку
3	Ціна продукту значно вища за ціни аналогів	Ціна продукту дещо вища за ціни аналогів	Ціна продукту приблизно дорівнює цінам аналогів	Ціна продукту дещо нижче за ціни аналогів	Ціна продукту значно нижче за ціни аналогів
4	Технічні та споживчі властивості продукту значно гірші, ніж в аналогів	Технічні та споживчі властивості продукту трохи гірші, ніж в аналогів	Технічні та споживчі властивості продукту на рівні аналогів	Технічні та споживчі властивості продукту трохи кращі, ніж в аналогів	Технічні та споживчі властивості продукту значно кращі, ніж в аналогів
Ринкові перспективи					
5	Експлуатаційні витрати значно вищі, ніж в аналогів	Експлуатаційні витрати дещо вищі, ніж в аналогів	Експлуатаційні витрати на рівні експлуатаційних витрат аналогів	Експлуатаційні витрати трохи нижчі, ніж в аналогів	Експлуатаційні витрати значно нижчі, ніж в аналогів
6	Ринок малий і не має позитивної динаміки	Ринок малий, але має позитивну динаміку	Середній ринок з позитивною динамікою	Великий стабільний ринок	Великий ринок з позитивною динамікою
7	Активна конкуренція великих компаній на ринку	Активна конкуренція	Помірна конкуренція	Незначна конкуренція	Конкурентів немає
Практична здійсненність					
8	Відсутні фахівці як з технічної, так і з комерційної реалізації ідеї	Необхідно наймати фахівців або витратити значні кошти та час на їх навчання	Необхідне незначне навчання фахівців та збільшення їх штату	Необхідне незначне навчання фахівців	Є фахівці з питань як з технічної, так і з комерційної реалізації ідеї
9	Потрібні значні фінансові ресурси, які відсутні. Джерела фінансування ідеї відсутні	Потрібні незначні фінансові ресурси. Джерела фінансування відсутні	Потрібні значні фінансові ресурси. Джерела фінансування є	Потрібні незначні фінансові ресурси. Джерела фінансування є	Не потребує додаткового фінансування

Продовження таблиці 4.1					
	0	1	2	3	4
10	Необхідна розробка нових матеріалів	Потрібні матеріали, що використовуються у військово-промисловому комплексі	Потрібні дорогі матеріали	Потрібні досяжні та дешеві матеріали	Всі матеріали для реалізації ідеї відомі та давно використовуються у виробництві
11	Термін реалізації ідеї більший за 10 років	Термін реалізації ідеї більший за 5 років. Термін окупності інвестицій більше 10-ти років	Термін реалізації ідеї від 3-х до 5-ти років. Термін окупності інвестицій більше 5-ти років	Термін реалізації ідеї менше 3-х років. Термін окупності інвестицій від 3-х до 5-ти років	Термін реалізації ідеї менше 3-х років. Термін окупності інвестицій менше 3-х років
12	Необхідна розробка регламентних документів та отримання великої кількості дозвільних документів на виробництво та реалізацію продукту	Необхідно отримання великої кількості дозвільних документів на виробництво та реалізацію продукту, що вимагає значних коштів та часу	Процедура отримання дозвільних документів для виробництва та реалізації продукту вимагає незначних коштів та часу	Необхідно тільки повідомлення відповідним органам про виробництво та реалізацію продукту	Відсутні будь-які регламентні обмеження на виробництво та реалізацію продукту

Висококваліфіковані експерти оцінили розробку у таблиці 4.2.

Середньоарифметична сума балів  $\overline{CB}$ , що їх виставили експерти, становила:

$$\overline{CB} = \frac{\sum_{i=1}^3 B_i}{3} = \frac{42 + 44 + 45}{3} = \frac{131}{3} = 43,67.$$

Загальний рівень комерційного потенціалу розробки було встановлено за критеріями, наведеними в таблиці 4.3 [34, 35]. Можна зробити висновок, що розроблений метод декодування було оцінено експертами у 43,67 балів, що свідчить, що розробка має комерційний потенціал, який вважається “високим”.



Таблиця 4.2 – Результати технологічного аудиту розробки  
(за шкалою оцінювання 0-1-2-3-4)

Критерії	Прізвище, ініціали експертів		
	Кветний Р.Н.	Кривогубченко С.Г.	Гармаш В.В.
	Бали, виставлені експертами:		
1	3	4	4
2	4	3	4
3	3	3	3
4	4	4	4
5	4	3	4
6	4	3	3
7	3	4	4
8	4	4	3
9	3	4	4
10	3	4	4
11	4	4	4
12	3	4	4
Сума балів	СБ <sub>1</sub> = 42	СБ <sub>2</sub> = 44	СБ <sub>3</sub> = 45

Таблиця 4.3 – Рівні технічного та комерційного потенціалу розробки

Середньоарифметична сума балів, розрахована на основі висновків експертів	Рівень технічного та комерційного потенціалу розробки
0 – 10	Низький
11 – 20	Нижче середнього
21 – 30	Середній
31 – 40	Вище середнього
41 – 48	Високий

Це пояснюється тим, що розроблений метод декодування завадостійких паралельних каскадних кодів дозволяє суттєво підвищити ефективність роботи системи цифрового зв'язку.

#### 4.2 Розрахунок витрат на розробку та проведення досліджень

Під час виконання роботи було зроблено такі витрати:

1. Основна заробітна плата виконавців  $Z_o$  (таблиця 4.4):

$$Z_o = \frac{M}{T_p} \cdot t \text{ (грн.)}, \quad (4.1)$$

де  $M$  – місячний посадовий оклад розробника, грн., (6700...26000) грн./місяць;  
 $T_p$  – кількість робочих днів в місяці,  $T_p = 23$  дні;  $t$  – кількість днів роботи.

2. Додаткова заробітна виконавців плата  $Z_d$  розраховується як (10...12)% від величини основної заробітної плати виконавців, тобто:

$$Z_d = (0,1...0,12) \cdot Z_o \text{ (грн.)} \quad (4.2)$$

Для нашого випадку отримаємо:

$$Z_d = 0,12 \times 28379 = 3405,48 \approx 3406 \text{ грн.}$$

3. Нарахування на заробітну плату  $H_{зп}$  розраховуються за формулою:

$$H_{зп} = (Z_o + Z_d) \cdot \frac{\beta}{100}, \quad (4.3)$$

де  $Z_0$  – основна заробітна плата виконавців, грн.;  $Z_d$  – додаткова заробітна плата виконавців, грн.;  $\beta$  – ставка єдиного внеску на загальнообов'язкове державне соціальне страхування,  $\beta = 22\%$ .

Тоді отримаємо:

$$H_{зп} = (28379 + 3406) \times 0,22 = 6992,70 \approx 6993 \text{ грн.}$$

Таблиця 4.4 – Розрахунок основної заробітної плати виконавців (розробників)

Найменування посади виконавця	Місячний посадовий оклад, грн.	Оплата за робочий день (або за годину), грн.	Кількість днів роботи	Витрати на оплату праці, грн.	Примітка
1. Науковий керівник	20900	908,69	20 годин	$\approx 3029$	6 год. у день
2. Студент-розробник-магістрант	6700	291,30	79 день	$\approx 23013$	
3. Консультант з економічної частини	19000	826,08	1,5 годин	$\approx 207$	6 год. у день
4. Інші консультанти	18000	782,61	4 дні	$\approx 3130$	
Всього				28 379 грн.	

4. Витрати на матеріали  $M$  розраховуються по кожному виду матеріалів:

$$M = \sum_1^n H_i \cdot \Pi_i \cdot K_i - \sum_1^n B_i \cdot \Pi_b \quad (\text{грн.}), \quad (4.4)$$

де  $H_i$  – витрати матеріалу  $i$ -го найменування, кг;  $\Pi_i$  – вартість матеріалу  $i$ -го найменування, грн./кг.;  $K_i$  – коефіцієнт транспортних витрат,  $K_i = (1,1 \dots 1,15)$ ;  $B_i$  – маса відходів матеріалу  $i$ -го найменування, кг;  $\Pi_b$  – ціна відходів матеріалу  $i$ -го найменування, грн./кг.;  $n$  – кількість видів матеріалів.

5. Витрати на комплектуючі  $K$  розраховуються за формулою:

$$K = \sum_1^n H_i \cdot \Pi_i \cdot K_i \quad (\text{грн.}), \quad (4.5)$$

де  $H_i$  – кількість комплектуючих  $i$ -го виду, шт.;  $\Pi_i$  – ціна комплектуючих  $i$ -го виду, грн.;  $K_i$  – коефіцієнт транспортних витрат,  $K_i = (1,1 \dots 1,15)$ ;  $n$  – кількість видів комплектуючих.

За аналогією з іншими розробками вартість всіх використаних матеріальних ресурсів становить приблизно 2400 грн.

6. Витрати на силову електроенергію  $V_e$  розраховуються за формулою:

$$V_e = \frac{B \cdot \Pi \cdot \Phi \cdot K_{\Pi}}{K_d}, \quad (4.6)$$

де  $B$  – вартість 1 кВт-год. електроенергії, в 2023 р.  $B \approx 4,5$  грн./кВт;  $\Pi$  – установлена потужність обладнання,  $\Pi = 1,6$  кВт;  $\Phi$  – фактична кількість годин роботи обладнання,  $\Phi = 260$  годин;  $K_{\Pi}$  – коефіцієнт використання потужності,  $K_{\Pi} < 1 = 0,75$ ;  $K_d$  – коефіцієнт корисної дії,  $K_d = 0,65$ .

Тоді витрати на електроенергію складуть:

$$B_e = \frac{B \cdot \Pi \cdot \Phi \cdot K_{\Pi}}{K_d} = \frac{4,5 \cdot 1,6 \cdot 260 \cdot 0,75}{0,65} = 2160 \text{ грн.}$$

7. Амортизація обладнання, комп'ютерів та приміщень (таблиця 4.5):

$$A = \frac{\Pi \cdot H_a}{100} \cdot \frac{T}{12} \text{ (грн.)}, \quad (4.7)$$

де  $\Pi$  – загальна балансова вартість основних засобів, грн.;  $H_a$  – річна норма амортизаційних відрахувань,  $H_a = (2...25)\%$ ;  $T$  – термін, використання обладнання, приміщень тощо, місяці.

Таблиця 4.5 – Розрахунок амортизаційних відрахувань

Найменування обладнання, приміщень тощо	Балансова вартість, грн.	Норма амортизації, %	Термін використання, міс.	Величина амортизаційних відрахувань, грн.
1. Персональні комп'ютери, принтери тощо	59500	25	3,2 (95%)	3768,33
2. Приміщення кафедри та факультету	38600	2,5	3,2 (65%)	167,27
Всього				$A \approx 3936$ грн.

8. Інші витрати  $B_{\text{ін}}$  можна прийняти як  $(50...300)\%$  від основної заробітної плати виконавців, тобто:

$$B_{\text{ін}} = K_{\text{ін}} \times 3_o = (0,5...3,0) \times 3_o. \quad (4.8)$$

Для нашого випадку домовимося, що  $K_{ін} = 1,5$ . Тоді:

$$V_{ін} = 1,5 \times 28379 = 42568,50 \approx 42569 \text{ грн.}$$

9. Сума всіх попередніх статей витрат складає витрати на виконання роботи безпосередньо розробником-магістрантом:

$$B = 28379 + 3406 + 6993 + 2400 + 3936 + 2160 + 42569 = 89843 \text{ грн.}$$

10. Розрахунок загальних витрат на розробку та остаточне доопрацювання виконаної нами роботи здійснюється за формулою:

$$3B = B/\beta, \quad (4.9)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт, який характеризує етап (стадію) виконання даної роботи,  $\beta \approx 0,85$  [34, 35], оскільки робота практично завершена:

$$3B = \frac{89843}{0,8} = 112303,75 \text{ грн. або приблизно 113 тисяч грн.}$$

Тобто прогнозовані витрати на розроблення та остаточне доопрацювання методу декодування становлять приблизно 113 тисяч грн.

#### 4.3 Розрахунок економічного ефекту від комерціалізації розробки

Аналіз ринку показує, що розроблений метод декодування завадостійких паралельних каскадних кодів (програмне, математичне та алгоритмічне забезпечення) буде мати значний попит на ринку у низці компаній, які

займаються науковою діяльністю, бездротовими, мобільними та супутниковими комунікаціями, цифровим телебаченням, програмованими радіосистемами тощо. Оскільки прямих аналогів нашої розробки на ринку немає, а розробки відомих компаній ViaSat, Comtech АНА, Xilinx знаходяться у закритому доступі і оцінюються експертами приблизно у 250 тисяч грн, то нашу розробку можна було б реалізувати на ринку приблизно за 200 тисяч грн, тобто на 50 тисяч грн дешевше.

Аналіз ринку також показав, що потенційна кількість користувачів аналогічних систем буде постійно зростати. Тобто, якщо наша розробка буде впроваджена з 1 січня 2024 року, то її результати будуть виявлятися впродовж 2024-го, 2025-го та 2026-го років. Прогноз зростання попиту на нашу розробку складає по роках: 2023 рік – 1 шт., тобто це наша розробка; 2024 р. – +5 шт. до базового року; 2025 р. – +10 шт. до базового року; 2026 р. – +20 шт. до базового року.

Можливе збільшення чистого прибутку  $\Delta\Pi_i$ , що його може отримати потенційний інвестор від виведення нашої розробки на ринок, становитиме:

$$\Delta\Pi_i = \sum_1^n (\Delta\Pi_0 \cdot N + \Pi_0 \cdot \Delta N)_i \cdot \lambda \cdot \rho \cdot \left(1 - \frac{\nu}{100}\right), \quad (4.10)$$

де  $\Delta\Pi_0$  – покращення основного якісного показника від впровадження результатів нашої розробки у цьому році,  $\Delta\Pi_0 = 200 - 250 = -50$  тисяч грн;  $N$  – основний кількісний показник, який визначає обсяг діяльності у році до впровадження результатів розробки;  $N = 1$  шт.;  $\Delta N$  – покращення основного кількісного показника від впровадження результатів розробки;  $\Pi_0$  – основний якісний показник (тобто ціна), який визначає обсяг діяльності у році після впровадження результатів розробки,  $\Pi_0 = 200$  тисяч грн;  $n$  – кількість років, впродовж яких очікується отримання позитивних результатів від впровадження

розробки, для нашого випадку  $n = 3$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт, який враховує сплату податку на додану вартість,  $\lambda = 0,8333$ ;  $\rho$  – коефіцієнт, який враховує рентабельність продукту,  $\rho = (0,2...0,5)$ , нехай  $\rho = 0,5$ ;  $\nu$  – ставка податку на прибуток, у 2023-2026 роках  $\nu = 18\%$  (припущення).

Тоді можливе зростання чистого прибутку  $\Delta\Pi_i$  для потенційного інвестора становитиме:

$$\Delta\Pi_1 = [-50 \cdot 1 + 200 \cdot 5] \cdot 0,8333 \cdot 0,5 \cdot \left(1 - \frac{18}{100}\right) \approx 325 \text{ тис. грн.}$$

$$\Delta\Pi_2 = [-50 \cdot 1 + 200 \cdot 10] \cdot 0,8333 \cdot 0,5 \cdot \left(1 - \frac{18}{100}\right) \approx 666 \text{ тис. грн.}$$

$$\Delta\Pi_3 = [-50 \cdot 1 + 200 \cdot 20] \cdot 0,8333 \cdot 0,5 \cdot \left(1 - \frac{18}{100}\right) \approx 1350 \text{ тис. грн.}$$

Приведена вартість зростання всіх чистих прибутків від можливого впровадження і комерціалізації нашої розробки становитиме:

$$ГПП = \sum_1^t \frac{\Delta\Pi_i}{(1 + \tau)^t}, \quad (4.11)$$

де  $\Delta\Pi_i$  – збільшення чистого прибутку у кожному із років, впродовж яких виявляються результати виконаної та впровадженої роботи, грн.;  $t$  – період часу, впродовж якого виявляються результати впровадженої роботи,  $t = 3$  роки;  $\tau$  – ставка дисконтування,  $\tau = 0,10$  (10%);  $t$  – період часу від моменту початку розроблення та остаточного доопрацювання методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів до моменту отримання можливих чистих прибутків потенційним інвестором.



Тоді приведена вартість зростання всіх можливих чистих прибутків ПП, що їх може отримати інвестор від комерціалізації розробки, складе:

$$\text{ПП} = \frac{325}{(1+0,1)^2} + \frac{666}{(1+0,1)^3} + \frac{1350}{(1+0,1)^4} \approx 269 + 500 + 922 = 1691 \text{ тисяч грн.}$$

Теперішня вартість інвестицій PV, що повинні бути вкладені у реалізацію нашої розробки:

$$\text{PV} = (1,0 \dots 5,0) \times B_{\text{заг}}. \quad (4.12)$$

$$\text{PV} = (1,0 \dots 5,0) \times 113 = 3 \times 113 = 339 \text{ тисяч грн.}$$

Абсолютний ефект від можливих вкладених інвестицій  $E_{\text{абс}}$ .

$$E_{\text{абс}} = \text{ПП} - \text{PV}, \quad (4.13)$$

де ПП – приведена вартість збільшення всіх чистих прибутків для потенційного інвестора від можливої комерціалізації нашої розробки, грн.; PV – теперішня вартість інвестицій.

Абсолютний ефект від можливого впровадження розробки складе:

$$E_{\text{абс}} = 1691 - 339 = 1352 \text{ тисяч грн.}$$

Далі розрахуємо внутрішню дохідність  $E_{\text{в}}$  вкладених інвестицій:

$$E_{\text{в}} = T_{\text{ж}} \sqrt[T_{\text{ж}}]{1 + \frac{E_{\text{абс}}}{\text{PV}}} - 1, \quad (4.14)$$

де  $E_{\text{абс}}$  – абсолютний ефект вкладених інвестицій; PV – теперішня вартість початкових інвестицій;  $T_{\text{ж}}$  – життєвий цикл розробки,  $T_{\text{ж}} = 4$  роки.

Для нашого випадку отримаємо:

$$E_b = \sqrt[4]{1 + \frac{1352}{339}} - 1 = \sqrt[4]{1 + 3,9882} - 1 = \sqrt[4]{4,9882} - 1 = 1,494 - 1 = 0,494 = 49,4\%.$$

Далі визначимо ту мінімальну дохідність, нижче за яку потенційному інвестору не вигідно буде займатися комерціалізацією нашої розробки. Мінімальна дохідність або мінімальна (бар'єрна) ставка дисконтування  $\tau_{\text{мін}}$  визначається за формулою:

$$\tau_{\text{мін}} = d + f, \quad (4.15)$$

де  $d$  – середньозважена ставка за депозитними операціями в комерційних банках, в 2022-2023 роках в Україні  $d = (0,10 \dots 0,12)$ ;  $f$  – показник, що характеризує ризикованість вкладень,  $f = (0,1 \dots 0,50)$ , нехай  $f = 0,30$ .

Для нашого випадку отримаємо:

$$\tau_{\text{мін}} = 0,12 + 0,30 = 0,42 \text{ або } \tau_{\text{мін}} = 42\%.$$

Оскільки величина  $E_b = 49,4\% > \tau_{\text{мін}} = 42\%$ , то потенційний інвестор у принципі може бути зацікавлений у фінансуванні та комерціалізації розробленого нами методу декодування завадостійких каскадних кодів.

Далі розраховуємо термін окупності коштів, вкладених у можливу комерціалізацію розробленого методу декодування:

$$T_{\text{ок}} = \frac{1}{E_b}. \quad (4.16)$$

Для нашого випадку термін окупності  $T_{ок}$  коштів становитиме:

$$T_{ок} = \frac{1}{0,494} = 2,02 \text{ років} < 3 \text{ років,}$$

що свідчить про потенційну доцільність комерціалізації розробленого нами методу декодування.

Далі проведено моделювання залежності величини внутрішньої дохідності вкладених потенційних інвестицій від рівня інфляції у країні. Якщо рівень інфляції зросте до 20%, то:

$$ПП = \frac{325}{(1+0,2)^2} + \frac{666}{(1+0,2)^3} + \frac{1350}{(1+0,2)^4} \approx 226 + 385 + 651 = 1262 \text{ тисяч грн.}$$

Абсолютний ефект від можливого впровадження розробки:

$$E_{абс} = 1262 - 339 = 923 \text{ тисяч грн.}$$

Розрахуємо внутрішню дохідність  $E_v$  вкладених інвестицій:

$$E_v = \sqrt[4]{1 + \frac{923}{339}} - 1 = \sqrt[4]{1 + 2,7227} - 1 = \sqrt[4]{3,7227} - 1 = 1,39 - 1 = 0,39 = 39,0\%.$$

Оскільки величина  $E_v = 39,0\% \approx \tau_{мін} = 42\%$ , то потенційний інвестор у принципі також може бути зацікавлений у фінансуванні та комерціалізації розробленого методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів.

Якщо рівень інфляції зросте до 30%, то:

$$\text{ПП} = \frac{325}{(1+0,3)^2} + \frac{666}{(1+0,3)^3} + \frac{1350}{(1+0,3)^4} \approx 192 + 303 + 473 = 968 \text{ тисяч грн.}$$

Абсолютний ефект від можливого впровадження нашої розробки:

$$E_{\text{абс}} = 968 - 339 = 629 \text{ тисяч грн.}$$

Розрахуємо внутрішню дохідність  $E_v$  вкладених інвестицій:

$$E_v = \sqrt[4]{1 + \frac{629}{339}} - 1 = \sqrt[4]{1 + 1,8554} - 1 = \sqrt[4]{2,8554} - 1 = 1,30 - 1 = 0,30 = 30,0\%.$$

Оскільки величина  $E_v = 30,0\% < \tau_{\text{мін}} = 42\%$ , то потенційний інвестор може бути не зацікавлений у фінансуванні та комерціалізації розробленого нами методу декодування завадостійких кодів. Остаточне рішення потребує проведення додаткових розрахунків (можливо зниження рівня ризикованості вкладень, збільшення попиту на розробку, збільшення ціни реалізації тощо). Зроблені розрахунки у вигляді діаграм наведено на рисунку 4.1.



Рис. 4.1. Залежність внутрішньої дохідності потенційних інвестицій від рівня інфляції в країні

Рисунок 4.1 – Моделювання залежності величини внутрішньої дохідності потенційних інвестицій від рівня інфляції у країні (10%, 20% і 30%)

#### 4.4 Висновки

Аналіз комерційного потенціалу розробки показав, що програмний продукт за своїми характеристиками випереджає можливі аналогічні реалізації і є перспективною розробкою. Він має кращі функціональні показники, а тому є конкурентоспроможним товаром на ринку. Результати виконаної економічної частини роботи зведено у таблицю 4.6.

Таблиця 4.6 – Результати економічного розділу роботи

Показники	Задані у технічному завданні	Досягнуті у магістерській кваліфікаційній роботі	Висновок
1. Витрати на розробку методу	не більше 120 тис. грн.	113 тис. грн.	Виконано
2. Абсолютний ефект від впровадження розробки, тис. грн.	не менше 1250 тис. грн.	1352 тис. грн. (при 10%-інфляції)	Виконано
3. Внутрішня норма дохідності інвестицій, %	не менше 42%	49,4% (при 10%-інфляції)	Виконано
4. Термін окупності інвестицій, роки	до 3-ох років	2,02 років	Виконано

Таким чином, основні техніко-економічні показники розробленого гібридного методу декодування виконані.

## ВИСНОВКИ

У ході роботи визначено, що використання завадостійких кодів дозволяє отримати енергетичний вигаш та покращити якість зв'язку. Найбільшого поширення отримали каскадні кодові конструкції, які дають змогу отримати високі показники вірогідності у каналах зв'язку з високим рівнем шуму. Оптимальними є методи декодування MAP та log-MAP, а їх субоптимальні модифікації, які знижують обчислювальну складність, можна отримати, апроксимувавши коригуючу функцію. У даній роботі запропоновано гібридний метод декодування, який використовує вибірково компонентні методи залежно від показників шуму у каналі зв'язку.

Розроблене програмне забезпечення дає змогу виконати експериментальні дослідження процесу передавання даних. Визначено, що розроблений метод декодування дозволяє підвищити вірогідність переданих даних і отримати енергетичний вигаш. Проведені експерименти з мультимедійними даними дозволяють стверджувати, що розроблений метод можна застосовувати для передавання даних у системах цифрового зв'язку.

Аналіз комерційного потенціалу програмного забезпечення показав, що його розробка є перспективною.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Channel Coding in Communication Networks. From Theory to Turbocodes / C. Berrou, C. Douillard, M. Jezequel, A. Picart. Chippenham: ISTE, 2007. 437 p.
2. Hanzo L., Liew T. H., Yeap B. L. Turbo Coding, Turbo Equalisation and Space-Time Coding for Transmission over Wireless Channels. Southampton: Department of Electronics and Computer Science, 2002. 746 p.
3. Channel Coding: Theory, Algorithms, and Applications / D. Declerq et al. Academic Press Library in Mobile and Wireless Communications, 2014. 690 p.
4. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes. *Proceedings of the ICC*. Geneva, 1993. P. 1064–1070.
5. Berrou C., Glavieux A. Near Optimum Error Correcting Coding and Decoding: Turbo-codes. *IEEE Transactions on Communications*. 1996. Vol. 44. P. 1261–1271.
6. Robertson P., Villebrun P., Hoher P. Optimal and Sub-Optimal Maximum A Posteriori Algorithms Suitable for Turbo Decoding. *European Transactions on Telecommunications*. 1997. Vol. 8. P. 119–125.
7. Robertson P., Villebrun E., Hoher P. Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the log Domain. *IEEE International Conference on Communications ICC*. 1995. Vol. 2. P. 1009–1013.
8. Zhang L., Yu S.-Z. A Simplified log-MAP Turbo Decoder by Fitting Method. *Proceedings in IEEE International Conference on Advanced Communication Technology*. 2005. Vol. 2. P. 854–857.

9. Morgos F.L., Cuc A.-M., Grava C. Performance Analysis of Turbo Codes, LDPC Codes, and Polar Codes over an AWGN Channel in the Presence of Inter Symbol Interference. *Sensors*. Basel, 2023. № 4. 19 p. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/23/4/1942> (дата звернення 25.09.2023)

10. Зайцев С.В. Модифікований алгоритм декодування турбокодів log-MAP з урахуванням впливу навмисних завад. *Науково-технічний журнал "Математичні машини і системи"*. Київ, 2015. № 4. С. 70–79.

11. Модифікований алгоритм турбо-декодування для турбо-кодів із повторенням / О. Овчаров, С. Зайцев, С. Лівенцев, О. Петрова. *Науковий журнал "Зв'язок"*. Київ: Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, 2011. № 4. С. 38–46.

12. Skuratov S.M., Vodnarenko V.O., Ivanov Yu.Yu. Hybrid Turbo-Decoding Method. *Міжнародна науково-технічна конференція MININGMETALTECH*. Технічний університет «Метінвест Політехніка», 2023. URL: <https://metinvest.university/wp-content/uploads/documents/Програма-конференції-МІП2023.pdf> (дата звернення 01.12.2023)

13. Основи техніки передавання інформації / Р. Н. Кветний, А. Я. Кулик М. М. Компанець, С. Г. Кривогубченко. Вінниця: ВНТУ, 2001. 364 с.

14. Johnson S.J. Iterative Error Correction. Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. New York: Cambridge University Press, 2009. 356 p.

15. Boutillon E., Douillard C., Montorsi G. Iterative Decoding of Concatenated Convolutional Codes: Implementation Issues. *Proceedings of IEEE*. 2007. Vol. 95. P. 1201–1227.

16. Gracie K., Hamon M.-H. Turbo and Turbo-Like Codes: Principles and Applications in Telecommunications. *Proceedings of the IEEE*. 2007. Vol. 95. № 5. P. 1228–1254.



17. Wu Y. Implementation of Parallel and Serial Concatenated Convolutional Codes. Blacksburg (Virginia), 2000. 219 p.

18. Кулик А.Я., Кривогубченко С.Г., Иванов Ю.Ю. Турбо-код: властивості та застосування для завадостійкого кодування. *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*. Вінниця: ВНТУ, 2011. № 2. С. 25–32.

19. Особливості оцінювання параметрів процесу передавання даних із використанням турбо-кодів / Р.Н. Кветний, Ю.Ю. Иванов, С.Г. Кривогубченко, О.В. Стукач. *Метрологія та прилади*. Київ, 2017. № 3. С. 25–32.

20. Кулик А. Я., Кривогубченко Д. С., Иванов Ю. Ю. Декодування та реалізація алгоритму BCJR для турбо-коду стандартизованого в DVB-RCS. *Вісник Сумського державного університету. Серія: Технічні науки*. Суми: СУМДУ, 2012. Т. 4. С. 84–94.

21. Kovtun V., Ivanov Yu. Crypto Coding System Based on the Turbo Codes with Secret Keys. The Korean Institute of Communications and Information Sciences, 2023. 6 p. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405959523001091?via%3Dihub> (дата звернення 10.10.2023)

22. Divsalar D., Pollara F. Hybrid Concatenated Codes and Iterative Decoding. TDA Progress Report 42-130. Communications Systems and Research Section, 1997, P. 1–23.

23. Woodard J., Hanzo L. Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2000. Vol. 49. P. 2208–2233.

24. Abrantes S. From BCJR to Turbo Decoding: MAP Algorithms Made Easier. Lawrence: Information and Telecommunication Technology Center of the

University of Kansas, 2004. 30 p. URL: <https://paginas.fe.up.pt/~sam/textos/From%20BCJR%20to%20turbo.pdf> (дата звернення 25.09.2023)

25. Інформаційні основи побудови телекомунікаційних мереж / В.В. Казимир, В.В. Литвинов, С.В. Зайцев, та С.М. Шкарлет. Чернігів: Чернігівський державний технологічний університет, 2013. С. 82–142.

26. Кулик А.Я., Кривогубченко С.Г., Іванов Ю.Ю., Порівняльний аналіз складності реалізації методів декодування турбо-кодів. *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*. Вінниця: ВНТУ, 2013. № 1. С. 26–31.

27. Іванов Ю. Ю. Особливості апаратно-програмної реалізації турбо-кодів: порівняльний аналіз складності реалізації на цифровому сигнальному процесорі. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. Вінниця: ВНТУ, 2016. № 3. С. 94–101.

28. Іванов Ю.Ю. Експериментальне дослідження завадостійкості турбо-кодів: числові оцінки та імітаційне моделювання нового субоптимального алгоритму PL-log-MAP. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. Вінниця: ВНТУ, 2016. № 5. С. 76–84.

29. Зайцев С.В. Метод підвищення вірогідності передачі інформації в розподілених програмованих безпроводних системах за результатами аналізу декодування турбо кодів. *VI міжнародна науково-технічна конференція "Комп'ютерні системи та мережні технології"*. Київ: Національний авіаційний університет, 2013. С. 57.

30. Mishra D., Jit S., Dasgupta K. S. Hybrid Concatenated Convolutional Code for Deep Space Mission. *International Journal of Computer Applications*. New York, 2012. Vol. 47. P. 33–38.

31. Simulating the Operation of Turbo Codes through the Monte Carlo Method, Comparison between MATLAB, C and C# / H. Balta, A. Isar, D. Isar, and M. Balta. *Advances in Intelligent and Soft Computing*. Springer Berlin Heidelberg, 2012. Vol. 133. P. 1127–1139.

32. Jiang Y. A Practical Guide to Error-Control Coding Using MATLAB. London: Artech House, 2010. 293 p.

33. Кавецький В.В., Козловський В.О., Причепя І.В. Економічне обґрунтування інноваційних рішень. Вінниця: ВНТУ, 2016. 113 с.

34. Козловський В.О., Лесько О.Й., Кавецький В.В. Методичні вказівки до виконання економічної частини магістерських кваліфікаційних робіт. Вінниця: ВНТУ, 2021. 42 с.

**ДОДАТКИ**

Додаток А  
(обов'язковий)  
Технічне завдання

ЗАТВЕРДЖУЮ  
завідувач кафедри АПТ  
д.т.н., проф. Бісікало О. В.  
«\_\_\_»\_\_\_\_\_ 2023 р.

ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ  
на магістерську кваліфікаційну роботу  
«Гібридний метод декодування  
завадостійких паралельних каскадних кодів»  
08-31.МКР.012.02.000 ТЗ

Керівник роботи:  
к.т.н., доц. каф. АПТ  
Іванов Ю.Ю.  
«\_\_\_»\_\_\_\_\_ 2023 р.

Виконавець:  
ст. гр. ІСТ-22м  
Скуратов С.М.  
«\_\_\_»\_\_\_\_\_ 2023 р.

### 1. Назва та галузь застосування

Для підвищення енергетичної ефективності та достовірності переданої інформації практично у всіх сучасних цифрових системах застосовується завадостійке кодування. У роботі представлено математичний апарат, розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення для гібридного методу декодування паралельної конкатенації кодів.

### 2. Підстави для розробки

Розробку здійснювати на підставі наказу по університету № 247 від 18.09.2023 та завдання до магістерської кваліфікаційної роботи, складеного та затвердженого кафедрою «Автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій».

### 3. Мета та призначення розробки

Мета роботи полягає у підвищенні вірогідності переданих даних за рахунок використання гібридного методу декодування завадостійких паралельних каскадних кодів. Для досягнення поставленої мети потрібно виконати аналітичні та експериментальні дослідження у розробленому програмному забезпеченні.

### 4. Джерела розробки

1. Robertson P., Villebrun P., Hoeher P. Optimal and Sub-Optimal Maximum A Posteriori Algorithms Suitable for Turbo Decoding. *European Transactions on Telecommunications*. 1997. Vol. 8. P. 119–125.

2. Zhang L., Yu S.-Z. A Simplified log-MAP Turbo Decoder by Fitting Method. *Proceedings in IEEE International Conference on Advanced Communication Technology*. 2005. Vol. 2. P. 854–857.

3. Іванов Ю.Ю. Експериментальне дослідження завадостійкості турбокодів: числові оцінки та імітаційне моделювання нового субоптимального алгоритму PL-log-MAP. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. Вінниця: ВНТУ, 2016. № 5. С. 76–84.

## 5. Показники призначення

Розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє провести експериментальні дослідження процесу передавання даних. Основні технічні вимоги та мінімальні системні вимоги до програми: операційна система *Windows 7* або новіша; наявність клавіатури та миші; процесор *Core i5 (Ryzen 5)* або кращий; оперативна пам'ять – 8 ГБ; відеопам'ять – 512 МБ; жорсткий диск – 500 ГБ і більше; встановлене програмне забезпечення *MatLab*. Вхідні дані: бінарні послідовності даних або мультимедійні дані. Результати роботи програми: експериментальні функціональні залежності  $BER = f(E_b/N_0)$ ; декодоване кольорове зображення.

## 6. Економічні показники

До економічних показників входять:

- термін окупності (до 3-ох років);
- приведена вартість прибутку за 3 роки – не менше 1250 тис. грн.;
- мінімальна дохідність – не менше 42 %;
- інші економічні переваги у порівнянні з аналогами.

## 7. Стадії розробки

1. Розділ 1 «Аналіз методів та засобів прямого коригування помилок» має бути виконаний до 10.10.23.
2. Розділ 2 «Розробка математичної моделі декодера паралельних каскадних кодів» має бути виконаний до 25.10.23.
3. Розділ 3 «Експериментальні дослідження ефективності роботи кодека» має бути виконаний до 10.11.23.
4. Економічний розділ має бути виконаний до 26.11.23.

## 8. Порядок контролю та приймання

1. Рубіжний контроль провести до 04.12.23.
2. Попередній захист магістерської кваліфікаційної роботи провести до 05.12.23.
3. Захист магістерської кваліфікаційної роботи провести до 19.12.23.

Додаток Б  
(обов'язковий)

**ІЛЮСТРАТИВНА ЧАСТИНА**

ГІБРИДНИЙ МЕТОД ДЕКОДУВАННЯ ЗАВАДОСТІЙКИХ  
ПАРАЛЕЛЬНИХ КАСКАДНИХ КОДІВ

Зав. кафедри АПТ	_____	<u>д-р техн. наук, професор каф. АПТ</u> <u>Біскало О. В.</u> (підпис) (науковий ступінь, вчене звання, ініціали та прізвище)
Керівник роботи	_____	<u>канд. техн. наук, доцент каф. АПТ</u> <u>Іванов Ю. Ю.</u> (підпис) (науковий ступінь, вчене звання, ініціали та прізвище)
Тех. контроль	_____	<u>канд. техн. наук, доцент каф. АПТ</u> <u>Іванов Ю. Ю.</u> (підпис) (науковий ступінь, вчене звання, ініціали та прізвище)
Нормоконтроль	_____	<u>канд. техн. наук, доцент каф. АПТ</u> <u>Іванов Ю. Ю.</u> (підпис) (науковий ступінь, вчене звання, ініціали та прізвище)
Опонент	_____	_____ _____ (підпис) (науковий ступінь, вчене звання, ініціали та прізвище)
Студент гр. <u>ІСТ-22м</u>	_____	<u>Скуратов С. М.</u> (підпис) (ініціали та прізвище)



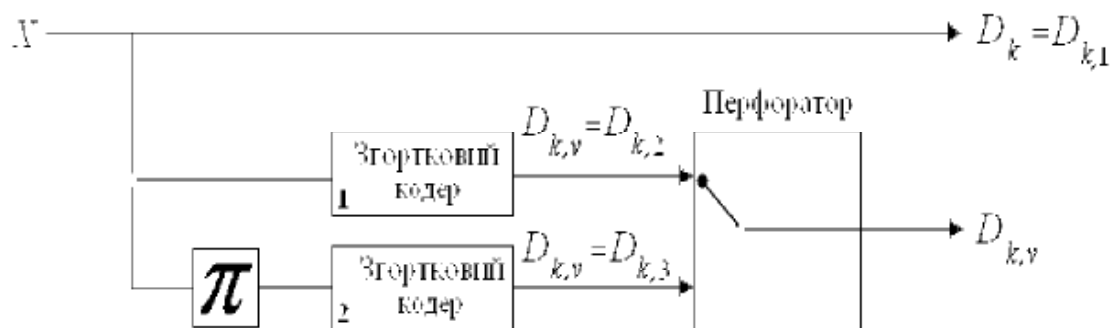


Рисунок Б.1 – Структурна схема кодера

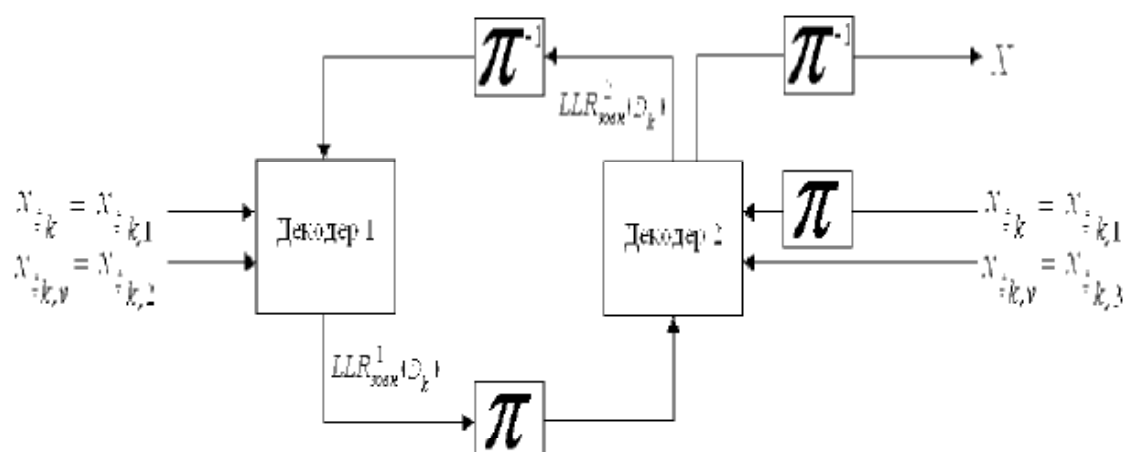


Рисунок Б.2 – Структурна схема декодера

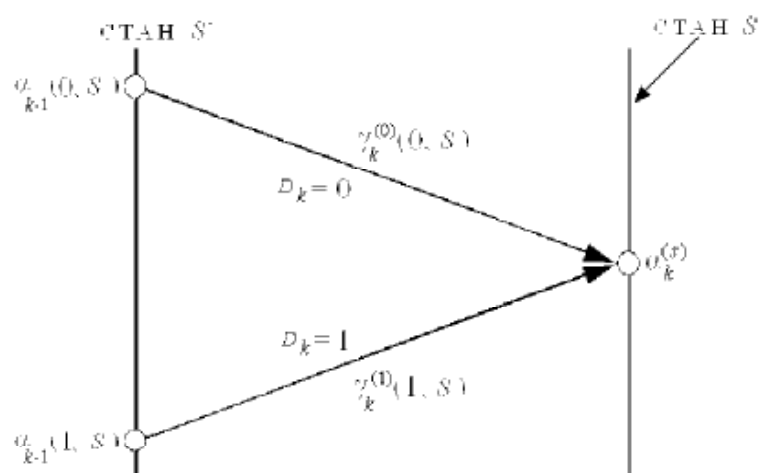


Рисунок Б.3 – Схема обчислення прямої метрики

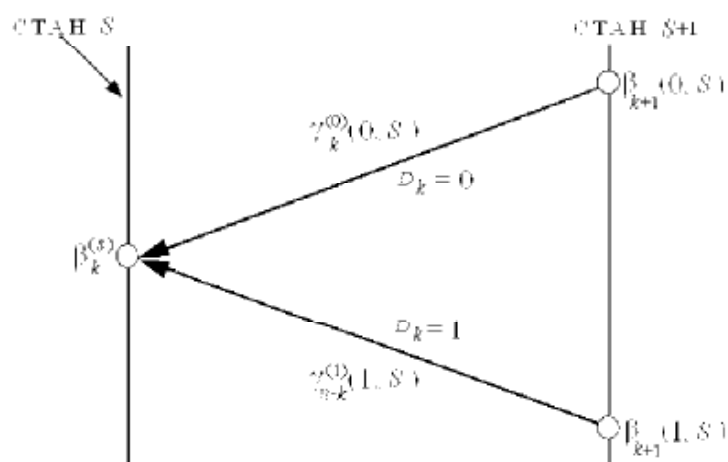


Рисунок Б.4 – Схема обчислення зворотної метрики

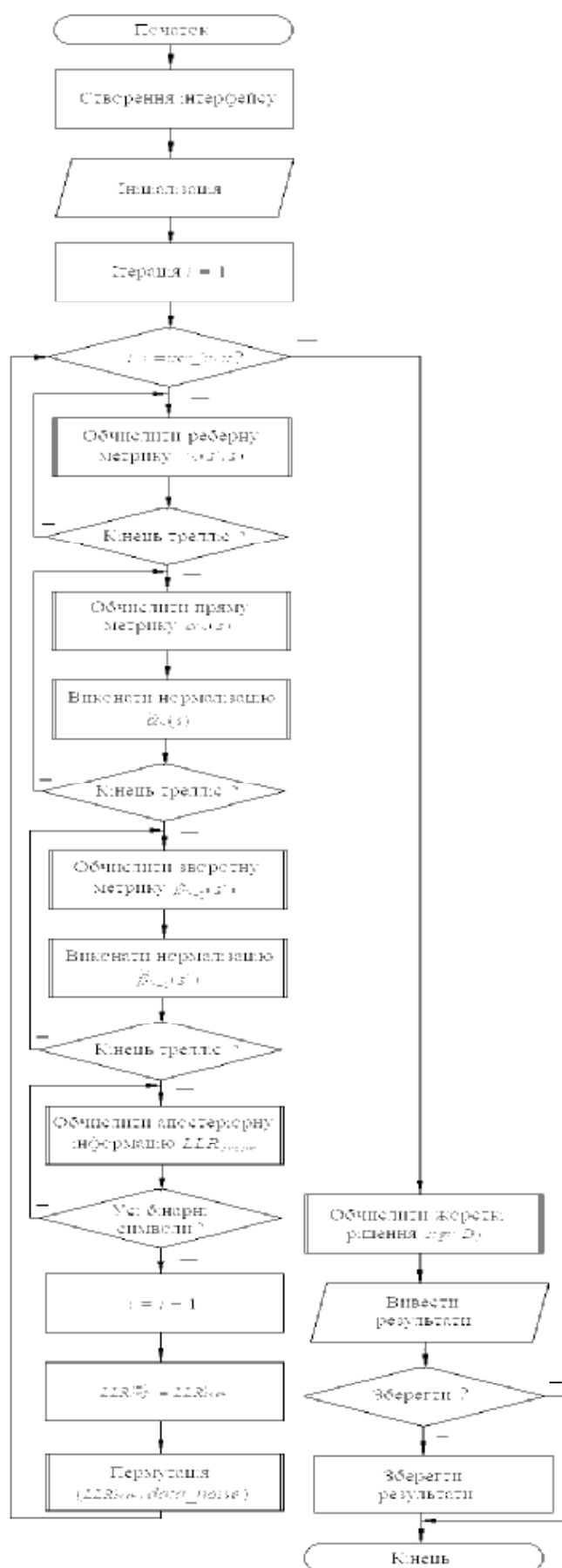


Рисунок Б.5 – Схема програми декодування даних

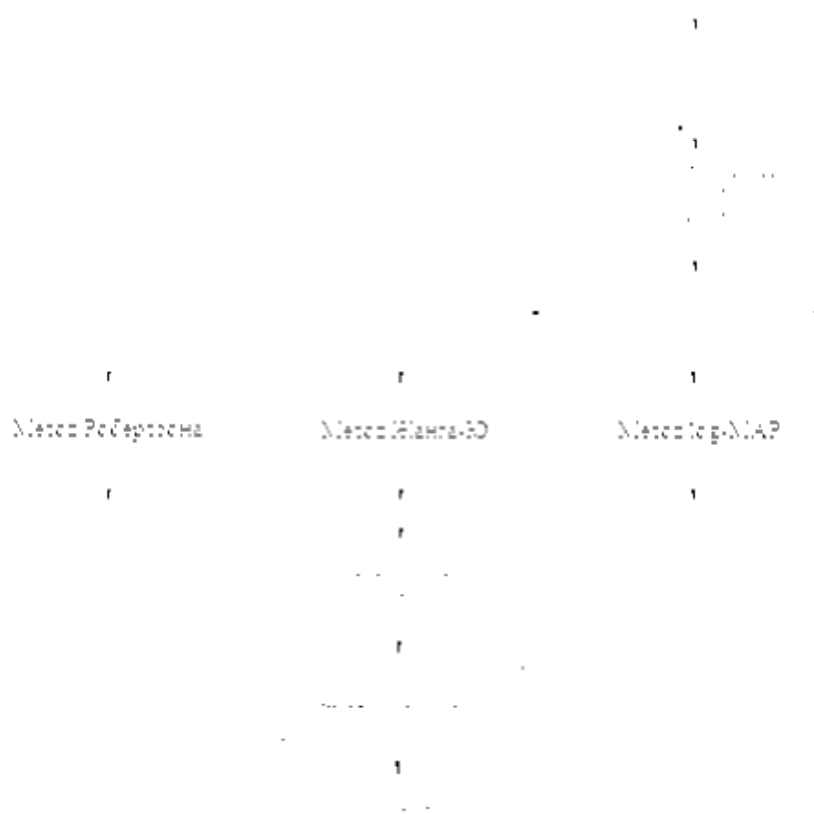


Рисунок Б.6 – Схема програми вибору методу декодування

Додаток В  
(обов'язковий)

Лістинг програмного забезпечення

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function hybrid = map(rec_s,g,L_a,ind_dec)

L_total = length(rec_s)/2;
[n,K] = size(g);
m = K - 1;
nstates = 2^m;
Infty = 1e10;
[next_out, next_state, last_out, last_state] = trellis(g);

Alpha(1,1) = 0;
Alpha(1,2:nstates) = -Infty*ones(1,nstates-1);

if ind_dec==1
    Beta(L_total,1) = 0;
    Beta(L_total,2:nstates) = -Infty*ones(1,nstates-1);
elseif ind_dec==2
    Beta(L_total,1:nstates) = zeros(1,nstates);
else
    fprintf('ind_dec is limited to 1 and 2!\n');
end

for k = 2:L_total+1
    for state2 = 1:nstates
        gamma = -Infty*ones(1,nstates);
        gamma(last_state(state2,1)) = (-rec_s(2*k-3)+rec_s(2*k-2)*last_out(state2,2))-log(1+exp(L_a(k-1)));
        gamma(last_state(state2,2)) = (rec_s(2*k-3)+rec_s(2*k-2)*last_out(state2,4))+L_a(k-1)-log(1+exp(L_a(k-1)));

        if(sum(exp(gamma+Alpha(k-1,:)))<1e-300)
            Alpha(k,state2)=-Infty;
        else
            Alpha(k,state2) = log(sum(exp(gamma+Alpha(k-1,:))));
        end
    end
    tempmax(k) = max(Alpha(k,:));
    Alpha(k,:) = Alpha(k,:) - tempmax(k);
end

for k = L_total-1:-1:1
    for state1 = 1:nstates
        gamma = -Infty*ones(1,nstates);

```



Додаток Г

(обов'язковий)

Довідка про впровадження





Додаток Д  
(обов'язковий)  
Протокол перевірки МКР

ПРОТОКОЛ  
ПЕРЕВІРКИ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ  
НА НАЯВНІСТЬ ТЕКСТОВИХ ЗАПОЗИЧЕНЬ

Назва роботи: Гібридний метод декодування завадостійких паралельних каскадних кодів.

Тип роботи: магістерська кваліфікаційна робота

Підрозділ: кафедра автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації

**Показники звіту подібності Plagiat.pl (StrikePlagiarism)**

Оригінальність \_\_\_\_\_% Схожість \_\_\_\_\_%

Аналіз звіту подібності (відмітити потрібне):

- Запозичення, виявлені у роботі, оформлені коректно і не містять ознак плагіату
- Виявлені у роботі запозичення не мають ознак плагіату, але їх надмірна кількість викликає сумніви щодо цінності роботи і відсутності самостійності її автора. Роботу направити на розгляд експертної комісії кафедри.
- Виявлені у роботі запозичення є недобросовісними і мають ознаки плагіату та/або в ній містяться навмисні спотворення тексту, що вказують на спроби приховування недобросовісних запозичень

Особа, відповідальна за перевірку \_\_\_\_\_  
(підпис)

Маслій Р. В.  
(прізвище, ініціали)

Ознайомлені з повним звітом подібності, який був згенерований системою Plagiat.pl (StrikePlagiarism) щодо роботи.

Автор роботи \_\_\_\_\_  
(підпис)

Скуратов С. М.  
(прізвище, ініціали)

Керівник роботи \_\_\_\_\_  
(підпис)

Іванов Ю. Ю.  
(прізвище, ініціали)