

Вінницький національний технічний університет

(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет будівництва, теплоенергетики та газопостачання

(повне найменування інституту, назва факультету (відділення))

Кафедра будівництва, міського господарства та архітектури

(повна назва кафедри (предметної, циклової комісії))

Пояснювальна записка

до магістерської кваліфікаційної роботи

магістр

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему **“ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ГЕОМЕТРІЇ ПАЛІ
НА ЇЇ ОПІР “**

08.08 МКР. .00.000. ПЗ

Виконав: магістрант II курсу, групи **Б-19мі**

спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія

(шифр і назва напрямку підготовки, спеціальності)

Рибак **О.Ю.** _____

(прізвище та ініціали)

Керівник _____ Моргун А.С. (прізвище та ініціали)

Рецензент

(прізвище та ініціали)

Опонент _____

(прізвище та ініціали)

_____ 2021__ року

Технічне завдання

Міністерство освіти і науки України

Вінницький національний технічний університет

ЗАТВЕРДЖЕНО

Завідувач кафедри БМГА,

к.т.н., доц. _____ В.В.Швець

ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ

НА НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

“ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ГЕОМЕТРІЇ ПАЛІ НА ЇЇ ОПІР “

ПОГОДЖЕНО

Керівник МКР,

д.т.н., проф. _____ А.С. Моргун

Відповідальний виконавець,

магістрант _____ **О. Ю. Рибак**

Вінниця 2021

РЕФЕРАТ

Магістерська робота присвячена актуальному питанню геомеханіки та фундаментобудування – удосконаленню методики розв’язання граничної задачі нелінійної поведінки під навантаженням фундаментних конструкцій пірамідальних паль з метою можливості прогнозування їх несучої спроможності та напружено-деформованого стану. Пірамідальна паля є важливим конструктивним елемент промислового, цивільного, гідротехнічного будівництва. В роботі напрацьовано адекватну модель для дослідження роботи пірамідальних паль за сучасним числовим МГЕ. Досліджено ефект перерозподілу зусиль в активній зоні пірамідальної палі із зон менш ущільнених на зони більш ущільнені з більшим значенням модуля деформацій.

Питання ущільнення та розущільнення ґрунтів під навантаженням – основна проблема, що виникає при прогнозі осадок споруди і прогнозі допустимого навантаження на ґрунт. Тому значна увага в МКР приділена дилатансійній теорії та методам моделювання залишкових пластичних деформацій ґрунту з метою їх практичного прикладання.

В магістерській роботі проведено аналіз напрацьованих в механіці ґрунтів матеріалів з врахування особливостей поведінки під навантаженням дисперсного середовища ґрунту, змішаній задачі механіки ґрунтів.

Теоретичні питання викладено в об’ємі, що дозволяє продумано підійти до оцінки роботи ґрунтів в основах фундаментів і проектування їх за межами пружності. Наведено методику розрахунку цього конструктивного розв’язку фундаментів (пірамідальні палі будівлі) для споруд за сучасними комп’ютерними технологіями на основі МГЕ.

Прикладання числового МГЕ до розв’язків практичних задач геомеханіки, процесу осідання основ та допустимих навантажень на них обґрунтовано теоретичними викладками, підкріплено та проілюстровано даними числового розрахунку.

В магістерській роботі наведено рішення технічного та економічного розділів для споруди, техніко-економічне обґрунтування ефективності прийнятих рішень, питання техніки безпеки та безпеки життєдіяльності.

ESSAY

The master's thesis is devoted to the topical issue of geomechanics and foundation construction - improving the method of solving the boundary value problem of nonlinear behavior under load of the foundation structures of pyramidal piles in order to predict their bearing capacity and stress-strain state. Pyramidal pile is an important structural element of industrial, civil, hydraulic construction. An adequate model for studying the operation of pyramidal piles by modern numerical MGE has been developed in the work. The effect of redistribution of forces in the core of a pyramidal pile from zones less compacted to more dense zones with a larger value of the modulus of deformation is investigated. The issue of compaction and loosening of soils under load is the main problem that arises when forecasting the sediment of the structure and the forecast of the allowable load on the soil. Therefore, considerable attention in MCR is paid to dilatancy theory and methods of modeling residual plastic deformations of the soil for their practical application. In the master's theses the analysis of the materials developed in soil mechanics is carried out taking into account features of behavior under loading of the dispersed environment of soil, the mixed problem of soil mechanics.

Theoretical questions are presented in a volume that allows a thoughtful approach to assessing the performance of soils in the foundations and their design outside the elasticity. The method of calculation of this constructive solution of the foundations (pyramidal piles of the building) for the constructions on the basis of modern computer technologies on the basis of MGE is given. The application of numerical MGE to the solutions of practical problems of geomechanics, the process of subsidence of bases and allowable loads on them is substantiated by theoretical calculations, supported and illustrated by numerical data.

The master's thesis provides solutions to the technical and economic sections for the building, feasibility study of the effectiveness of decisions, safety and health issues.

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

Г	– границя досліджуваного елемента
ДБНіП	– державні будівельні норми і правила
МСЕ	– метод скінчених елементів
МГЕ	– метод граничних елементів
НДС	– напружено-деформований стан
P_{ij}^* , u_{ij}^*	– напруження та переміщення в фундаментальних розв'язках Р. Міндліна
СЕ	– скінчений елемент
ГЕ	– граничний елемент
ξ	– точка прикладення сили $P=1$
х	– точка нагляду
САПР	– системи автоматизованого проектування

ЗМІСТ

РЕФЕРАТ	
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ	
ВСТУП	
1 НАУКОВО – ДОСЛІДНА ЧАСТИНА	
1.1. Огляд сучасного стану питання про роботу висячих паль в залежності від їх форми	
1.1.1. Стан досліджень в області роботи пірамідальних та призматичних паль	
1.1.2. Основи МГЕ. Прикладання МГЕ до проблем механіки деформованого тіла	
1.1.3. Числова реалізація інтегрального рівняння МГЕ	
1.1.4. Мета та задачі досліджень	
1.2. Сучасний стан питання стисливості ґрунтів	
1.2.1. Основні співвідношення механіки суцільних середовищ	
1.2.2. Дилатансійні ефекти незворотного деформування ґрунтової основи	
1.2.3. Компоновка розрахункової системи із 15 диференційних рівнянь в частинних похідних для ідеально пружного тіла	
1.2.4. Фактори, що обумовлюють пластичне деформування ґрунту	
1.2.5. Критерії міцності ґрунтової основи	
1.3. Розробка імітаційних алгоритмів оцінки НДС дисперсного ґрунту на базі неасоційованого закону пластичної течії та дилатансійної теорії за числовим МГЕ	
1.3.1. Переваги пірамідальних паль	
1.3.2. Умова приходу пластичної течії Мізеса-Шлейхера-Боткіна	
1.3.3. Неасоційований закон пластичної течії	

1.3.4. Дилатансія ґрунтових основ	
1.4. Дослідження можливостей запропонованого числового підходу до задач прийняття рішень про несучу спроможність пірамідальних паль.	
1.4.1 Числові дослідження напружено– деформованого стану (НДС) пірамідальних паль за МГЕ та порівняння з експериментом	
Висновки по розділу I	
II. ТЕХНІЧНА ЧАСТИНА	
- архітектурно-будівельні рішення;	
2.1 Основи та фундаменти.	
2.2 Рішення з організації будівництва. Організація будівництва і відомості обсягів робіт . . . Христич О.В.	
2.3 Охорона праці. . . Дембіцький, Поліщук	
2.4 Висновки по розділу	
III. ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА .чи організація	
Техніко-економічне обґрунтування ефективності розробки	
Висновки по розділу .III	
ВИСНОВКИ	
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ.	
ДОДАТОК А (технічне завдання на наукову роботу 3-4 стор.)	
ДОДАТОК Б	
.	

Вступ

На теперішній час в Україні здійснюється широка програма житлового та промислового будівництва. Для успішного виконання поставлених задач необхідне покращення якості та зниження кошторисної вартості будівництва. Особливо це відноситься до фундаментобудування яке займає біля 40 % часу спорудження та біля 30 % кошторисної вартості. В зв'язку з цим удосконалення методів розрахунку фундаментів є актуальною задачею, а одним із актуальних розділів сучасної механіки ґрунтів є розробка математичної моделі ґрунту.

Рівень розвитку механіки ґрунтів суттєво впливає на економічність та надійність прийнятих рішень. Властивості конструкційних матеріалів на сьогодні вивчені краще і методів їх розрахунку напрацьовано повніше. Специфіка ґрунтів:

- значна неоднорідність будови,
- залежність від характеру зовнішніх дій,
- темпи та послідовність будівництва.

В масовому будівництві широкий вжиток отримали призматичні, пірамідальні палі, які більш економічні фундаментів на натуральній основі.

Робота присвячена напрацюванню проектного розрахунку за сучасним числовим методом МГЕ оптимальної конструкції пірамідальної палі з метою біль повного використання несучої спроможності ґрунту верхніх шарів.

Фундаменти будівель являють собою відповідальну конструкцію, особливості роботи якої впливають на експлуатаційні якості всієї інженерної споруди. Тому аналіз роботи фундаментів та напрацювання методів підвищення їх надійності мають важливе значення.

Пальові методи влаштування фундаментів:

- ліквідують просадкові деформації споруд;
- забезпечують підняття темпів будівництва;

- ліквідують сезонність робіт нульового циклу та частково знижують трудомісткість, але є більш дорогі.

В процесі варіантного проектування вибирається рішення найбільш економічне, технологічне, надійне. Для визначення показників по кожному варіанту необхідно виконати розрахунок та конструювання фундаментів, вибрати технологічну схему виконання робіт, обґрунтувати об'єм робіт, підібрати механізми, підібрати відповідні розцінки, норми використання ресурсів і підрахувати затрати на спорудження конструкцій.

Таким чином, раціональне проектування пальових фундаментів являє собою вельми трудоміську задачу, розв'язок якої доцільно проводити на ЕОМ.

Для обґрунтованого вибору прийнятих варіантів основ і фундаментів, а також глибини закладання фундаменту по результатах інженерно-геологічних вишукувань проводять також оцінку інженерно – геологічних умов (відомості про вид ґрунту, мінерально-дисперсне утворення, його щільність, степінь вологості, просадковість та інші). Визначають розрахунковий опір ґрунтової основи (за ДБН), який використовується для призначення попередніх та кінцевих розмірів фундаменту.

Враховуються наступні принципи:

- економічність (найменша кошторисна вартість),
- швидкість спорудження, технологічність,
- максимальне використання несучої спроможності. Для цього необхідні залучення сучасних досягнень в області механіки ґрунтів та фундаментобудування по розрахунках ґрунтових основ;
- надійність (спроможність сприймати навантаження на протязі всього терміну служби без порушення умов нормальної експлуатації).

Головною задачею для виконання цих принципів є дослідження інженерно геологічних умов будівельного майданчика.

Конструктивне призначення фундаменту складається з того, щоб акумулювати всі навантаження від будівлі і передати їх на ґрунти основи.

Звідси витікає, що при визначенні габаритних параметрів фундаментів (глибини закладання, висоти, розмірів подошви) мають враховуватись фізичні та механічні властивості ґрунтів основи.

Для проектних розрахунків фундаментів використовуються міцнісні (ϕ , c) та деформаційні (E , ν) характеристики ґрунту.

Вибір ефективної конструкції фундаменту є складною комплексною задачею, що потребує урахування багаточисельних факторів.

Головними є :

- інженерно-геологічні умови;
- конструктивні особливості споруди;
- техніко-економічні умови виконання робіт та інше;
- рівень ґрунтових вод.

R – розрахунковий опір ґрунту основи;

ρ – середній тиск.

По них робиться висновок про можливість використання теорії лінійно-деформованого середовища ($\rho \leq R$).

Актуальність теми

Механіка ґрунтів та фундаментобудування є основними теоретичними науками прямої практичної орієнтації, вони черпають життєві сили із потреб, конструктивних ідей та реальних об'єктів будівництва. Будівництво споруд – трудомісткий процес, який потребує виваженої, чітко прорахованої послідовності та вирішення складних математичних задач. Особливо це стосується підземної частини споруди, яка сприймає навантаження і передає його на ґрунтову основу – фундаменту. Надзвичайно важливо забезпечити стійкість і малопросадковість споруди в процесі проектування, тим самим уникнути її можливого нерівномірного просідання чи руйнування. Для цього необхідно забезпечити прогнозування і числову реалізацію розрахунків фундаментних

конструкцій. В будівництві все має бути передбачене в проектній майстерні, і міцність і економічна доцільність.

Балансування «на краю пропасті» потребує точного математичного апарату визначення НДС ґрунту. Відносно поведінки і властивостей ґрунту, який на протязі багатьох років несе на собі тисячотонні вантажі будівель і споруд, поки що не все ясно, тут ще більше непізнаного до цього часу, ніж в інших областях, пов'язаних з будівництвом. Тому тема МКР, яка пов'язана з питаннями геомеханіки та фундаментобудування є актуальна.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Магістерська кваліфікаційна робота виконана згідно кафедральної Науково - дослідної роботи № 60К1/14 «Дослідження НДС системи будівля-фундамент-основа в цілому та окремих її елементів і інноваційних технологій автоматизованого проектування, документування і управління проектних об'єктів у будівництві».

Мета і задачі дослідження

Метою дослідження є доопрацювання розрахунково-теоретичного апарату проектування пірамідальних паль за МГЕ. Для досягнення поставленої мети в МКР вирішено наступні задачі:

- проведено аналіз нормативних документів і наукових робіт в досліджувальній області;
- обґрунтування теоретичних основ;
- проведено комплексні теоретичні і числові дослідження НДС основ та порівняння з експериментальними результатами.

Об'єкт дослідження

Об'єктом дослідження є проблеми проектування, експлуатації, взаємодії основ і фундаментів будівель.

Предмет дослідження

Предметом дослідження є основи і фундаменти будівель (а саме – пірамідальні палі) в умовах регіонального впливу природних та техногенних факторів, їх НДС.

Методи дослідження

До методів дослідження відносяться: аналіз нормативних і літературних джерел, науково-технічних досягнень, аналітичні дослідження з використанням методів теорії пружності та пластичності. Методи розв'язування задач механіки ґрунтів з використанням теорії граничної рівноваги, числовий метод МГЕ для моделювання НДС системи «основа-фундамент», порівняльний аналіз результатів математичного моделювання з аналогічними даними відомих рішень та експериментом.

Наукова новизна одержаних результатів

- Виявлена механічна суть задачі та показано її особливості на числовому прикладі.
- Розроблено метод, що поєднує в рамках однієї математичної моделі можливість проводити розрахунок пірамідальної палі за двома групами граничних станів: деформацій та несучої спроможності.
- Отримала подальший розвиток методика визначення стисливої товщі.
- Розроблено новий метод оцінки ефективності проектних рішень пірамідальних палей в діапазоні оптимальних значень, який враховує ступінь використання деформаційних і міцнісних властивостей основи і фундаменту.
- Отримано дані числових досліджень як всієї системи «основа-фундамент», так і окремих її частин.

Практичне значення одержаних результатів полягає у:

- використанні для визначення несучої здатності пірамідальної палі в проектних організаціях;
- результати по визначенню НДС використано в рамках науково-технічного супроводу проектування та будівництва об'єктів у науково-дослідних організаціях;

- використанні у навчальному процесі ВНЗ ВНТУ за спеціальністю «ПЦБ».

Особистий внесок магістранта

Збір вхідних даних (інженерно-геологічних показників ґрунтової основи); дискретизація системи «основа-фундамент»; аналіз числових результатів; проаналізовані нормативні джерела, в який відображено наукові розробки по взаємодії пірамідальних паль з ґрунтовою основою.

Апробація результатів магістерської роботи

Апробацію результатів МКР проведено на 50 ювілейні НТКП ВНТУ – всеукраїнська науково практична Інтернет конференція « Молодь в науці » (м. Вінниця, 10-12.03.2021).

Публікації

Тези доповіді на Науково- науково практична Інтернет конференції «Молодь в науці». 2021. **Має бути електронне посилання на тези**

«Математичне узагальнення деформативності пірамідальних паль за МГЕ».

Тези доповідей на 50 ювілейні НТКП ВНТУ – всеукраїнська науково практична Інтернет конференція « Молодь в науці » (м. Вінниця, 10-12.03.2021).

1 НАУКОВО – ДОСЛІДНА ЧАСТИНА

1.1. Огляд сучасного стану питання про роботу висячих паль в залежності від їх форми

1.1.1. Стан досліджень в області роботи пірамідальних та призматичних паль

Складність улаштування пальових фундаментів із паль довжиною 12 м. і більше, а також збільшення їх кошторисної вартості і термінів улаштування викликало пропозицію замінити довгі призматичні палі на короткі пірамідальні.

Ефективність пірамідальних паль з точки зору їх опору на 1 м³ об'єму тіла палі залежить:

- від кута при вершині піраміди;
- від робочої довжини, яку потрібно задати на основі техніко-економічного порівняння варіантів.

Згідно експериментальних досліджень [5] пірамідальних паль кленовидних, призматичних паль форма палі грає суттєву роль в опорі ґрунту основи зовнішньому навантаженню.

При заглибленні пірамідальної палі навколо неї утворюється зона ущільненого ґрунту, в результаті чого питома несуча спроможність одиниці об'єму пірамідальної палі може бути в 1,5-2,5 раз > висячої призматичної. В межах зони ущільнення об'ємна маса скелету ґрунту сягає максимального значення біля бокової поверхні палі і зменшується по мірі віддалення від неї. Дослідження на моделях підтверджують [21], що у призматичних паль на деякій глибині від голови утворюється щілинний отвір між боковою поверхнею і ґрунтом в результаті вібрації верхнього кінця палі при заглибленні. Це явище понижує несучу спроможність

короткої (3-5 м.) призматичної палі на довготривалий час – до зникнення отвору в результаті переупакування частинок ґрунту. В пірамідальних палях щільні отвори не утворюються, що і збільшує їх несучу спроможність в порівнянні з короткими призматичними.

Вивчення процесів розвитку деформацій в основах пірамідальних паль та визначення фактичних границь зон ущільнення та деформацій проводять експериментально [5,7,8,12,13]:

- улаштуванням марок на різній глибині в безпосередній близькості від вертикальної осі, що проходить через центр палі;
- установкою фіксаторів деформацій в попередньо пробурені горизонтальні шурфи;
- по закінченню експериментальних досліджень проводилась розкопка основи пірамідальної палі в площині закладання фіксаторів деформацій. Замірялись їх переміщення з точністю до 1 мм і визначалась сумарна зона ущільнення при заглибленні паль та їх навантаженні.

Експериментальні дослідження [5,7,8,12,13] фіксують, що зона ущільнення в пірамідальних палях формується поздовж бокової поверхні пірамідальних паль. В верхній частині палі вона має більший об'єм ніж в нижній. Нижче вістря пірамідальних паль зона ущільнення розповсюджується на невелику глибину. При наступному навантаженні пірамідальної палі в межах зони ущільнення проходить доущільнення ґрунту (зафіксовано незначні переміщення фіксаторів деформацій, а виникаюче при цьому осідання не перебільшує гранично допустимих величин, які встановлені нормативними документами).

У виявлені при експериментах зоні ущільнення від заглиблення пірамідальної палі при навантаженні її розвивається зона деформацій ґрунту. Навантаження, що сприймає пірамідальна паля, повністю передається на ущільнену основу бокової поверхні. Тобто, **зона деформацій від навантаження в пірамідальні палі не виходить за**

границі зони ущільнення. Тому при збільшенні нагрузок на пірамідальну палю не спостерігається різкого зростання осідань.

Зона ущільнення ґрунту є штучно ущільненою основою, яка виключає просадкові властивості ґрунту, має високе значення модуля загальної деформації.

Працюючи в основі під навантаженням **врозпір** пірамідальні палі передають на ущільнений ґрунт боковою поверхнею незначні нормальні тиски, чим і обумовлюються їх високі величини опору навантаженням при гранично допустимих осіданнях.

Створений навколо пірамідальної палі штучний значний об'єм ущільненого ґрунту взмозі сприймати і урівноважувати більш високі навантаження ніж призматичні палі. При заглибленні призматичної палі теж навколо неї створюється ущільнена зона, та форма призматичних паль з вертикальним стовбуром виключає можливість передачі нормальних тисків боковою поверхнею палі.

В роботі [13] експериментальні дослідження опору пірамідальних паль підкреслюють, що суттєвою особливістю пірамідальних паль є те, що при їх заглибленні в ґрунт проходить суттєве ущільнення оточуючого ґрунту з утворенням зони ущільнення, в межах якої відсутні просадкові властивості лесового ґрунту. При прикладанні навантаження пірамідальна паля передає його на ущільнений ґрунт всією боковою поверхнею. Величина тиску, який пірамідальна паля передає на ґрунт, визначається розмірами робочої площі, збільшення якої приводить до збільшення опору пірамідальної палі. Оптимальним кутом при вершині пірамідальної палі (кут конусності) із даних експерименту є кут біля 20° .

Призматичні палі передають нормальні тиски на ґрунт лише своєю подошвою і за рахунок сил тертя по боковій поверхні. Сили тертя в будь-якому місці траєкторії завжди направлені в сторону, протилежну руху. При заглибленні палі ґрунт розштовхується в сторони і вниз. Це класичне

поняття механізму формування граничного лобового опору запропоновано К. Терцагі.

В результаті невеликої площі подошви призматичних паль нормальні тиски в їх подошвах сягають значних величин. Тому зона деформацій під подошвами призматичних паль отримує розвиток в глибину ґрунту і її границя розташовується на великі відстані від подошви, що обумовлює розвиток більших осідань при менших навантаженнях на палю в порівнянні з пірамідальними.

Таким чином, характер роботи з ґрунтом призматичної палі кардинально відрізняється від роботи пірамідальної палі. Бокова поверхня призматичної палі не передає на ґрунт нормальних тисків, а працює на тертя. Нормальні тиски передаються на ґрунт подошвою. Зона деформацій навколо стовбура утворюється в результаті тертя при осіданні палі, а під подошвою – від дії нормальних тисків. У палі призматичної форми використовується 18 % об'єму зформованої при забиванні зони ущільнення, а у пірамідальної палі – 30 %. Значний об'єм зони ущільнення є недовикористаним.

Якщо пірамідальну палю об'єднати з низьким монолітним ростверком, що опирається на ґрун, то її опір зовнішнім навантаженням піднімається на 25-100 %, забезпечуючи їх надійну роботу в несприятливих умовах.

Наявність низького ростверка в пірамідальної палі обумовлює збільшення опору палі в два рази [8], що пояснюється формуванням під ростверком і навколо бокових граней палі двох самостійних ущільнених зон, які перетинаються і створюють ще більше ущільнення, яке обумовлює підняття опору діючим нормальним тискам, що передаються боковими поверхнями палі.

Невеликі розміри пірамідальних паль дозволяють простими механізмами виконувати будівельні роботи по влаштуванню пальових фундаментів в самі стислі терміни.

Результати експериментів [5,7,8,12,13] підтверджують техніко-економічну ефективність пірамідальних паль в порівнянні з призматичними. Особливо пірамідальні палі ефективні, коли біля поверхні залягають відносно щільні ґрунти. Більш жорсткі ділянки ґрунтової основи сприймають більшу долю навантаження. Однією із переваг таких паль є можливість використовувати їх верхню площину для опирання на них різних несучих конструкцій наземної частини будівлі [12].

Навантаження, яке сприймає пірамідальна паля, повністю передається на ущільнену основу боковою поверхнею.

Пірамідальні палі в процесі їх заглиблення формують навколо себе зону ущільнення з розмірами поперечного перетину, які в 2-2.5 рази перебільшують розміри поперечного перетину палі [7]. При навантаженні палі тиск передається на ущільнену зону, в межах якої ґрунт має велике значення модуля деформацій. Цим пояснюється високий опір пірамідальних паль прикладеному навантаженню.

При рівних витратах бетону опір зовнішньому навантаженню в пірамідальних палях в середньому на 99% вищий, ніж у призматичних.

Пірамідальні палі ущільнюють ґрунт по всій боковій поверхні. Вони забезпечують стійкість та довговічність будівель.

Навантаження і вплив на споруду, коефіцієнти надійності по навантаженню приймаються у відповідності з нормативними документами. В ряді випадків застосування пірамідальних паль дає значну економію матеріалів та понижує коштовну вартість робіт нулевого циклу на 40-60 %. Раціональне проектування пальових фундаментів являє собою трудоміську задачу, розв'язок якої доцільно проводити на ЕОМ з залученням сучасних числових методів, а **тема проектування ефективних пірамідальних паль є актуальна.**

1.1.2 Основи МГЕ. Прикладання МГЕ до проблем механіки деформованого тіла

Інженери в області фізичних наук широко використовують в останній час числові методи досліджень. Однією із переваг числових методів є можливість багаторазової перевірки різних варіантів проектних рішень із зміною вхідних параметрів (в тім числі – властивостей ґрунтів). Ці методи засновані на наближеному розв'язку рівнянь, що описують фізичну задачу.

Потенційні можливості любого числового методу можуть бути повністю реалізовані лише в одному випадку – коли він добре запрограмований. МГЕ потребує трохи більше зусиль від програміста і менше від майбутнього користувача, ніж МСЕ.

Історично МГЕ передував споріднений до нього МСЕ, який базується на варіаційному численні та на методі зважених нев'язок. Важливим попередником МГЕ є теорія інтегральних рівнянь – теорія потенціалу Г. Гріна. Сучасні можливості числової реалізації дозволили розширити та покращити формулюровку визначення НДС пружних середовищ.

Відомо, що МСЕ неефективний в випадку необхідності розрахунку поздовжених областей (труба з нафтою чи газом на дні моря) в результаті неможливості описання з необхідною точністю поведінки моделі при дискретизації як двовимірних, так і тривимірних лінійно-пружних задач і задач теорії потенціалу.

Задачі механіки ґрунтів моделюються диференціальними рівняннями в частинних похідних і зводяться до класу крайових задач. Аналітичне значення краювої задачі може бути отримане коли дослідна область – однорідна, диференційні рівняння – лінійні, тобто, коли можна застосовувати принцип суперпозицій. В реальних ситуаціях ця умова частише всього не виконується і аналітичне рішення отримати неможливо, необхідно залучення сучасних числових методів МСЕ, МГЕ.

Методу інтегральних рівнянь присвячені роботи Н.І. Мусхелішвілі, С.Г. Міхліна, В.Д. Купрадзе та інших. МГЕ був напрацьований в Саутхемптонському університеті (Англія) К. Бреббія, Ж. Теллесом, Л. Вроубелом в межах 1978-1982 р.р. на основі методу зважених нев'язок та

теорії потенціалів. Крайова задача для пошуку НДС пружної системи (система диференційних рівнянь в частинних похідних 15-го порядку + граничні умови) була зведена [2] до інтегрального рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1.1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

Запис приведено в позначеннях Енштейна (похідні по змінних позначаються комою).

При розв'язках краєвих задач за МГЕ значну роль грають сингулярні рішення, це аналітичні рішення, що відповідають точковому взбуренню в безмежному півпросторі. Ці функції добре себе ведуть в дослідній області за виключенням точки взбурення, в якій з'являється математична аномалія – сингулярність. В роботі сингулярним рішенням слугують розв'язки Р. Міндліна для півплощини. В задачах, де граничні умови задаються на поверхні ґрунту, зручно розглядати фундаментальні рішення для напівнескінченного простору. Це рішення підбирається таким чином, щоб тотожно задовільнялись граничні умови на поверхні, тоді при використанні МГЕ не потрібно задавати скінчені елементи на поверхні півпростору. Так Р. Міндлін розглянув задачу визначення поля, що виникає під дією зосереджених нормальних і дотичних сил на поверхню пів нескінченного пружного поля півпростору. Гранична умова відповідала відсутності напружень на поверхні ґрунту.

При наявності фундаментального рішення скінчені елементи використовуються для апроксимації границі області, а апарат класичних інтегральних рівнянь прикладається до внутрішньої частини області.

Рішення задачі про дію зовнішніх сил на деяке тіло має задовольняти рівнянням рівноваги, геометричним рівнянням, фізичним рівнянням. Ці 15 рівностей включають 15 невідомих: шість компонент тензора напружень (до головної діагоналі компоненти T_{σ} симетричні), шість компонент тензора деформацій, 3 компоненти переміщень. Точний розв'язок цієї системи настільки громіздкий, що до цих пір було отримано лише декілька точних рішень. На щастя, ряд задач, що мають велике значення для механіки ґрунтів відносяться до цієї групи. До таких задач відноситься задача дії в півпросторі зосередженої нахиленої сили, прикладеної в середині пів нескінченного масиву, розв'язана в 1936 р. Р. Міндліним.

Задача відповідає умовам будівництва фундаментів. Нахилену силу можна розкласти на нормальну і горизонтальну складові. Графіки напружень і переміщень для нормальної до поверхні ґрунту зосередженої сили на рис. 1.1

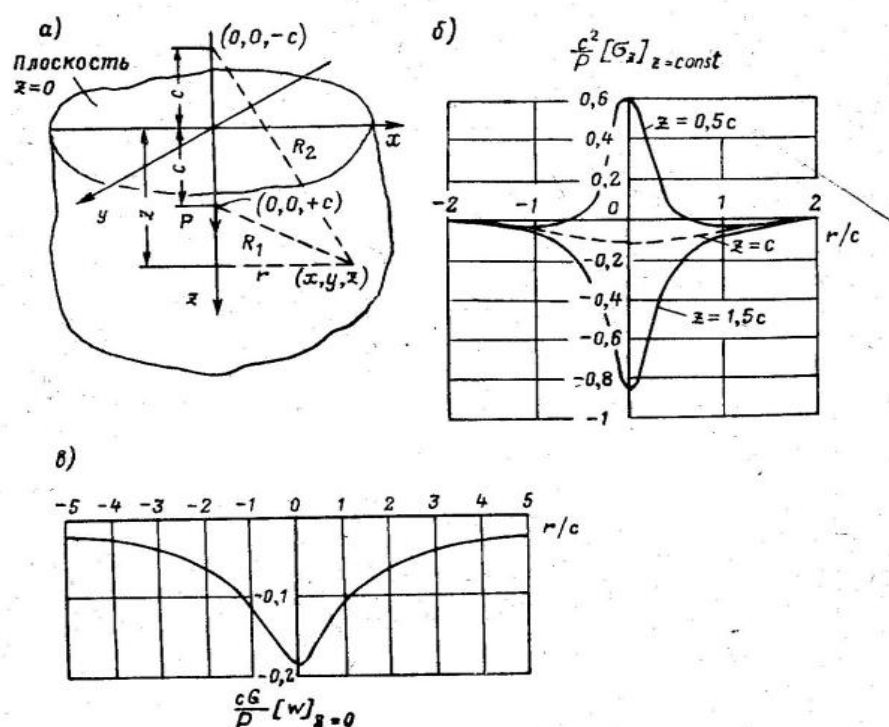


Рис.1.1. Зосереджена сила, що діє всередині півпростору нормально до його границі (рішення Міндліна, 1936 р.) а) прийняті позначення; б) епюра вертикальних стискаючих напружень; в) епюра граничних переміщень граничної поверхні.

Таким чином, оскільки задачі механіки ґрунтів відносяться до півпростору, в якості фундаментальних рішень (які позначаються зірочкою – * в інтегральному рівнянні (1.1)) взято фундаментальні рішення Р. Міндліна про розподіл переміщень та напружень, обумовлених дією зосереджених сил, прикладених в середині ізотропного півпростору.

В (1.1): U – заданий вектор переміщень на границі палі;

P_{ij} – вектор напружень на цій границі;

U^* , p^* – ядра граничного рівняння – розв’язки Р. Міндліна для $P = 1$ у півплощині для переміщень, напружень відповідно;

C_{ij} – для гладкої поверхні $C_{ij}(\xi) = \delta_{ij} / 2$. Для практичного використання матрицю C_{ij} можна знайти непрямым (побічним) шляхом, розглядаючи рух тіла як ціле;

Γ , ξ , X – відповідно, гранична поверхня фундаментної конструкції, точка прикладання $P=1$, точка спостереження.

$c = \frac{1}{2}$ у точках на гладкій границі.

Для отримання інтегрального рівняння МГЕ (1.1) було використано К. Бреббія [2] крім методу зважених нев’язок ще і принцип взаємності із теореми Бетті про взаємність робіт двох станів деформованого тіла в області Ω , які знаходяться в рівновазі:

$$\int_{\Omega} \sigma_{jk} \cdot \varepsilon_{jk}^* d\Omega = \int_{\Omega} \sigma^*_{jk} \cdot \varepsilon_{jk} d\Omega \quad (1.2)$$

Рівняння (1.1) є граничним інтегральним рівнянням щодо значень шуканих функцій (напружень по боковій поверхні та підшві палі) лише на границі дослідного об’єкта. Ця важлива обставина надає найбільшій привабливості цьому рівнянню, яке стає вельми прийнятним для досліджень числовими методами.

В якості вагової функції w в МГЕ використовується система базисних функцій (U^*, p^*, σ^*) , які обертають в нуль інтеграл по області і

зводять тим самим задачу до визначення лише граничних функцій. В МГЕ за w вибираються фундаментальні рішення (позначаються *).

Таким чином, суть МГЕ – перетворення розрахункової системи диференціальних рівнянь 15-го порядку (1.1), що описує поведінку невідомої функції в середині і на границі області, в інтегральне рівняння, що визначає лише граничні значення, а потім пошуку числового рішення цього рівняння. Оскільки всі обумовлені числовими розрахунками наближення пов'язані лише з границею, розмірність задачі зменшується на одиницю і система рівнянь, яка в результаті отримується, буде меншою в порівнянні з вихідною системою із диференціальних рівнянь в частинних похідних (1.1).

Права частина (1.1) – це запис інтегрального рівняння МГЕ в **прямі** формулюванні (коли потенціал u та потік p є безпосередньо шуканими змінними в задачі пошуку НДС системи).

Це рівняння (1.1) забезпечує функціональний зв'язок на границі дослідної області між функціями u_{ij} та p_{ij} .

1.1.3 Числова реалізація інтегрального рівняння

Використання МСЕ, МГЕ приводить до отримання розрахункової системи нелінійних систем алгебраїчних рівнянь відносно невідомих шуканих параметрів. Цю систему можна подати у формі матричного рівняння:

$$[A(q)] \cdot \{q\} = \{P\} , \quad (1.3)$$

де $\{q\} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_n, \}$ - вектор невідомих шуканих величин;

$\{P\}$ – вектор зовнішніх впливів на дослідну систему;

$\{A(q)\}$ – квадратна матриця $n \times n$, елементи якої залежать від матеріалу дослідної системи та від її НДС.

Розв'язок системи (1.3) можна отримати:

І – методом послідовних наближень [4];

II – методом пружних рішень О.А.Ільюшина [11].

Метод «пружних» рішень О.А. Ільюшина є дієвим наближеним методом, який дозволяє звести рішення пружно-пластичної задачі до послідовного розв'язку лінійних задач. Розглядаються малі пружно-пластичні деформації.

Середовище навантажується поступово з визначеними малими порціями навантаження. Малі довантаження відповідно викликають малі прирости деформацій, напружень і переміщень. При цьому з достатньою ступеню достовірності допускається, що при малих переміщеннях середовище веде себе як лінійно-пружне.

В роботі використано метод О.А. Ільюшина, оскільки він приводить до деякого зменшення загальної трудомісткості обчислювальних операцій в порівнянні з методом послідовних наближень.

З метою відпрацювання параметрів алгоритму та оцінки похибок результат числового дослідження порівняно з експериментом.

Для числового моделювання багат шарова основа замінювалась еквівалентним квазіоднорідним середовищем із середньозваженими в рамках активної зони ґрунту характеристиками фізико-механічних властивостей ґрунтів. Паля і ґрунт працювали в умовах осевої симетрії.

Для отримання аналітичного рішення інтегрального рівняння (1.1) для конкретного виду геометрії і граничних умов вихідне рівняння (1.1) зводиться до алгебраїчної суми рівнянь для того, щоб можна було скористатись числовим підходом. Цей підхід складається із наступних етапів:

1. Вихідним пунктом наближеного рішення краєвих задач є дискретизація континуума (перехід від нескінченного числа степенів вільності до кінцевого.)

Границя дослідного об'єкта розбивається на ряд граничних елементів (ГЕ), всередині яких рахується, що потенціал та його нормальна похідна (потік) змінюються у відповідності до вибраних інтерполуючих функцій

між вузловими точками елементів. Ці функції можуть бути постійними, лінійними, квадратичними .

2. Для кожної вузлової точки, що знаходиться всередині кожного ГЕ, записується дискретна форма рівняння, яке пов'язує значення потенціалу u (переміщення) з її нормальною похідною p (напруження) в кожному вузлі.

3. Інтеграли по кожному ГЕ обраховуються за однією із схем числового інтегрування.

4. Шляхом накладання заданих граничних умов отримується система лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язок отриманої СЛАР дає значення невідомих функцій (в даній задачі механіки ґрунтів – напружень) на границі фундаментної конструкції.

Було виявлено [2], що серед різного типу граничних елементів, які можна використати при числовому розв'язку дискретного аналога інтегрального рівняння, лінійні елементи дають прийнятну точність, не вимагаючи значних зусиль з точки зору числової реалізації.

1.1.4 Мета та задачі досліджень.

Аналіз літературних джерел роботи пірамідальних паль дали можливість поставити основну мету:

- подальше удосконалення методів розрахунку пірамідальних паль.

Характерною особливістю пірамідальних паль ж те, що в процесі заглиблення пірамідальних паль вони ущільнюють ґрунт, утворюючи навколо заглибленої палі ущільнений об'єм ґрунту з високим значенням загального модуля деформації E .

Працюючи в основі під навантаженням пірамідальні палі передають на ущільнений ґрунт (боковою поверхнею) незначні нормальні тиски, чим обумовлюється їх високий опір навантаження при гранично допустимих осіданнях.

Якщо пальові фундаменти об'єднані низьким монолітним ростверком, що опирається на ґрунт, їх опір зовнішнім навантаженням зростає на 25-

100%, забезпечуючи їх надійну роботу в самих несприятливих ґрунтових умовах. Невеликі розміри пірамідальних паль дозволяють простими механізмами виконувати будівельні роботи по улаштуванню пальових фундаментів в самі стислі терміни.

Техніко-економічні переваги пірамідальних паль в порівнянні з призматичними і буронабивними палями рівного об'єму, обумовлюють все більше їх використання при будівництві споруд.

1.2 Сучасний стан питання стисливості ґрунтів

1.2.1. Основні співвідношення механіки суцільних середовищ

Фундаментобудування має своєю метою розрахунок і конструювання споруд в ґрунтах. Основною задачею при цьому є будівництво споруд з достатнім ступенем надійності. Порівняльно невелика кількість аварій показує, що інженери будівельники справляються з поставленою задачею. В значній мірі це пояснюється використанням досвіду, накопиченого при будівництві в минулому. Та сучасність ставить нові задачі. Висотне будівництво, реконструкція потребують знання властивостей ґрунтів та особливостей поведінки в них фундаментних конструкцій, і попереднього досвіду недостатньо.

Всі споруди в кінцевому розрахунку передають своє навантаження на ґрунти. В деяких випадках ця передача здійснюється через елементи споруди, в деяких – безпосередньо (дороги, покриття). Так в усіх випадках основне значення має реакція ґрунту на дію прикладеного навантаження – стан спокою чи руху масиву ґрунту.

Теорія твердих тіл (теорія пружності, теорія пластичності) була подана в 19 столітті роботами Навє, Коші, Пуассона, Хаара, Мізеса... Основною ідеєю цієї теорії є ідея про континуум чи неперервне середовище, що дозволяє прикласти до дослідження твердих тіл математичний аналіз.

Та сталь – єдиний матеріал, що наближається за своїми властивостями до однорідної і пружної моделі твердого тіла, якою оперує будівельна механіка та механіка ґрунтів.

Мікроструктура пористих середовищ (до яких відноситься і ґрунт) подається як порами, так і частинками (блоками). Так ґрунт К. Терцагі запропонував подавати як трифазову систему: тверді частинки, пори, вода.

Рівняння механіки суцільних середовищ є балансовими диференціальними співвідношеннями маси (1), імпульсу (2), кількості руху для елементарних об'ємів Δv .

Баланс мас:

$$\rho_{,t} + (\rho v_j)_{,j} = J \quad (1.4)$$

Баланс імпульсів:

$$(\rho v_i)_{,t} + (\rho v_i v_j)_{,j} = (\sigma_{ij})_{,j} + f_i \quad (1.5)$$

Баланс моментів кількості руху, який зводиться до симетрії тензора напружень

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (1.6)$$

де ρ – щільність середовища;

v_i – швидкість зміщення частинки;

ρv_i – потік маси, $\rho v_i v_j$ – імпульс, I – джерело маси і масова сила f_i .

σ_{ij} – проекція на вісь i вектора сили, що діє на одиницю площі, нормаллю до якої є вісь j .

Рівняння (1.4-1.6) – дійсні балансові співвідношення для об'єму $dV = dx_1 dx_2 dx_3$ з центром мас в точці x_1, x_2, x_3 в якій вказані функції ρ, v_i, \dots неперервні. Символ $(\dots)_{,t}$ означає диференціювання по часі t , символ $(\dots)_{,j}$ – частинне диференціювання по координаті x_j .

Рівняння механіки суцільних середовищ для напружень і деформацій широко використовуються і при формулюванні законів пластичності.

Механічні властивості ґрунтів змінюються в процесі ущільнення (прикладання навантаження).

Деформативність ґрунтів основи в сотні, а деколи в тисячі разів перебільшує деформативність будівельних матеріалів конструкцій наземної частини споруди. Це визначає необхідність інженерно-геологічних вишукувань для встановлення складу масивів ґрунтів і їх фізичних та механічних властивостей. Адже показники властивостей породи грають роль в математичних моделях числових параметрів та визначають степінь надійності і точності проведених розрахунків.

В результаті проектування основи споруд має бути обґрунтований розмір фундаменту, який має забезпечити надійність та економічність споруди, яка проектується. Тому визначення фізико-механічних характеристик ґрунтів є першочерговою та актуальною задачею фундаментобудування.

Для ґрунтової основи основною характеристикою є її стисливість, що визначається прийнятою теорією міцності, то для наземної частини споруди такою характеристикою є жорсткість коробки, що визначається розрахунковою схемою будівлі. В основах проходять взаємопротилежні процеси ущільнення і розущільнення.

1.2.2 Дилатансійні ефекти незворотного деформування ґрунтової основи

Аналіз досліджень по виміру напружень в ґрунті і осідань фундаментів свідчить про те, що дійсний розподіл напружень σ та деформацій ε в багатьох випадках суттєво різняться від рішень, отриманих на основі теорії пружності для ізотропних середовищ.

Особливий інтерес для прикладної механіки ґрунтів отримали дилатансійні ефекти пористого середовища ґрунту. Наявність пор в ґрунтах дає можливість отримувати свободу руху. З місць тимчасової дислокації частинки ґрунту можуть переміщуватись в пори. При цьому в ґрунті зменшується поверхнева енергія. Формулювання фізичних уявлень

цих процесів деформації і течії у В. Н. Ніколаєвського [18,19], записані в формі рівнянь континуальної механіки.

Дилатансійна теорія базується на **принципі Мізеса** – принципі мінімуму роботи дійсних напружень σ на пластичних деформаціях ε^p .

Це означає, що

$$d\varepsilon^p \cdot \sigma \geq 0, \quad (1.7)$$

тобто, скалярний добуток не від'ємний. Грунт переміщується в напрямку найменшого опору.

Деформування гранульованого матеріалу ґрунту проходить при взаємному проковзуванні зерен, а в умовах великих тисків – при їх крихкому руйнуванні. Реологія ґрунтів дуже складна, про що свідчить значний експериментальний матеріал

Ґрунт при реалізації стиску і зсуву в залежності від інтенсивності кожного з цих процесів може ущільнюватись, зберігати щільність незмінною, чи розущільнюватись. Такі реологічні властивості ґрунту пов'язані з явищем дилатансії, вони вперше експериментально виявлені Рейнольдсом [3, 18].

Тіла, що ущільнюються (в даному випадку - ґрунт), мають особливості механічної поведінки: гідростатичний тиск може здійснювати вплив на формозміну, а дотичні напруження можуть впливати на ущільнення – це проява ефектів дилатансії.

В дилатансійні моделі ґрунту приходиться відказуватись від колінійності тензора напружень і швидкостей деформацій. Тому напрацювання математичної моделі деформування ґрунту, виходячи з уявлень про відносне переміщення зерен в гранульованому матеріалі ґрунту є актуальною задачею. Ця модель є відправним шляхом для розв'язку широкого кола задач, що мають безпосереднє інженерне прикладання.

1.2.3 Компоновка розрахункової системи із 15 диференційних рівнянь в частинних похідних для ідеально пружного тіла

Грунтовий масив в загальному випадку являє собою складний конгломерат компактно розташованих дискретних частинок, що мають різну форму та орієнтацію. Встановлення математичного еквіваленту для такого складного трифазового середовища (тверді частинки, пори, вода) є не простою задачею.

Як відомо, теорія викристалізовується із множини експериментів і робочих гіпотез. Забезпечення міцності будівлі – комплексна проблема. До її рішення залучається багато галузей знань.

Задача про розподіл напружень і деформацій в грунтах зазвичай розв'язувалась на основі моделі **ідеально пружного тіла**, пружні властивості якого визначались єдиним модулем деформацій.

Внутрішні сили, що виникають в дослідному середовищі при навантаженні, обумовлені молекулярною побудовою тіла, і когезією внутрішніх частинок. Зовнішні сили – дія навантаження, найчастіше зумовлені притягінням Землі (гравітаційними навантаженнями).

Зручно мати справу з **відносними силами** – сила, на одиницю площі – σ (напруження). З тих же причин зручно розглядати не подовження, а відносно на одиницю довжини – ε – (деформацію).

- Теорія напружень заснована на вимогах рівноваги.
- Вивчення деформацій являє собою по суті геометричний напрям аналізу, відомий під назвою теорія деформацій.
- Фізичні рівняння являють математичну ідеалізацію механізму поведінки матеріалу.

В прикладних технічних науках прогрес неможливий без переходу до математичного описання процесу.

Для математичної постановки задачі механіки суцільного середовища необхідні співвідношення, що визначають зв'язок між силовими і кінематичними параметрами середовища.

При роботі ґрунтів в пружній стадії використовуються рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Геометричні рівняння:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \end{aligned} \quad (1.9)$$

В якості фізичних рівнянь використовується закон Гука.

В результаті для визначення НДС ґрунту в пружній стадії отримуємо систему із 15 диференційних рівнянь в частинних похідних.

1.2.4 Фактори, що обумовлюють пластичні деформації ґрунту

Серед великого різноманіття твердих тіл в природі лише мала частина має властивість повністю відновлювати свою форму і розміри після закінчення дії зовнішніх зусиль. Більшість тіл вже при помірних зовнішніх зусиллях отримують незворотнє деформування. Деформування – процес порушення форми ґрунту і створення нових форм структури ґрунту, його адаптації.

Пружні деформації мають властивість повного відновлення недеформованого стану після зняття прикладених навантажень. Крім того, пружні деформації залежать лише від величини напружень і не залежать

від історії деформування чи навантаження та від швидкості процесу навантаження в даний напружений стан.

Люба деформація, що виникає як відповідна реакція матеріалу на прикладені навантаження і не підкоряється визначальним законам класичної теорії пружності – це непружна деформація. Незворотні зміщення, які з’являються в результаті ковзання чи дислокації на атомному рівні і ведуть до залишкових змін розмірів – це пластичні деформації.

Такі деформації мають місце лише при інтенсивності напружень вище деякого порогу, відомого як межа пружності.

Основні проблеми теорії пластичності – це математичне формулювання співвідношень між $\sigma - \varepsilon$ і в виборі кількісного критерія для визначення початку приходу пластичності.

Непружна зона в ґрунтовій основі не є настільки мала, щоб виправдити використання рішень, заснованих на лінійній теорії пружності.

Більшість задач механіки ґрунтів нелінійні як в фізичному, так і в геометричному змісті і прикладання до їх дослідження методів лінійної класичної механіки суцільних середовищ пов’язано із значними погрішностями. Та на це йдуть заради спрощення викладок, коли підняття точності рішення при врахуванні нелінійності “з’їдається” неточністю в оцінці вихідних характеристик. [6].

В матеріалах, що не опираються розтягу, таких як бетон, гірська порода, ґрунт . . . в процесі навантаження проходить перерозподіл напружень, тому методи знаходження їх НДС та несучої спроможності аналогічні методу рішення задач теорії пластичності.

Механіка суцільного середовища, як фундаментальна наука, слугує хорошою основою для наступного вивчення теорії пружності, пластичності.

Розв’язок задачі про несучу спроможність фундаментної конструкції краще відповідає дійсності коли використовувати пружно-пластичну

модель, тобто, розглядати змішану задачу теорії пружності, в якій граничний стан є функцією як модуля деформацій, так і межі міцності.

Розв'язок змішаної задачі теорії пружності і теорії пластичності ґрунтів значно наближає до дійсності результати розрахунку осідань в порівнянні з розрахунками, які отримуються при окремому використанні цих теорій. Рішення змішаної задачі передбачає, що в ґрунті одночасово існують пружні і пластичні зони.

Рішення **змішаної задачі** передбачає, що в ґрунтах одночасово наявні пружні і пластичні зони, між якими границя чітко обмежена. Така ідеалізація явища приводить до більш чіткого рішення без значних викривлень дійсності.

При обґрунтуванні технічних рішень до ґрунтових споруд доцільно використовувати положення та висновки механіки ґрунтів.

Як відомо, графік залежності “навантаження - осідання” (P- S) для ґрунтів носить чітко виражений нелінійний характер. Тангенс кута, що утворений дотичною до кривої і вісью, паралельною осі осідань S характеризує **жорсткість основи** при деякому на нього тиску. Як впливає із графіка, з **ростом тиску** на стиснуту основу її **жорсткість знижується**.

Діючий в нормативах розрахунок основ по граничних станах можна розглядати як обмеження причини (допускається зусилля, що складає долю граничного значення ($p \leq R$)) і наслідків (допускаються деформації, що не викликають експлуатаційних порушень будівлі). R – розрахунковий тиск – це межа, при якій ще можна користуватись теорією пружності при розрахунку осадок. Основна вимога розрахунку основ по другому стану є в тім, що розрахункова деформація основи ($S_{\text{розрах}}$) не має перебільшувати його граничну величину $S_{\text{граничне}}$, яка гарантує експлуатаційну придатність споруди: $S_{\text{розрах}} \leq S_{\text{граничне}}$.

Один із шляхів вивчення непружності ґрунту – використання феноменологічних уявлень (наприклад – теорії пластичності) з внесенням поправок, що диктують експерименти.

Руйнування дискретних матеріалів проходить в результаті накопичення пластичних (залишкових) деформацій, що в граничному стані викликає розрив суцільності масиву в формі взаємного проковзування і механізмами, що обумовлюють непружне деформування є:

- утворення і ріст тріщин;
- незворотнє затікання пор;
- переупаковка зерен середовища в умовах дії сил сухого тертя;
- ковзання частини масиву з утворенням поверхні руйнування.

Таким чином, вплив пластичності проявляється в розвитку переміщень, перерозподілі внутрішніх зусиль. Перерозподіл зусиль є наслідком зміни в співвідношеннях жорсткості ділянок середовища. Саме тому за параметр зміцнення в роботі взято щільність ґрунту – ρ .

Методи нелінійного розрахунку показують принципові відмінності від розрахунку за граничними станами. Їх використання дозволяє оцінити НДС ґрунтової основи на всьому діапазоні навантаження, включаючи стадію руйнування.

1.2.5 Критерії міцності ґрунтової основи

Одна з найбільших задач механіки ґрунтів – формулювання критерію, який би вказував коли порушення всередині ґрунтового масиву отримують розміри, достатні для управління його поведінкою. Цей критерій відображає умову руйнування ґрунту чи межу його міцності. Як тільки починається розрив, потенційна енергія ґрунту в кінці розриву перетворюється в кінетичну енергію руху його частинок поблизу його кінця.

Необхідність в критерії текучості визначається необхідністю отримання третього співвідношення між дотичними і нормальними

співвідношеннями, які в сполученнях з рівняннями рівноваги та геометричними рівняннями привели б до статично визначеної задачі. Напрацьовано циліндричний критерій текучості Треска (1868 р.):

- (шестикутник Треска)

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = k, \quad (1.10)$$

- критерій Мізеса (1913р.)– круг Мізеса: $\tau_{(окт)\max} = \frac{\sqrt{2}}{3} * K = const.$ (1.11)

- огинаюча Мора-Кулона (1900р.):

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = f(\sigma_{\max} + \sigma_{\min}), \quad \tau = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + c. \quad (1.12)$$

- критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна. (1.13)

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \cdot \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} \leq p_0 \\ f = T + \rho_0 \cdot \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} > p_0 \end{cases},$$

де f – поверхня текучості, вона дає співвідношення між гідростатичним тиском $\sigma_{окт}$ (першим інваріантом тензора швидкостей напружень) та інтенсивністю напружень T (другим інваріантом девіатора напружень) на октаедричній площині (рівнонахиленій до головних осей) та разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі. Октаедричну площину називають ще девіаторною площиною, оскільки точки на її поверхні представляють девіаторні напруження:

$$\begin{aligned} \sigma_{окт} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = I_1 / 3, & \tau_{окт} &= \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}, \\ \varepsilon_{окт} &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = J_1 / 3, & \gamma_{окт} &= \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Октаедричні площадки мають ряд особливостей та спрощують розгляд напружень на них при аналізі умов руйнування. Замість дотичних напружень $\tau_{окт}$ деколи зручно розглядати інтенсивність напружень (узагальнене напруження):

$$T_i = \sigma_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{окт}. \quad (1.15)$$

1.3 Розробка імітаційних алгорitmів автоматизації оцінки НДС дисперсного ґрунту на базі неасоційованого закону пластичної течії та дилатансійної теорії гранульованих середовищ за МГЕ

1.3.1 Переваги пірамідальних паль

Фундаментобудування та механіка ґрунтів (як теоретична наука прямої практичної орієнтації) черпають життєві сили із потреб, конструктивних ідей та реальних об'єктів будівництва. Спорудження будівель є трудоміським процесом, який потребує виважених, чітко прорахованих кроків та розв'язання складних математичних задач. Особливо це відноситься до влаштування частини споруди, яка сприймає все навантаження від неї та передає його на ґрунтову основу – до фундаментів. Надзвичайно важливо забезпечити стійкість та малопросадковість будівлі, тим самим уникнути її можливого нерівномірного просідання чи руйнування. Для цього необхідно провести прогнозування поведінки фундаменту під конкретним навантаженням і провести числову реалізацію розрахунків фундаментних конструкцій. В будівництві все має бути передбачене в проектній організації, і міцність і економічна доцільність. Балансування на краю пропасті (аварія споруди) потребує точного математичного апарату розрахунків. Відносно поведінки і властивостей ґрунту, який на протязі багатьох років несе на собі тисячотонні будівлі і споруди, **поки що не все ясно**. Тут ще більш невідомого до цього часу ніж в інших областях, пов'язаних з

будівництвом. Розв'язком цих питань займається геомеханіка. Тому тема прогнозування деформативності фундаментів *залишається актуальною*.

Техніко-економічні порівняння видів паль показали, що найбільш економічними є пірамідальні палі, для яких витрати бетону на одиницю навантаження при інших рівних умовах в 1.67 раз менше ніж для призматичних паль. Пірамідальні палі завдяки свої клиновидній формі в процесі заглиблення максимально ущільнюють ґрунт по всі бокові поверхні і утворюють навколо заглибленої палі ущільнений об'єм ґрунту (зону ущільнення) з високим значенням модуля загальної деформації E .

На підстилаючу зону ґрунту вони в різниці від призматичних паль передають відносно невелике питоме навантаження. Вони забезпечують стійкість та довговічність будівель.

Техніко-економічні переваги пірамідальних паль в порівнянні з призматичними та буронабивними палями рівного об'єму обумовлюють все більше їх використання при будівництві споруд та потребують удосконалення методів їх розрахунку.

Особливістю спільної роботи паль з пірамідальним перерізом по довжині та їх основ є те, що при заглибленні таких паль навколо їх бічних поверхонь формується об'єм ущільненого ґрунту, щільність якого значно вище за природню.

В пірамідальних палях при їх завантаженні навколо стовбура формується зона деформації. Розміри її у верхній частині значно менше ніж в нижній. Це пояснюється тим, що велике ущільнення ґрунту, яке отримують верхні шари при навантаженні, сприяють підняттю модуля деформацій верхніх шарів ґрунту. Саме тому деформації у верхній частині менші. В нижній частині пірамідальної палі, де поперечний розтин паль менший і ґрунт отримує відповідно менше ущільнення, зона деформації має можливість більше розвиватись в сторони і вниз [8].

Робота з ґрунтом основи призматичні палі суттєво різниться від роботи пірамідальних паль. Бокова поверхня призматичної палі не

передається на ґрунт нормальних тисків, а працює на тертя. Нормальні тиски передаються на ґрунт підшоною призматичної палі. Зона деформації навколо стовбура утворюється в результаті тертя при осіданні призматичної палі, а під підшоною – під дією нормальних тисків.

Розрахунки несучої спроможності пірамідальної палі в роботі виконано з використанням МГЕ, який дозволяє більш широко аналізувати формування напружень та деформацій в фундаментних конструкціях, так і в ґрунтовому масиві. Виконання розрахунків шляхом числового моделювання передбачає використання моделі ґрунтового середовища, вибір якої суттєво впливає на результати розрахунку.

Модель Кулона-Мора є широко вживаною на практиці. Ця модель базується на двох складових: законі Гука і умові міцності Кулона-Мора $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi$, τ – дотичні напруження, σ – нормальні напруження. Для використання цієї моделі необхідно визначити фізико-механічні характеристики ґрунту: c – питоме зчеплення (міцність ґрунту при нулевому значенні нормальних напружень на площадці зсуву; φ – кут внутрішнього тертя; γ – питома вага ґрунту; ν – коефіцієнт Пуассона).

1.3.2 Умова приходу пластичної течії Мізеса-Шлейхера-Боткіна

Модель ґрунтового середовища Мізеса-Шлейхера-Боткіна базується на теорії пластичної течії і описує фізично-нелінійне деформування ґрунтової основи. В ці моделі деформації ε складаються із пружних та пластичних складових, розглядається змішана (пружно-пластична задача):

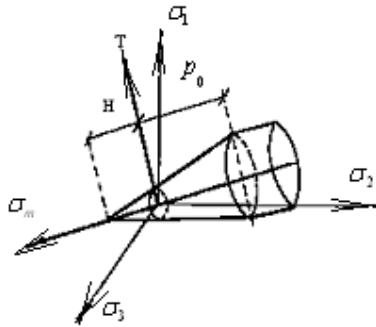
$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p, \quad (1.16)$$

де $d\varepsilon_{ij}^e$ – приріст пружних деформацій ґрунту, $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій ґрунту.

Тобто, повна деформація складається із двох складових: зворотньої (пружної) $d\varepsilon_{ij}^e$ і незворотньої $d\varepsilon_{ij}^p$. Робота напружень на приростах

$d\varepsilon_{ij}^e$ переходить в пружну енергію, тоді як робота на приростах незворотних деформацій $\sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^p$ дисипує (розсіюється).

Для визначення приростів пластичних деформацій ґрунту в роботі використано неасоційований закон пластичної течії:



$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f; \quad (1.17)$$

Рис. 1.1. Критерій пластичності Мізеса-Шлейхера-Боткіна в координатах головних напружень

де F – пластичний потенціал, відповідним вибором F забезпечується орієнтація вектора приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ у відповідності з дослідними даними, f – функція, що визначає умову пластичності ($f=0$).

Асоційований закон пластичної течії не відповідає експериментальним даним, отриманим при непружному деформуванні геоматеріалів і пористих середовищ. $\varphi \neq \Lambda$, тобто, кут внутрішнього тертя ґрунту не дорівнює швидкості дилатансії ґрунту і характеристики поля швидкостей і напружень не співпадають [19].

При переході від одновісного НДС до складного НДС виникає проблема формулювання умов переходу до пружно-пластичного стану. Узагальнюючи поняття границі текучості для дев'ятивимірного простору тензора напруг T_σ , введено поняття поверхні текучості f , яка має ту особливість, що при виході вектора напружень, який зображує напружений стан в даній точці на цю поверхню, матеріал переходить в пластичний стан.

Таким чином, поверхню текучості можна подати : $f(\sigma_{ij}) = 0$, чи в трьох вимірах: $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$. Вибір поверхні текучості інваріантний до вибору системи координат.

В якості умови пластичної течії f в роботі використовується критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна. Умова $f=0$ відповідає граничному стану, де функція f приймає вигляд (1.13):

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \cdot tg \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} \leq p_0 \\ f = T + \rho_0 \cdot tg \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} > p_0 \end{cases},$$

Ця поверхня текучості дає співвідношення між $\sigma_{окт}$ (перший інваріант тензора напружень T_σ) та T (перший інваріант девіатора напружень D_σ) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги (1) забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі.

В (1.13) T – інтенсивність дотичних напружень (інтенсивність девіатора напруг), $\sigma_{окт}$ – гідростатичний тиск; ψ – граничний кут тертя на октаедричній площині, аналогічний зчепленню, значення граничних напружень на октаедричній площині при $\sigma_m = 0$; p_0 – величина гідростатичного тиску на девіаторній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище, межа пластичної стисливості [1, 3] чи максимальний гідростатичний тиск (межа переходу від конуса до циліндра, рис. 1.1). Цей параметр ґрунту визначає рівень гідростатичного тиску, за якого відбувається перехід від конічної поверхні до циліндричної; τ_s – граничне значення інтенсивності дотичних напружень при відсутності гідростатичного тиску.

$$tg \psi = \frac{6 \sin \varphi \sqrt{3}}{9 - \sin^2 \varphi}, \quad \tau_s = \frac{6c \cos \varphi \sqrt{3}}{9 - \sin^2 \varphi}, \quad \sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{ij} q^{ij}. \quad (1.18)$$

Таким чином, відносні зрушення середовища вдовж поверхонь ковзання при залученні критерію текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна визначається октаедричною теорією міцності. Поверхня текучості має форму конуса, до

якого приєднано циліндр (рис. 1.1). Циліндрична форма поверхні текучості використана для опису граничного стану ґрунту, коли переупакування частинок ґрунту майже завершилось.

1.3.3 Неасоційований закон пластичної течії

Характеристики напружень та швидкостей деформацій співпадають лише при асоційованому законі пластичної течії, запропонованому в 1952 році Д. Друккером і В. Прагером [33,34]. Основна перевага цієї теорії – характеристики напружень σ і приростів пластичних деформацій $\dot{\varepsilon}^p$ співпадають, і область, що знаходиться в граничній рівновазі, можна визначити однозначно.

Для моделей із змінною дилатансією характеристики швидкостей змінюють свої кути в ході деформування, прямуючи до ортогональності в критичному стані:

$$\text{при } \rho = \rho^{cr} \quad F\left(\frac{\rho}{\rho^{cr}}\right) = F(1) = 0. \quad (1.19)$$

Тоді пластичну течію можна вивчати шляхом визначення поля швидкостей, а зміна щільності на кожному скінчено малому кроці в процесі деформування приводить до визначення нових напрямків характеристик.

Повний математичний опис незворотних деформацій приводить до черезмірно складних моделей. Для описання кінематичних ефектів дилатансії Б Хансен (1958) запропонував ввести кут дилатансії Λ , аналогічний куту внутрішнього тертя φ . Λ визначається із умови:

$$\dot{\varepsilon}^p = \left| \dot{\gamma}^p \right| \sin \Lambda, \quad (1.20)$$

де $\dot{\varepsilon}^p$ – швидкість пластичного об'ємного деформування; $\dot{\gamma}^p$ – швидкість пластичного зсувного деформування.

Теорія пластичної течії засновується на принципі максимуму Мізеса та швидкості дисипації механічної роботи., вона визначає приріст компонентів тензора пластичних деформацій пропорційно градієнту деякої функції, яку називають пластичним потенціалом і ототожнюють з функцією навантаження із асоційованого закону пластичної течії (1.17).

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f;$$

Пластична екіпотенціаль є фіктивна, вона не співпадає з поверхнею текучості f . Лінія, дотична до екіпотенціалу, ортогональна вектору приростів деформацій.

Локальне руйнування ґрунту в деяких точках ще не означає, що споруда в цілому знаходиться в аварійному стані. Це лише означає, що в цих точках ґрунт більше не опирається зсуву. Та коли сусідні точки гнаходяться в дограничному стані накопичення пластичних деформацій буде призупинено завдяки перерозподілу зусиль між частинками ґрунту. Відсутність силової взаємодії між частинками ґрунту крім контактної, дозволяє повязувати механічні властивості ґрунту виключно з їх упаковкою в об'ємі. Переулаштування упаковки визначає опір деформуванню (зміну форми) тіла. Ґрунт може деформувати лише шляхом переупакування.

1.3.4 Дилатансія ґрунтових основ

Для моделювання нелінійного деформування ґрунту використано дилатансійну умову проф. В.М. Ніколаєвського [19, 1] оскільки зміцнення та знезміцнення ґрунту повязане з явищем дилатансії (явищем зміни об'єму ґрунту при зсуві):

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p, \quad (1.21)$$

де $d\gamma^p$ – скалярний еквівалент приросту зсувної пластичної деформації на октаедричній площині; $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст не пружних змін об'єму, що супутні

зсуву; Λ – швидкість дилатансії; χ – параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту ρ , яка є своєрідною пам'яттю ґрунту).

Властивість ґрунту перебудовувати свою структуру при навантаженнях, переупаковувати жорсткі частинки ґрунту та змінювати пустотність системи тріщин при зсуві відмітив О. Рейнольдс. Кінематичне явище збільшення об'єму при зсуві названо **дилатансією** (від англ. dilate – розширятись), термін був вперше введений в 1885 р. О. Рейнольдсом), а здатність ґрунту зменшувати свій об'єм під час зрушення – **контракцією** (від англ. contract – стискуватись).

Фізична суть дилатансії – руйнування ділянок зчеплення блоків і в повертанні блоків частинок ґрунту при деформуванні вдовж поверхні ковзання, в результаті порушується структура, утворюються поверхні ковзання.

Для описання цього кінематичного ефекта в 1988 році Б. Хансен запропонував ввести кут дилатансії Λ , аналогічний куту внутрішнього тертя ґрунту φ .

Робота ґрунту в нелінійній стадії в роботі моделювалась дилатансійною теорією В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка [1,18]. Коефіцієнт дилатансії $\Lambda(\rho)$ (швидкість дилатансії) залежав від щільності ґрунту ρ [1] і визначався з умови:

$$\sin \Lambda = \frac{\dot{\epsilon}^p}{\dot{\gamma}^p}, \quad (1.22)$$

де $\dot{\epsilon}^p$ – швидкість пластичного об'ємного деформування, $\dot{\gamma}^p$ – зсувного.

На теперішній час експериментально виявлено незворотне деформування ґрунтів та напрацьовані моделі, що його описують [1,3,19]. Повне математичне описання незворотного деформування ґрунтів приводить до дуже складних математичних моделей.

Загальну картину станів можна охарактеризувати на площині Мора-Кулона (τ, p) , суміщені з площиною пластичних деформацій $(\varepsilon^p, \gamma^p)$ - об'ємних і зсувних (рис. 1.2). Оскільки в якості параметра стану можна взяти любую функцію точки, вказаної на площині (чи функцію поздовж шляху навантаження на ці площині, **наприклад, робота на пластичних деформаціях**). Найпростіший варіант, що в основному відповідає експериментальним даним, це покласти, що функція параметру стану χ тотожно дорівнює $\chi \equiv \varepsilon^p$, що майже еквівалентно $\chi = m$, де m - пористість. Такий стан нестискуваного середовища ($\Lambda = 0$) є *критичним станом в понятті Казагранде*.

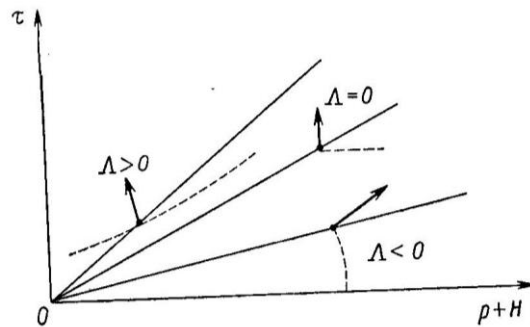


Рис. 1.2 – Загальна картина стану ґрунту та види екіпотенціалей

З рис. 1.2 видно, що:

- при $\Lambda > 0$ (це умова розрихлення середовища при зсуві, відповідає щільному стану ґрунту чи його розрихленню при русі в зафронтальній області за рахунок дилатансійного ефекту, при цьому сильно змінюється коефіцієнт внутрішнього тертя α), пластичні екіпотенціалі мають форму гіпербол;
- частковий випадок $\alpha = \Lambda > 0$ відповідає виродженню гіпербол в прямі лінії – пластична екіпотенціаль зливається з поверхнею текучості (з прямою Мора-Кулона);
- при $\Lambda < 0$ (це відповідає рихлому стану ґрунту чи його ущільненню) пластичні екіпотенціалі мають форму еліпсів.

- при $\Lambda = 0$ – цей випадок відповідає критичному стану ґрунту, еквіпотенціал є прямою лінією, паралельною осі тиску (рис. 3).

Коефіцієнт дилатансії Λ в роботі визначався в залежності від значень текучої щільності ρ_i та критичної щільності ґрунту ρ_{cr} . В залежності від співвідношення ρ_i та ρ_{cr} :

- $\Lambda > 0$ (явище дилатансії, об'єм ґрунту збільшується) $\rho_i > \rho_{cr}$.

Пластична еквіпотенціал F в неасоційованому законі пластичної течії () являє собою гіперболу. У щільних станів ґрунту ($\Lambda > 0$) після піка міцності при зсуві здійснюється розрихлення і послаблення.

- $\varphi = \Lambda > 0$ (досягнення критичної щільності) $\rho_i = \rho_{cr}$; Пластична еквіпотенціал F в неасоційованому законі пластичної течії () являє собою прямі лінії, зливається із поверхнею текучості f (з прямою Мора-Кулона), має місце асоційований закон течії.

- $\Lambda < 0$ (контракція – ущільнення ґрунту, зменшення об'єму) $\rho_i < \rho_{cr}$. Пластична еквіпотенціал F в неасоційованому законі пластичної течії () являє собою еліпс. Рихлий ґрунт ($\Lambda < 0$) при зсуві ущільнюється.

- $\Lambda = 0$ критичний стан середовища. Зсув здійснюється без супутніх змін об'єму. В цьому випадку Казагранде [] запропонував щільність ґрунту назвати критичною ($\rho_{ск}$).

Кут внутрішнього тертя φ в залежності від коефіцієнта дилатансії:

$$\varphi_i = \varphi_0 + \arcsin \Lambda, \quad (1.23)$$

де φ_0 - кут внутрішнього тертя при досягненні критичної щільності ρ^{cr} .

В дилатансійній теорії моделюється зміна параметрів щільності ρ та кута внутрішнього тертя Λ в процесі деформування ґрунту. Дилатансійна теорія пов'язує збільшення критичної щільності ρ^{cr} із зростанням гідростатичного тиску σ_m , при досягненні рівня всебічного обтиснення $\sigma_m = p_0$ пластичні зміни майже відсутні.

При розв'язанні задач пластичності крім рівнянь рівноваги вводяться ще два додаткових.

- Перше з цих рівнянь записується для компонент тензора напружень.
- Друге формулюється для компонент тензора швидкостей деформацій.

Перше рівняння в просторі напружень визначає миттєву поверхню текучості, що проходить через точку, яка розглядається. Друге рівняння визначає в цій же точці орієнтацію вектора швидкостей приростів пластичних деформацій.

Граничний напружений стан ґрунту можна визначити

- чи в формі критерію Мізеса- Кулона,
- чи в формі критерію Мізеса- Шлейхера-Боткіна.

Для описання пластичних деформацій в граничному, чи близькому до нього станів можна взяти ці умови граничної рівноваги в одній із вказаних форм. В якості другого рівняння записується дилатансійна умова. Для замикання моделі необхідно знайти із дослідних даних залежність внутрішнього тертя φ і швидкості дилатансії Λ від параметра зміцнення λ . Якщо прийняти $\lambda = e^p$, де e – пористість ґрунту, то це буде відповідати головному ефекту – залежності міцності ґрунту від щільності його упаковки (1.17).

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f;$$

де F – пластичний потенціал, така функція напружень, частинна похідна від якої по σ_{ij} пропорційна приросту пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$, $d\lambda$ – коефіцієнт пропорційності.

Функція F визначається лише в точках миттєвої поверхні текучості, сліди яких на площині $\sigma - \tau$ являють собою систему прямих суцільних ліній рис. 1.2 .

1. 4 Дослідження можливостей запропонованого числового

підходу до задач прийняття рішень про несучу спроможність
пальових фундаментів

1.4.1 Визначення НДС та несучої спроможності пірамідальної палі за МГЕ

Гостра необхідність в об'єктах соціально-побутового призначення потребує збільшення об'ємів житлового та цивільного будівництва. Ріст об'ємів будівництва можливий при раціональному використанні грошових, трудових та матеріальних ресурсів. Кошторисна вартість будівництва фундаментів сягає біля 40% загальної кошторисної вартості будівлі. В промисловому та цивільному будівництві України завдяки її геологічним умовам доцільно застосування пірамідальних паль та особливості їх взаємодії з підвалинами та теоретичні методи розрахунку вивчені недостатньо. Тому тема дослідження НДС раціональних пірамідальних паль є актуальною.

Відсутність надійних методів оцінки несучої спроможності пірамідальних паль призводить до збільшення коефіцієнтів запасів та прийняття недосконалих рішень.

Проблема оцінки несучої спроможності основ фундаментів є визначальною в практичному проектуванні, адже в сучасному будівництві проходить збільшення навантаження на ґрунтову основу з 0.3 до 1 МПа.

В роботі проведені числові дослідження за МГЕ по визначенню НДС та несучої спроможності пірамідальних паль, яким властивий опір навантаженням при рівних осіданнях [7] в 1.6 раз більший ніж призматичним палям рівного об'єму. Пірамідальні палі в порівнянні з призматичними мають підвищену несучу спроможність обумовлену збільшенням ущільненої ділянки навколо пірамідальних паль в верхній її частині. Працюючи під навантаженням в розпір пірамідальні палі передають нормальний тиск від навантаження на цей ущільнений об'єм ґрунту лише боковими гранями [7], рис. 1.3.

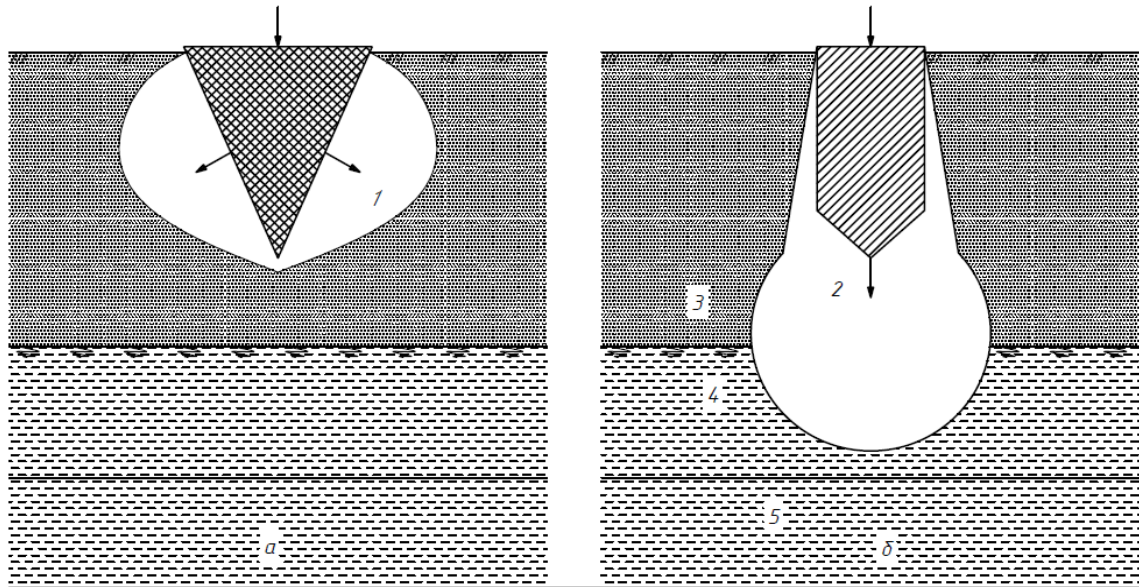


Рис. 1.3 – Схема сумісної роботи пірамідальної (а) та призматичної (б) палі з їх основами: 1 – зона ущільнення і деформації; 2 – зона деформації; 3 – пісок; 4 – торф з мулом

Розміри пірамідальної палі – глибина заглиблення $L=2$ м., розмір в голові палі – 80×80 см., розміри в підшві – 5×5 см.

Головною особливістю пірамідальних палі є те, що навантаження від палі не передається на ґрунт, що залягає нижче її підшви, а врівноважується в межах об'єму ущільненої зони ґрунту, що розташовується навколо бокових граней пірамідальної палі, а палі призматичної форми передають навантаження на ґрунт, який залягає нижче її підшви, рис. 1.3.

Середньозважені фізико-механічні характеристики ґрунтової основи (пісок, супісь) [13,7]:

$$\rho = 1.88 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{dry} = 1.49 \text{ т/м}^3, \quad w = 0.26, \quad w_p = 0.25, \quad w_L = 0.54, \quad e = 0.84,$$

$$S_r = 0.86, \quad E = 18 \text{ МПа}, \quad \varphi = 21^\circ, \quad c = 26 \text{ КПа}, \quad \varepsilon_{sw} = 0.08, \quad p_{sw} = 650 \text{ КПа},$$

$$\rho_s = 2.66 \text{ г/см}^3, \quad \nu = 0.3$$

Заміна параметрів багатофазового середовища параметрами еквівалентного квазіоднофазового середовища є достатньо ефективним прийомом числової реалізації.

Числові дослідження роботи пірамідальної палі проведено за числовим МГЕ. МГЕ – сучасний числовий метод розв’язання краєвих задач будівельної механіки, привернув до себе увагу дослідників головним чином тією властивістю, що суцільне середовище розбивається на ряд елементів, які можна розглядати як окремі частини.

Ідея подання конструкції у вигляді дискретних елементів була сформульована ще Пуассоном. Зараз необхідно відмітити якісно новий етап розвитку цієї ідеї в сучасних числових методах, як в МСЕ, так і в МГЕ. Вихідним пунктом наближеного рішення краєвих задач є дискретизація континуума (перехід від нескінченного числа степенів вільності до кінцевого). Кількість СЕ визначалась в результаті числового експерименту. Проводились розрахунки при різній кількості СЕ. За критерій збіжності приймалась мінімальна розбіжність в опорі фундаментної конструкції (біля 5 %).

МГЕ використовує лише поверхневу дискретизацію дослідного об’єкту (в даному випадку – пірамідальної палі), тому для тривимірних задач фундаментобудування цей метод більш ефективний.

Інтенсивний розвиток та широке застосування ЕОМ суттєво наблизило фундаментальні математичні проблеми до прикладних, посилило їх взаємовплив.

Для розв’язання поставленої задачі використано класичні методи теорії пружності (при визначенні НДС основи), фундаментальні рішення Р. Міндліна для півпростору (для компоновки ядер розрахункового інтегрального рівняння МГЕ), прямий метод граничних елементів (для отримання числового розв’язку розрахункового інтегрального рівняння (1.1)), двовимірні квадратури Гаусса (при інтегруванні дискретних

трикутних осередків активної зони основи), Метод «пружніх» рішень О.А. Ільюшина (для числового розв'язку інтегрального рівняння МГЕ).

Дискретизація та квантування неперервних процесів – це складові прийняття рішень в складних системах.

Метод «пружніх» рішень О.А. Ільюшина є дієвим наближеним методом, який дозволяє звести рішення пружно-пластичної задачі до послідовного розв'язку лінійних задач. Розглядаються малі пружно-пластичні деформації.

Середовище навантажується поступово з визначеними малими порціями навантаження. Малі довантаження відповідно викликають малі прирости деформацій, напружень і переміщень. При цьому з достатньою ступеню достовірності допускається, що при малих переміщеннях середовище веде себе як лінійно-пружнє.

Схему дискретизації бокової поверхні, вістря пірамідальної палі, розміри та дискретизацію активної зони ґрунтової основи, в рамках якої розвиваються деформації ущільнення за розрахунок зменшення об'єму пор ґрунту під дією ефективного зовнішнього тиску, наведено на рис. 1.4.

В визначальному рівнянні МГЕ використано інтегральний синтез рівнянь рівноваги, геометричних та фізичних рівнянь. Таким чином, поведінка ґрунту під навантаженням описувалась інтегральним рівнянням, отриманим К. Бреббія [2] (1.1):

$$c_{ij}u_j + \int_{\Gamma} p^*_{ij}u_{ij}d\Gamma = \int_{\Gamma} u^*_{ij}p_{ij}d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^*_{jk} \varepsilon^p_{jk} d\Omega$$

де u, p – шукані вектори переміщень та напружень на границі фундаментної конструкції; інтеграл по області Ω (Ω – активна зона навколо фундаментної основи) включає вектор пластичних деформацій ε_p ; Γ – границя досліджувального об'єкта; u^*, p^* – сингулярні фундаментальні рішення Р. Міндліна, що відповідають одиничним взбурюючим впливами в півпросторі.

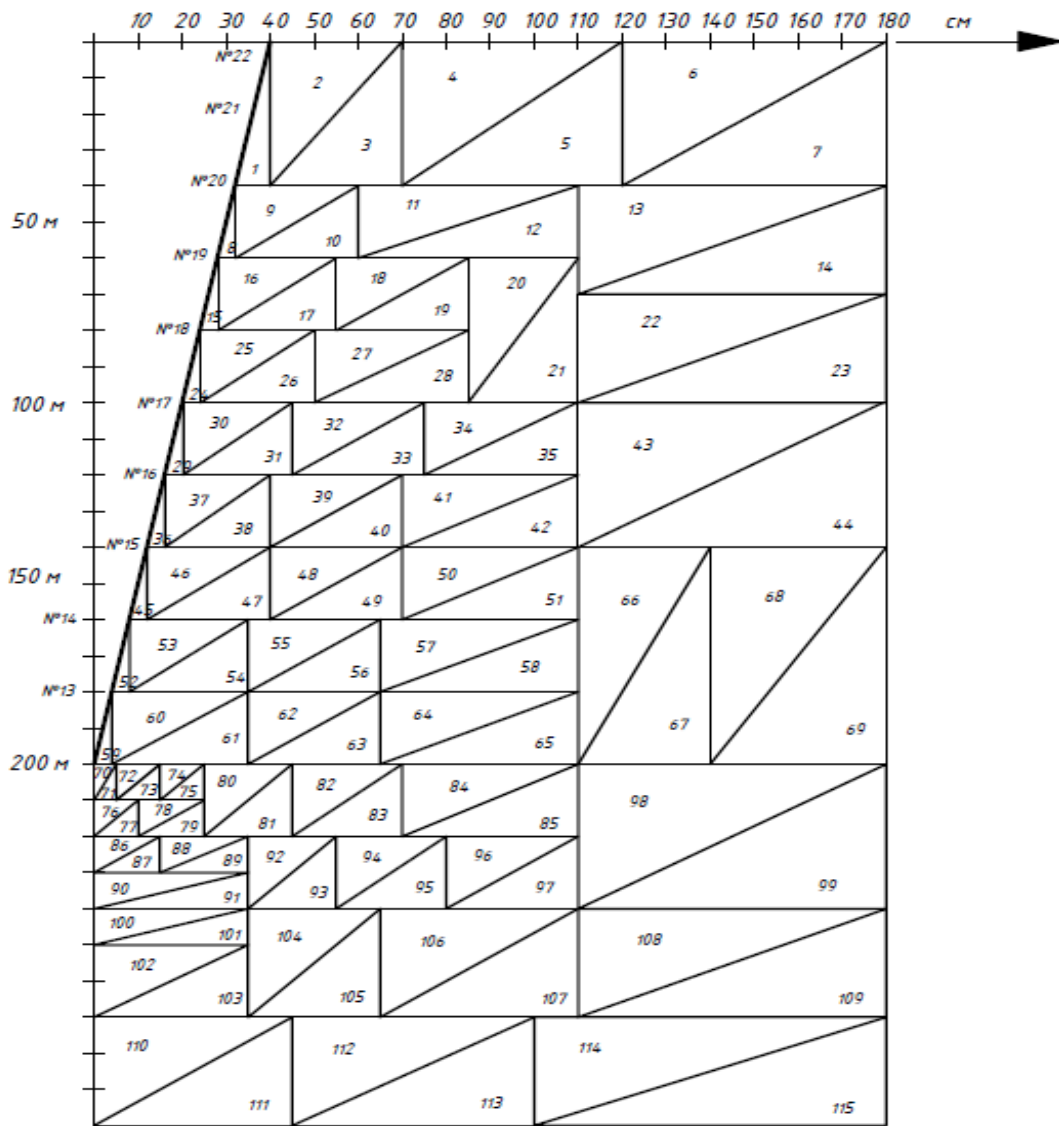


Рис. 1.4 – Схема дискретизації бокової поверхні та активної зони пірамідальної палі

Для оцінки приходу граничного стану (початку порушення рівноваги між частинками ґрунту і його агрегатами, перехід ґрунту в стан пластичної течії) використано октаедричну теорію міцності та критерій текучості Мізера-Шлейхера-Боткіна (1.13) :

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}); \quad f(\sigma_{окт}, \tau_{окт}) = 0$$

Основою числової реалізації МГЕ є перехід від функціонального інтегрального співвідношення (1.1) до його алгебраїчного аналога - системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

В роботі замість вимоги ортогональності вектора приросту пластичних деформацій ґрунтової основи $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні пластичності f використано неасоційований закон пластичної течії (1.17):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f$$

та дилатансійні співвідношення В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка [1,3, 19]:

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_{\text{шарове}}^p + d\varepsilon_{\text{девіаторне}}^p, \quad d\varepsilon_{\text{шарове}}^p = \lambda(x)d\gamma^p$$

де $d\gamma^p$ – скалярна характеристика формозміни, другий інваріант девіатора деформацій $I_2(D_\varepsilon)$; $\lambda(x)$ – коефіцієнт дилатансії.

$$d\varepsilon_{\text{девіаторне}}^p = D_{ij}d\lambda \quad (1.24)$$

де D_{ij} – девіатор напруг; $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження. В роботі проаналізовано матрицю впливу МГЕ, яка з точки зору будівельної механіки є матрицею піддатливості ґрунтової основи. Як відомо, обернення матриці піддатливості дає матрицю жорсткості.

На рис. 1.5 показано динаміку розвитку деформацій ґрунту в ущільнені зоні від дії зовнішнього вертикального (гравітаційного) навантаження.

Залежність між $S=f(P)$ на початку пропорційна і носить майже лінійний характер, потім при збільшенні навантаження деформацій ґрунту розвиваються в менш ущільненому ґрунті, близькому до границі зони ущільнення. Крива $S=f(P)$ приймає криволінійний обрис і характеризує закінчення I стадії сумісної роботи пірамідальної палі з ущільненим ґрунтом її основи. Подальше збільшення навантаження викликає переміщення і за її межами, що обумовлює різке збільшення осідань.

Забивні фундаменти при дослідженнях в польових умовах показали, що гранична величина осідання, при якій деформації затухають в об'ємі ущільненої зони ґрунту, рівна 8-12 см., при $P=800$ кН. $S=8$ см.

При осіданні 8 см. величина навантаження (несуча спроможність пірамідальної палі за МГЕ) склала 817 кН.

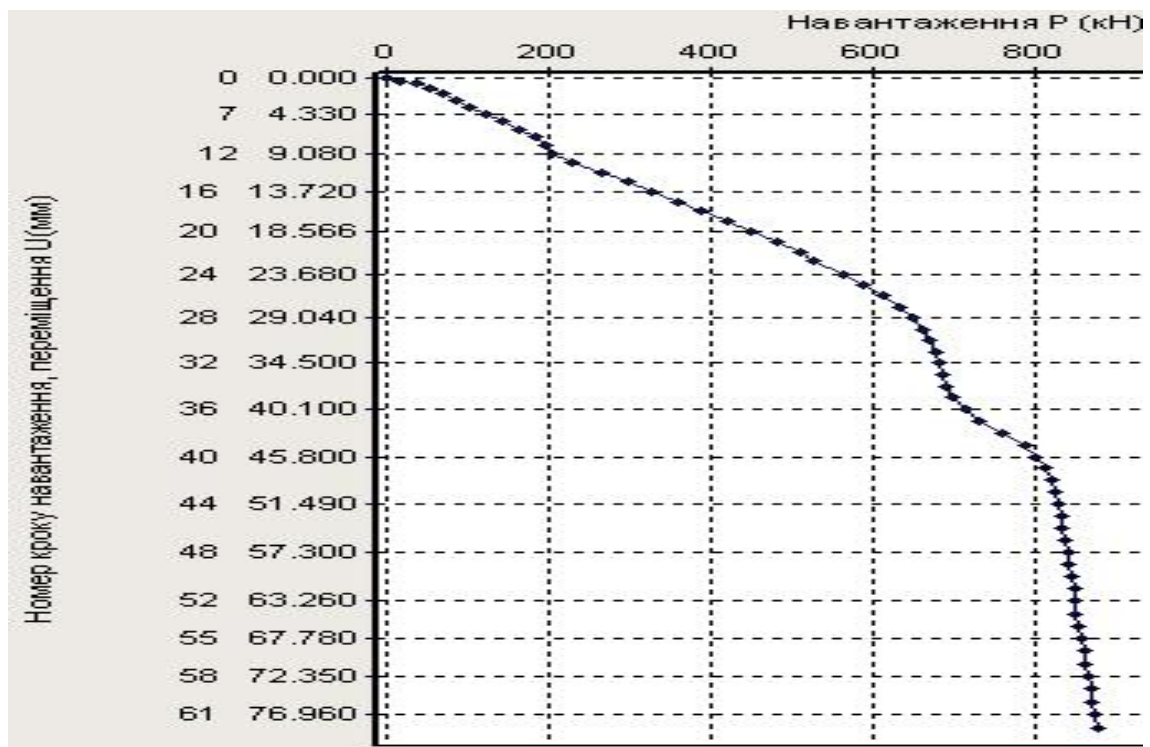
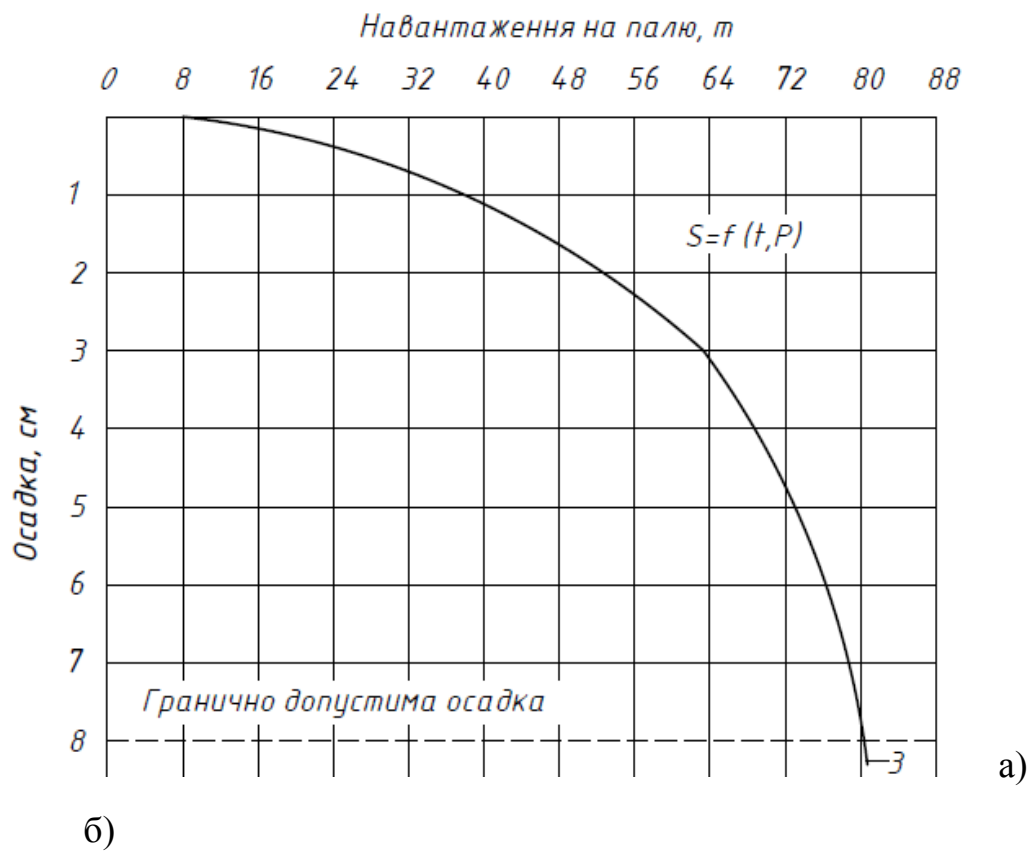


Рис. 1.5 – Результати: а) – експериментальних досліджень [13] та б) – результати числового прогнозу за МГЕ роботи під навантаженням пірамідальної палі

1.4.2 Висновки

- В грунтах працюють механізми саморегулювання . Напруження з пластичних зон ґрунту передаються на сусідні, менш напружені області.
- Головний шлях розвитку механіки ґрунтів – дослідження пружнопластичних дилатансійних моделей та їх удосконалення на основі порівняння з експериментом.
- При обґрунтуванні технічних рішень до ґрунтових споруд доцільно використовувати положення та висновки механіки ґрунтів.
- Запропонована методика визначення НДС пірамідальних паль для конкретних ґрунтів і розмірів паль (їх довжини, кута збігу) з метою отримання ефективного проектного рішення.
- Дістала подальший розвиток математична модель прогнозування НДС та несучої спроможності пірамідальних паль від дії вертикальних навантажень шляхом числового моделювання задач пружного півпростору за МГЕ.
- Із результатів роботи видно, що подібне технічне рішення (використання пірамідальних паль) дозволяє суттєво скорити терміни і кошторисну вартість спорудження підземної частини висотних будівель з дотриманням вимог надійності та довговічності споруд. Придатність пластичних моделей до описання поведінки реального тіла має вирішувати експеримент.
- На теперішній час пірамідальні палі знаходять ефективне застосування в житловому та промисловому будівництві. При цьому, особливо економічне рішення фундаментів із пірамідальних паль можна отримати для малонавантажених будівель та споруд. Економія кошторисної вартості робіт нулевого циклу може досягти 30-60 % при заміні фундаментів із призматичних паль на пірамідальні. Крім того, досягається значна економія бетону і сталі, знижуються трудовитрати.

При дослідженні несучої спроможності пірамідальних паль можна виявити, що вона змінюється пропорційно об'єму заглибленої частини

палі. Опір пірамідальної палі вертикальному навантаженню збільшується з ростом кута конусності при рівних об'ємах робочої частини. Ці обставини є одним із резервів підняття економічності палових фундаментів, так як при раціональному виборі форми палі дозволяє при одному і тому ж розході бетону сприймати більші навантаження.

– Виконано аналіз результатів числових досліджень, проведено співвідношення з експериментальними даними, які стримані безпосередні заміром тиску в ґрунтові основі мездозами [13].

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бойко І.П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І.П. Бойко, О.В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково – технічний збірник. – К. : КНУБА, 2004. – Вип. 28. – С. 3-10.
2. Бреббья К. Методы граничных элементов / К. Бреббья, Ж. Теллес, Л. Вроубел.- М.:Мир.1987.-525 с.
3. Бойко І.П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упругопластическом основании / І.П. Бойко, Сб. КИСИ “Основания и фундаменты”. – 1985 – №18, С 11-18.
4. Биргер И.А. Общие алгоритмы решения задач теории упругости , пластичности и ползучести. – Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975 с. 61-73.
5. Голубков В.Н., Догадайло А.И., Коган А.Р. Экспериментальные исследования работы пирамидальных свай в основании, сложенным насыпными и лёссовыми ґрунтами І типа просадочности / Сб. Киевского университета «Свайные фундаменты в просадочных ґрунтах». 1970. С.36-40.
6. Гольдштейн М.Н. Механические свойства ґрунтов. М.: Стройиздат - 1971. 367с.
7. Голубков В.Н., Догадайло А.И., Тугаенко Ю.Ф. Экспериментальные исследования коротких свай различной конструкции в ґрунтах первого типа просадочности / Сб. Киевского университета «Свайные фундаменты в просадочных ґрунтах». 1970. С.9-16
8. Голубков В.Н., Бовкун Ф.К. Полевые исследования коротких висячих свай в лёссовых просадочных ґрунтах/ Сб. Киевского университета «Свайные фундаменты в просадочных ґрунтах». 1970. С.105-109.
9. ДБН В.2.1-10-2009 Основи та фундаменти споруд.

10. ДСТУ БВ.2.1-27:2010 Основи та Фундаменти споруд. Палі. Визначення несучої здатності за результатами пальових випробувань.
11. Ильющин А.А. Пластичность. М.: Госиздат, 1947.Електронний ресурс - <http://www.geotek.ru/>
12. Зоценко Н.Л., Яковлев А.В. Примеры расчета оснований и фундаментов сельских зданий и сооружений./ К.: Будівельник. 1986– 104 с.
13. Колесников Л.И., Синявский С.Д., Митюшов В.Н. Некоторые результаты исследований пирамидальных свай в сильнопросадочных грунтах. / Сб. Киевского университета «Свайные фундаменты в просадочных грунтах». 1970. С.117-119.
14. Корнієнко М.В., Карпенко Д.А. Несуча здатність буронабивних паль з розширенням в лесових грунтах за результатами статичних випробувань. // Основи і фундаменти: Міжвід. наук.- тех. зб. – Вип. 31. – К.: Будівельник, 2008, с. 54...63.
15. Моргун А.С., Шевченко І.І., Рибак О.Ю. «Математичне узагальнення деформативності пірамідальних паль за МГЕ». Тези доповідей на конференції «Молодь в науці»12-14, 03.2021, ВНТУ, Вінниця.
15. Моргун А.С. Нелінійні проблеми механіки ґрунтів / А.С. Моргун // Вінниця, ВНТУ, 2016. – 122 с.
16. Моргун А.С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів./А.С. Моргун – Вінниця, ВНТУ. – 2013 – 108 С.
17. Матус Ю.В., Митюшев В.Н., Синявский С.Д., Натурные исследования пирамидальных свай в слое песка подстилаемого мощным слоем ила. Сб. основания и фундаменты ОИСИ, 1987 г. С 48-52.
18. Николаевский В.Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие механики грунтов // В.Н. Николаевский – М.: Стройиздат. 1975 г. – С. 210-227.
19. Николаевский И.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. – М.: «Недра», 1984. 232 с.

20. Сахаров В.О. Математична модель нелінійної ґрунтової основи в умовах прибудови // Основи і фундаменти. Міжвід. наук.- техн. зб. КНУБА, 2005. - Вип. 29.
21. Сытников М.А., Шайтаров Л.Д., Лозовик М.А. Внедрение прямоугольных пирамидальных свай в Белоруссии. М.: Стройиздат. Основания, фундаменты и механика грунтов, №1, 1980. С.8-10.
22. СНиП 2.02.03-85 Свайные фундаменты.
23. Шапиро Д. М. Упруго-пластичный анализ несущей способности оснований реконструируемых объектов методом конечных элементов / Д. М. Шапиро, Н. Н. Мельничук // ОФ и МГ . – 2007. – № 2. – С. 18–21.
24. Шукле Л. Геологические проблемы механики грунтов / Шукле Л. – М.: Стройиздат, 1976. – 485 с.
25. Швецов Г.И. Основания и фундаменты / Швецов Г.И. – М.: Высшая школа, 1991. – 357 с.
26. Федоровский В. Г. Прогноз осадки фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит / В. Г. Федоровский, С. Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2000. – № 4. – С. 23–25.
27. Харин Р. Е. Технично-економическое обоснование выбора конструкций свай и свайного фундамента / Харин Р. Е. // ОФ и МГ–2006. – № 1.– 1976, – С. 13–16.
28. Харр М.Е. Основы теоретической механики грунтов / Харр М. Е. – М. : Из-во литературы по строительству, 1971. – 320 с.
29. Хазин С.В., Хазин В.И., Винников Ю.Л. Свайные анкеры для закрепления нефтегазовых трубопроводов: Монография. – Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка, 2005-252с.
30. Цитович Н.А. Механика грунтов / Цитович Н. А. – М. : Высшая школа, 1968. – 258 с.
31. Корнієнко М.В., Карпенко Д.А. Розвиток методів проектування паль з розширенням в лесових ґрунтах, що просідають. – Збірник наукових праць

Полтавського національного університету імені Юрія Кондратюка. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. Вип. 19. Полтава – 2007, с. 71-79.

32. Abovskiy N. P. Energy principle and its application for the creation of controlled structures/ Abovskiy N. P// Spatial structures in new and renovation projects of Building and construction. Proceeding international congress ICSS – 98 / June 22 – 26, Moscow. Russia. 1998. – P. 307 – 311.

33. Drucker D. C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quarterly Applied Mathematics / D. C. Drucker, W. Prager. – 1952. – 10. – № 2

34. Drucker D. C. Soil mechanic and work – hardening theories of plasticity / D. C. Drucker, R. E. Gibson, D. S. Henkel. – Trans. Amer. Soc. Civ. Eng., 1957

35. Timoshenko S., Resistance des materiaux, t. 1, Paris, Librairie Polytechnique Beranger, 1949.

36. Melan E., Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im innern beanspruchten Halbscheibe, Z. Angew. Math. Mech. 12, 343-346 (1932).

37. Mindlin R. D., Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, Physics. 7, 195-202 (1936).

МАТЕМАТИЧНЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ ДЕФОРМАТИВНОСТІ ПІРАМІДАЛЬНИХ ПАЛЬ ЗА МГЕ

Вінницький Національний Технічний Університет

Анотація. Робота присвячена актуальному питанню геомеханіки та фундаментобудування – удосконаленню методики розв’язання граничної задачі нелінійної поведінки під навантаженням фундаментних конструкцій пірамідальних палей з метою можливості прогнозування їх несучої спроможності та напружено-деформованого стану за числовим методом граничних елементів (МГЕ). Пірамідальна паля є важливим конструктивним елементом промислового, цивільного, гідротехнічного будівництва. В роботі напрацьовано адекватну модель для дослідження роботи пірамідальних палей за сучасним числовим методом граничних елементів (МГЕ). Досліджено ефект перерозподілу зусиль в активній зоні ґрунтової основи пірамідальної палі із зон менш ущільнених на зони більш ущільнені з більшим значенням модуля деформацій.

Ключові слова: Напружено-деформований стан, пірамідальна паля, метод граничних елементів.

Abstract.

Keywords:

Умови раціонального проектування фундаментних конструкцій – це максимальне використання можливостей роботи ґрунтової основи, в яку вона заглиблена.

Навантаження, що сприймає пірамідальна паля, повністю передається на ущільнену основу бокової поверхні. Тобто, зона деформацій від навантаження в пірамідальній палі не виходить за границі зони ущільнення. Тому при збільшенні навантажень на пірамідальну паля не спостерігається різкого зростання осідань. Зона ущільнення ґрунту є штучно ущільненою основою, яка виключає просадкові властивості ґрунту, має високе значення модуля загальної деформації.

Створений навколо пірамідальної палі штучний значний об’єм ущільненого ґрунту взмозі сприймати і урівноважувати більш високі навантаження ніж призматичні палі.

Пірамідальні палі в порівнянні з призматичними [3] мають підвищену несучу спроможність обумовлену збільшенням ущільненої ділянки навколо пірамідальних палей в верхній її частині. Працюючи під навантаженням в розпір пірамідальні палі передають нормальний тиск від навантаження на цей ущільнений об’єм ґрунту лише боковими гранями [3], рис. 1.

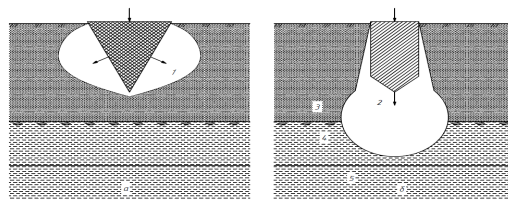


Рис. 1. Схема сумісної роботи пірамідальної (а) та призматичної (б) палей з їх основами: 1 – зона ущільнення і деформації; 2 – зона деформації; 3 – пісок

З використанням числового МГЕ проведено визначення деформативності пірамідальної палі при глибині заглиблення $L=2$ м., розмір в голові палі – 80×80 см., розміри в підшві – 5×5 см.

За умову приходу пластичної течії взято модель ґрунтового середовища Мізеса-Шлейхера-Боткіна [1,2], яка базується на теорії пластичної течії і описує фізично-нелінійне деформування ґрунтової основи. В ці моделі деформації \mathcal{E} складаються із пружних та пластичних складових, розглядається змішана (пружно-пластична задача) [4,5]. Для визначення приростів пластичних деформацій ґрунту в роботі використано неасоційований закон пластичної течії. Результати розрахунку порівняно з експериментом [3].

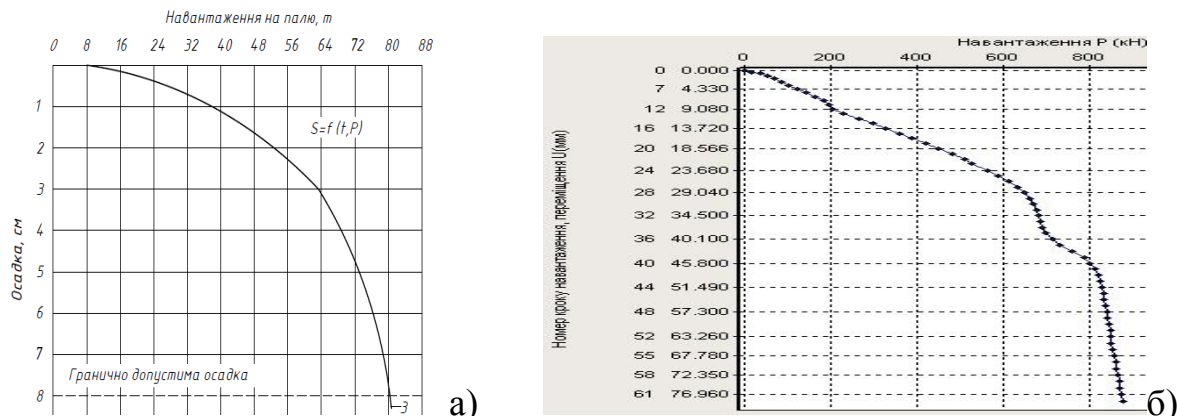


Рис. 1 – Результати: а) – експериментальних досліджень [13] та б) – результати числового прогнозу за МГЕ роботи під навантаженням пірамідальної палі

Дослідження в польових умовах показали, що гранична величина осідання, при якій деформації затухають в об’ємі ущільненої зони ґрунту, рівна 8-12 см., при $P=800$ кН. $S=8$ см.

При осіданні 8 см. величина навантаження (несуча спроможність пірамідальної палі за МГЕ) склала 817 кН.

Список використаної літератури

- 1.Бреббиа К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987.
- 2.Бойко И.П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упругопластическом основании / И.П. Бойко, Сб. КИСИ “Основания и фундаменты”. – 1985 – №18, С 11-18.
- 3.Матус Ю.В., Митюшев В.Н., Синявский С.Д., Натурные исследования пирамидальных свай в слое песка подстилаемого мощным слоем ила. Сб. основания и фундаменты ОИСИ, 1987 г. С 48-52.
- 4.Моргун А.С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів./А.С. Моргун – Вінниця, ВНТУ. – 2013 – 108 С.
- 5.Николаевский В.Н. Современные проблемы механики ґрунтов // Определяющие механики ґрунтов // В.Н. Николаевский – М.: Стройиздат. 1975 г. – С. 210-227.

Моргун Алла Серафимівна – дтн, проф., каф. БМГА Вінницького національного технічного університету; alla@morgun.com.ua

Шевченко Ігор Ігорович– аспірант ВНТУ

Рибак Олександр Юрійович –магістрант ФБТЕГП ВНТУ

Англ. авторів

ДОКЛАД

Реферат, Вступ, Актуальність, Зв'язок, мета, Об'єкт, Предмет, Методи, Наукова новизна, Практичне значення, Особистий внесок (якщо будуть питати), Апробація, Публікації.

Складність улаштування пальових фундаментів із паль довжиною 12 м. і більше, а також збільшення їх кошторисної вартості і термінів улаштування викликало пропозицію замінити довгі призматичні палі на короткі пірамідальні.

При заглибленні пірамідальної палі навколо неї утворюється зона ущільненого ґрунту, в результаті чого питома несуча спроможність одиниці об'єму пірамідальної палі може бути в 1,5-2,5 раз > висячої призматичної. В межах зони ущільнення об'ємна маса скелету ґрунту сягає максимального значення біля бокової поверхні палі і зменшується по мірі віддалення від неї. Дослідження на моделях підтверджують [21], що у призматичних паль на деякій глибині від голови утворюється щілинний отвір між боковою поверхнею і ґрунтом в результаті вібрації верхнього кінця палі при заглибленні. Це явище понижує несучу спроможність короткої (3-5 м.) призматичної палі на довготривалий час – до зникнення отвору в результаті переупакування частинок ґрунту. В пірамідальних палях щілинні отвори не утворюються, що і збільшує їх несучу спроможність в порівнянні з короткими призматичними.

Пірамідальні палі в процесі їх заглиблення формують навколо себе зону ущільнення з розмірами поперечного перетину, які в 2-2.5 рази перебільшують розміри поперечного перетину палі [7]. При навантаженні палі тиск передається на ущільнену зону, в межах якої ґрунт має велике значення модуля деформацій. Цим пояснюється високий опір пірамідальних паль прикладеному навантаженню.

Задачі механіки ґрунтів моделюються диференціальними рівняннями в частинних похідних і зводяться до класу крайових задач. Аналітичне

значення крайової задачі може бути отримане коли дослідна область – однорідна, диференційні рівняння – лінійні, тобто, коли можна застосовувати принцип суперпозицій. В реальних ситуаціях ця умова частіше всього не виконується і аналітичне рішення отримати неможливо, необхідно залучення сучасних числових методів МСЕ, МГЕ.

Методу інтегральних рівнянь присвячені роботи Н.І. Мусхелішвілі, С.Г. Міхліна, В.Д. Купрадзе та інших. МГЕ був напрацьований в Саутхемптонському університеті (Англія) К. Бреббія, Ж. Теллесом, Л. Вроубелом в межах 1978-1982 р.р. на основі методу зважених нев'язок та теорії потенціалів. Крайова задача для пошуку НДС пружної системи (система диференційних рівнянь в частинних похідних 15-го порядку + граничні умови) була зведена [2] до інтегрального рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1.1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

Запис приведено в позначеннях Енштейна (похідні по змінних позначаються комою).

Числова реалізація інтегрального рівняння

Використання МСЕ, МГЕ приводить до отримання розрахункової системи нелінійних систем алгебраїчних рівнянь відносно невідомих шуканих параметрів. Цю систему можна подати у формі матричного рівняння:

$$[A(q)] \cdot \{q\} = \{P\} \quad , \quad (1.3)$$

де $\{q\} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_n, \}$ - вектор невідомих шуканих величин;

$\{P\}$ – вектор зовнішніх впливів на дослідну систему;

$\{A(q)\}$ – квадратна матриця $n \times n$, елементи якої залежать від матеріалу дослідної системи та від її НДС.

Розв'язок системи (1.3) можна отримати:

I – методом послідовних наближень [4];

II – методом пружних рішень О.А.Ільюшина [11].

Метод «пружних» рішень О.А. Ільюшина є дієвим наближеним методом, який дозволяє звести рішення пружно-пластичної задачі до послідовного розв'язку лінійних задач. Розглядаються малі пружно-пластичні деформації.

Середовище навантажується поступово з визначеними малими порціями навантаження. Малі довантаження відповідно викликають малі прирости деформацій, напружень і переміщень. При цьому з достатньою ступеню достовірності допускається, що при малих переміщеннях середовище веде себе як лінійно-пружне.

В роботі використано метод О.А. Ільюшина, оскільки він приводить до деякого зменшення загальної трудомісткості обчислювальних операцій в порівнянні з методом послідовних наближень.

З метою відпрацювання параметрів алгоритму та оцінки похибок результат числового дослідження порівняно з експериментом.

Для числового моделювання багатошарова основа замінювалась еквівалентним квазіоднорідним середовищем із середньозваженими в рамках активної зони ґрунту характеристиками фізико-механічних властивостей ґрунтів. Паля і ґрунт працювали в умовах осевої симетрії.

Для отримання аналітичного рішення інтегрального рівняння (1.1) для конкретного виду геометрії і граничних умов вихідне рівняння (1.1) зводиться до алгебраїчної суми рівнянь для того, щоб можна було скористатись числовим підходом. Цей підхід складається із наступних етапів:

1. Вихідним пунктом наближеного рішення краєвих задач є дискретизація континуума (перехід від нескінченного числа степенів вільності до кінцевого.)

Границя дослідного об'єкта розбивається на ряд граничних елементів (ГЕ), всередині яких рахується, що потенціал та його нормальна похідна (потік) змінюються у відповідності до вибраних інтерполюючих функцій між вузловими точками елементів. Ці функції можуть бути постійними, лінійними, квадратичними .

2. Для кожної вузлової точки, що знаходиться всередині кожного ГЕ, записується дискретна форма рівняння, яке пов'язує значення потенціалу u (переміщення) з її нормальною похідною p (напруження) в кожному вузлі.

3. Інтеграл по кожному ГЕ обраховується за однією із схем числового інтегрування.

4. Шляхом накладання заданих граничних умов отримується система лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язок отриманої СЛАР дає значення невідомих функцій (в даній задачі механіки ґрунтів – напружень) на границі фундаментної конструкції.

Було виявлено [2], що серед різного типу граничних елементів, які можна використати при числовому розв'язку дискретного аналога інтегрального рівняння, лінійні елементи дають прийнятну точність, не вимагаючи значних зусиль з точки зору числової реалізації.

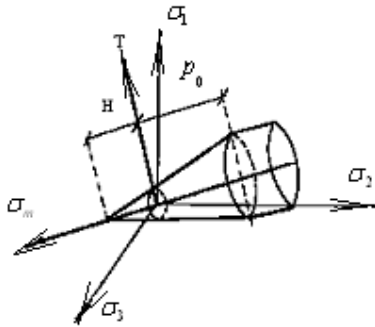
Умова приходу пластичної течії Мізеса-Шлейхера-Боткіна
Модель ґрунтового середовища Мізеса-Шлейхера-Боткіна базується на теорії пластичної течії і описує фізично-нелінійне деформування ґрунтової основи. В ці моделі деформації ε складаються із пружних та пластичних складових, розглядається змішана (пружно-пластична задача):

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p, \quad (1.16)$$

де $d\varepsilon_{ij}^e$ – приріст пружних деформацій ґрунту, $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій ґрунту.

Тобто, повна деформація складається із двох складових: зворотньої (пружної) $d\varepsilon_{ij}^e$ і незворотньої $d\varepsilon_{ij}^p$. Робота напружень на приростах $d\varepsilon_{ij}^e$ переходить в пружну енергію, тоді як робота на приростах незворотних деформацій $\sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^p$ дисипує (розсіюється).

Для визначення приростів пластичних деформацій ґрунту в роботі використано неасоційований закон пластичної течії:



$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f; \quad (1.17)$$

Рис. 1.1. Критерій пластичності Мізеса-Шлейхера-Боткіна в координатах головних напружень

де F – пластичний потенціал, відповідним вибором F забезпечується орієнтація вектора приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ у відповідності з дослідними даними, f – функція, що визначає умову пластичності ($f=0$).

Асоційований закон пластичної течії не відповідає експериментальним даним, отриманим при непружному деформуванні геоматеріалів і пористих середовищ. $\varphi \neq \Lambda$, тобто, кут внутрішнього тертя ґрунту не дорівнює швидкості дилатансії ґрунту і характеристики поля швидкостей і напружень не співпадають [19].

При переході від одновісного НДС до складного НДС виникає проблема формулювання умов переходу до пружно-пластичного стану. Узагальнюючи поняття границі текучості для дев'ятивимірного простору тензора напруг T_σ , введено поняття поверхні текучості f , яка має ту особливість, що при виході вектора напружень, який зображує напружений

стан в данній точці на цю поверхню, матеріал переходить в пластичний стан.

Таким чином, поверхню текучості можна подати : $f(\sigma_{ij}) = 0$, чи в трьох вимірах: $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$. Вибір поверхні текучості інваріантний до вибору системи координат.

В якості умови пластичної течії f в роботі використовується критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна. Умова $f=0$ відповідає граничному стану, де функція f приймає вигляд (1.13):

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \cdot tg \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} \leq p_0 \\ f = T + \rho_0 \cdot tg \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} > p_0 \end{cases},$$

Ця поверхня текучості дає співвідношення між $\sigma_{окт}$ (перший інваріант тензора напружень T_σ) та T (перший інваріант дівіатора напружень D_σ) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги (1) забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі.

Визначення НДС та несучої спроможності пірамідальної палі за МГЕ

Гостра необхідність в об'єктах соціально-побутового призначення потребує збільшення об'ємів житлового та цивільного будівництва. Ріст об'ємів будівництва можливий при раціональному використанні грошових, трудових та матеріальних ресурсів. Кошторисна вартість будівництва фундаментів сягає біля 40% загальної кошторисної вартості будівлі. В промисловому та цивільному будівництві України завдяки її геологічним умовам доцільно застосовування пірамідальних паль та особливості їх взаємодії з підвалинами та теоретичні методи розрахунку вивчені недостатньо. Тому тема дослідження НДС раціональних пірамідальних паль є актуальною.

Відсутність надійних методів оцінки несучої спроможності пірамідальних паль призводить до збільшення коефіцієнтів запасів та прийняття недосконалих рішень.

Проблема оцінки несучої спроможності основ фундаментів є визначальною в практичному проектуванні, адже в сучасному будівництві проходить збільшення навантаження на ґрунтову основу з 0.3 до 1 МПа.

В роботі проведені числові дослідження за МГЕ по визначенню НДС та несучої спроможності пірамідальних паль, яким властивий опір навантаженням при рівних осіданнях [7] в 1.6 раз більший ніж призматичним палям рівного об'єму. Пірамідальні палі в порівнянні з призматичними мають підвищену несучу спроможність обумовлену збільшенням ущільненої ділянки навколо пірамідальних паль в верхній її частині. Працюючи під навантаженням в розпір пірамідальні палі передають нормальний тиск від навантаження на цей ущільнений об'єм ґрунту лише боковими гранями [7], рис. 1.3.

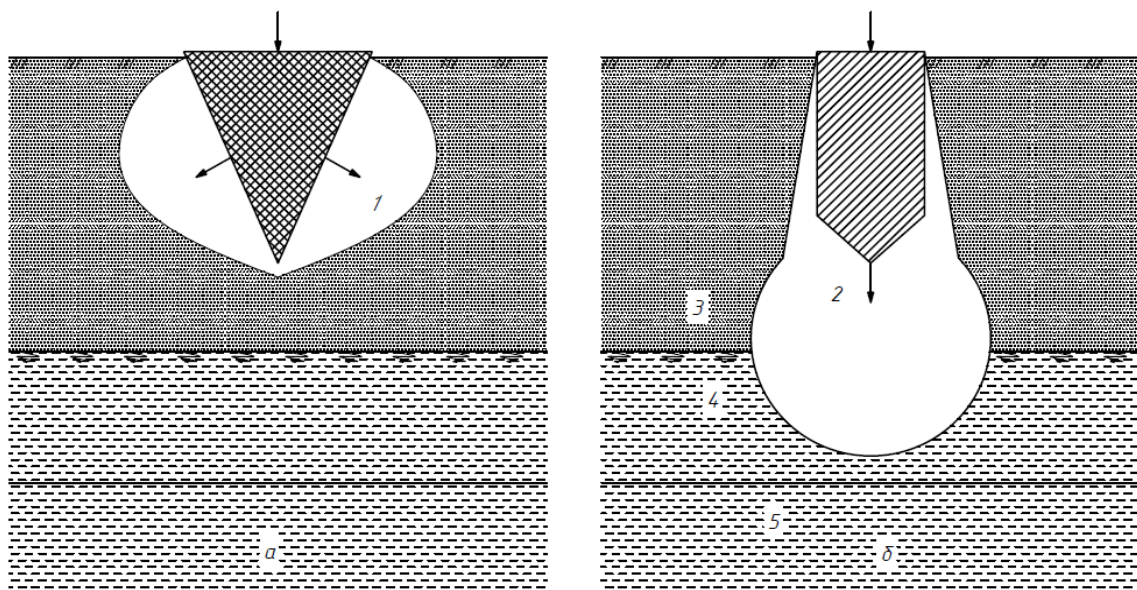


Рис. 1.3 – Схема сумісної роботи пірамідальної (а) та призматичної (б) паль з їх основами: 1 – зона ущільнення і деформації; 2 – зона деформації; 3 – пісок; 4 – торф з мулом

Розміри пірамідальної палі – глибина заглиблення $L=2$ м., розмір в голові палі – $80*80$ см., розміри в підошві – $5*5$ см.

Головною особливістю пірамідальних паль є те, що навантаження від паль не передається на ґрунт, що залягає нижче її підшви, а врівноважується в межах об'єму ущільненої зони ґрунту, що розташовується навколо бокових граней пірамідальної палі, а палі призматичної форми передають навантаження на ґрунт, який залягає нижче її підшви, рис. 1.3.

Середньозважені фізико-механічні характеристики ґрунтової основи (пісок, супісь) [13,7]:

$$\begin{aligned} \rho &= 1.88 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{dry} = 1.49 \text{ т/м}^3, \quad w = 0.26, \quad w_p = 0.25, \quad w_L = 0.54, \quad e = 0.84, \\ S_r &= 0.86, \quad E = 18 \text{ МПа}, \quad \varphi = 21^\circ, \quad c = 26 \text{ КПа}, \quad \varepsilon_{sw} = 0.08, \quad p_{sw} = 650 \text{ КПа}, \\ \rho_s &= 2.66 \text{ г/см}^3, \quad \nu = 0.3 \end{aligned}$$

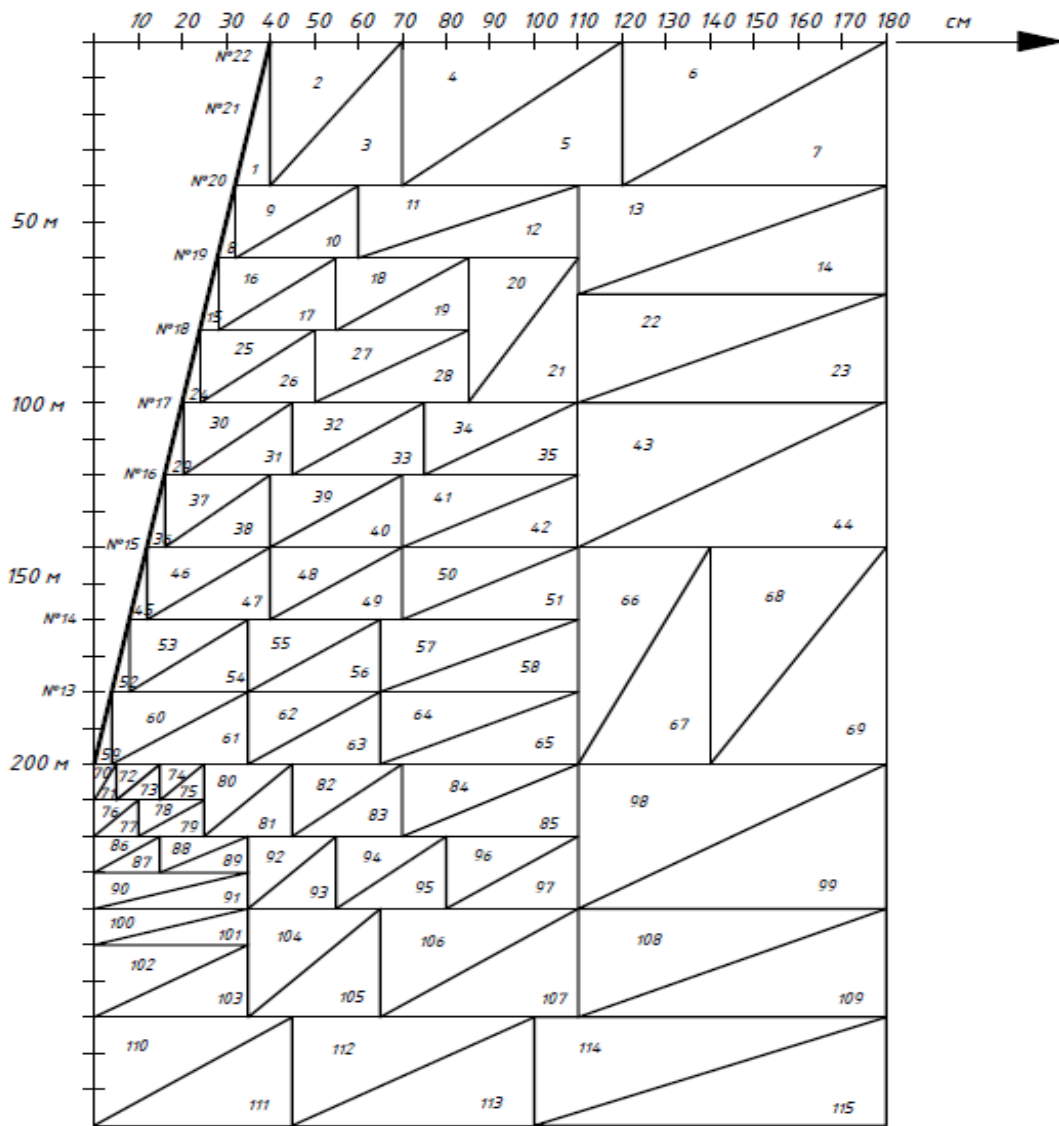


Рис. 1.4 – Схема дискретизації бокової поверхні та активної зони пірамідальної палі

Для оцінки приходу граничного стану (початку порушення рівноваги між частинками ґрунту і його агрегатами, перехід ґрунту в стан пластичної течії) використано октаедричну теорію міцності та критерій текучості Мізера-Шлейхера-Боткіна (1.13) :

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}); \quad f(\sigma_{окт}, \tau_{окт}) = 0$$

Основою числової реалізації МГЕ є перехід від функціонального інтегрального співвідношення (1.1) до його алгебраїчного аналога - системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

В роботі замість вимоги ортогональності вектора приросту пластичних деформацій ґрунтової основи $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні пластичності f використано неасоційований закон пластичної течії (1.17):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f$$

та дилатансійні співвідношення В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка [1,3, 19]:

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_{\text{шарове}}^p + d\varepsilon_{\text{девіаторне}}^p, \quad d\varepsilon_{\text{шарове}}^p = \lambda(x)d\gamma^p$$

де $d\gamma^p$ – скалярна характеристика формозміни, другий інваріант девіатора деформацій $I_2(D_\varepsilon)$; $\lambda(x)$ – коефіцієнт дилатансії.

$$d\varepsilon_{\text{девіаторне}}^p = D_{ij}d\lambda \quad (1.24)$$

де D_{ij} – девіатор напруг; $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження. В роботі проаналізовано матрицю впливу МГЕ, яка з точки зору будівельної механіки є матрицею піддатливості ґрунтової основи. Як відомо, обернення матриці піддатливості дає матрицю жорсткості.

На рис. 1.5 показано динаміку розвитку деформацій ґрунту в ущільнені зоні від дії зовнішнього вертикального (гравітаційного) навантаження.

Залежність між $S=f(P)$ на початку пропорційна і носить майже лінійний характер, потім при збільшенні навантаження деформацій ґрунту розвиваються в менш ущільненому ґрунті, близькому до границі зони ущільнення. Крива $S=f(P)$ приймає криволінійний обрис і характеризує закінчення I стадії сумісної роботи пірамідальної палі з ущільненим ґрунтом її основи. Подальше збільшення навантаження викликає переміщення і за її межами, що обумовлює різке збільшення осідань.

Забивні фундаменти при дослідженнях в польових умовах показали, що гранична величина осідання, при якій деформації затухають в об'ємі ущільненої зони ґрунту, рівна 8-12 см., при $P=800$ кН. $S=8$ см.

При осіданні 8 см. величина навантаження (несуча спроможність пірамідальної палі за МГЕ) склала 817 кН.

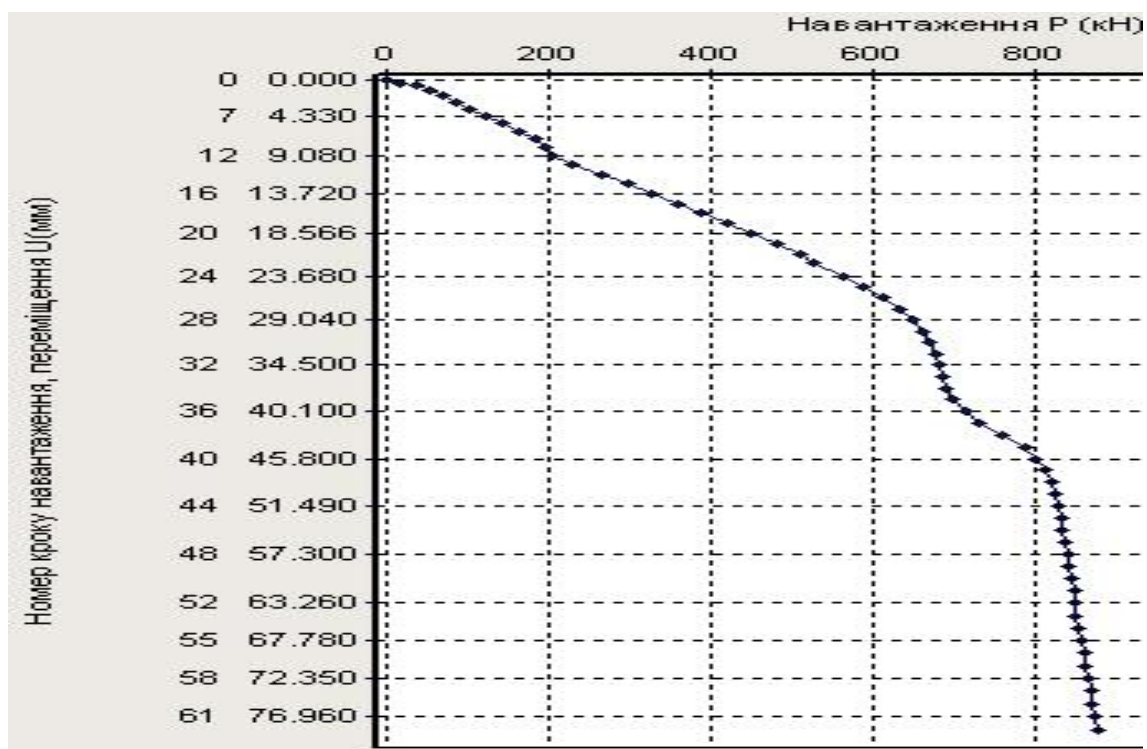
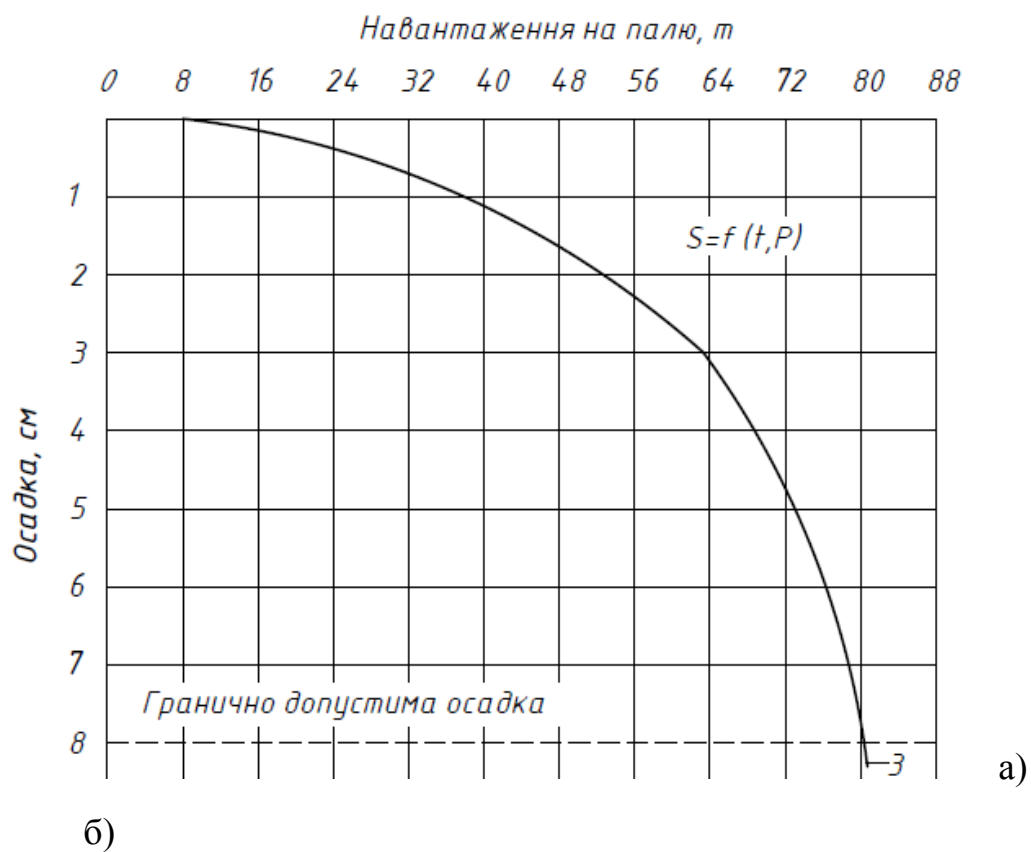


Рис. 1.5 – Результати: а) – експериментальних досліджень [13] та б) – результати числового прогнозу за МГЕ роботи під навантаженням пірамідальної палі

1.4.2 Висновки

- В грунтах працюють механізми саморегулювання . Напруження з пластичних зон ґрунту передаються на сусідні, менш напружені області.
- Головний шлях розвитку механіки ґрунтів – дослідження пружнопластичних дилатансійних моделей та їх удосконалення на основі порівняння з експериментом.
- При обґрунтуванні технічних рішень до ґрунтових споруд доцільно використовувати положення та висновки механіки ґрунтів.
- Запропонована методика визначення НДС пірамідальних паль для конкретних ґрунтів і розмірів паль (їх довжини, кута збігу) з метою отримання ефективного проектного рішення.
- Дістала подальший розвиток математична модель прогнозування НДС та несучої спроможності пірамідальних паль від дії вертикальних навантажень шляхом числового моделювання задач пружного півпростору за МГЕ.
- Із результатів роботи видно, що подібне технічне рішення (використання пірамідальних паль) дозволяє суттєво скорити терміни і кошторисну вартість спорудження підземної частини висотних будівель з дотриманням вимог надійності та довговічності споруд. Придатність пластичних моделей до описання поведінки реального тіла має вирішувати експеримент.
- На теперішній час пірамідальні палі знаходять ефективне застосування в житловому та промисловому будівництві. При цьому, особливо економічне рішення фундаментів із пірамідальних паль можна отримати для малонавантажених будівель та споруд. Економія кошторисної вартості робіт нулевого циклу може досягти 30-60 % при заміні фундаментів із призматичних паль на пірамідальні. Крім того, досягається значна економія бетону і сталі, знижуються трудовитрати.

При дослідженні несучої спроможності пірамідальних паль можна виявити, що вона змінюється пропорційно об'єму заглибленої частини

палі. Опір пірамідальної палі вертикальному навантаженню збільшується з ростом кута конусності при рівних об'ємах робочої частини. Ці обставини є одним із резервів підняття економічності пальових фундаментів, так як при раціональному виборі форми палі дозволяє при одному і тому ж розході бетону сприймати більші навантаження.

– Виконано аналіз результатів числових досліджень, проведено співвідношення з експериментальними даними, які стримані безпосередні заміром тиску в ґрунтові основі мездозами [13].

ДОКЛАД Рибак

Реферат, Вступ, Актуальність, Зв'язок, мета, Об'єкт, Предмет, Методи, Наукова новизна, Практичне значення, Особистий внесок (якщо будуть питати), Апробація, Публікації.

Складність улаштування пальових фундаментів із палей довжиною 12 м. і більше, а також збільшення їх кошторисної вартості і термінів улаштування викликало пропозицію замінити довгі призматичні палі на короткі пірамідальні.

При заглибленні пірамідальної палі навколо неї утворюється зона ущільненого ґрунту, в результаті чого питома несуча спроможність одиниці об'єму пірамідальної палі може бути в 1,5-2,5 раз > вищою призматичної. В межах зони ущільнення об'ємна маса скелету ґрунту сягає максимального значення біля бокової поверхні палі і зменшується по мірі віддалення від неї. Дослідження на моделях підтверджують [21], що у

призматичних палей на деякій глибині від голови утворюється щілинний отвір між боковою поверхнею і ґрунтом в результаті вібрації верхнього кінця палі при заглибленні. Це явище понижує несучу спроможність короткої (3-5 м.) призматичної палі на довготривалий час – до зникнення отвору в результаті переупакування частинок ґрунту. В пірамідальних палях щілинні отвори не утворюються, що і збільшує їх несучу спроможність в порівнянні з короткими призматичними.

Пірамідальні палі в процесі їх заглиблення формують навколо себе зону ущільнення з розмірами поперечного перетину, які в 2-2.5 рази перебільшують розміри поперечного перетину палі [7]. При навантаженні палі тиск передається на ущільнену зону, в межах якої ґрунт має велике значення модуля деформацій. Цим пояснюється високий опір пірамідальних палей прикладеному навантаженню.

Задачі механіки ґрунтів моделюються диференціальними рівняннями в частинних похідних і зводяться до класу крайових задач. Аналітичне значення крайової задачі може бути отримане коли дослідна область – однорідна, диференціальні рівняння – лінійні, тобто, коли можна застосовувати принцип суперпозицій. В реальних ситуаціях ця умова частіше всього не виконується і аналітичне рішення отримати неможливо, необхідно залучення сучасних числових методів МСЕ, МГЕ.

Основи МГЕ. Прикладання МГЕ до проблем механіки деформованого тіла

Інженери в області фізичних наук широко використовують в останній час числові методи досліджень. Однією із переваг числових методів є можливість багаторазової перевірки різних варіантів проектних рішень із зміною вхідних параметрів (в тім числі – властивостей ґрунтів). Ці методи засновані на наближеному розв'язку рівнянь, що описують фізичну задачу.

Потенційні можливості любого числового методу можуть бути повністю реалізовані лише в одному випадку – коли він добре запрограмований. МГЕ потребує трохи більше зусиль від програміста і менше від майбутнього користувача, ніж МСЕ.

Історично МГЕ передував споріднений до нього МСЕ, який базується на варіаційному численні та на методі зважених нев'язок. Важливим попередником МГЕ є теорія інтегральних рівнянь – теорія потенціалу Г. Гріна. Сучасні можливості числової реалізації дозволили розширити та покращити формулюровку визначення НДС пружних середовищ.

Відомо, що МСЕ неефективний в випадку необхідності розрахунку поздовжених областей (труба з нафтою чи газом на дні моря) в результаті неможливості описання з необхідною точністю поведінки моделі при дискретизації як двовимірних, так і тривимірних лінійно-пружних задач і задач теорії потенціалу.

Задачі механіки ґрунтів моделюються диференціальними рівняннями в частинних похідних і зводяться до класу крайових задач. Аналітичне значення краєвої задачі може бути отримане коли дослідна область – однорідна, диференційні рівняння – лінійні, тобто, коли можна застосовувати принцип суперпозицій. В реальних ситуаціях ця умова частише всього не виконується і аналітичне рішення отримати неможливо, необхідно залучення сучасних числових методів МСЕ, МГЕ.

Методу інтегральних рівнянь присвячені роботи Н.І. Мухелішвілі, С.Г. Міхліна, В.Д. Купрадзе та інших. МГЕ був напрацьований в

Саутхемптонському університеті (Англія) К. Бреббія, Ж. Теллесом, Л. Вроубелом в межах 1978-1982 р.р. на основі методу зважених нев'язок та теорії потенціалів. Крайова задача для пошуку НДС пружної системи (система диференційних рівнянь в частинних похідних 15-го порядку + граничні умови) була зведена [2] до інтегрального рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1.1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

Запис приведено в позначеннях Енштейна (похідні по змінних позначаються комою).

При розв'язках краєвих задач за МГЕ значну роль грають сингулярні рішення, це аналітичні рішення, що відповідають точковому взбуренню в безмежному півпросторі. Ці функції добре себе ведуть в дослідній області за виключенням точки взбурення, в якій з'являється математична аномалія – сингулярність. В роботі сингулярним рішенням слугують розв'язки Р. Міндліна для півплощини. В задачах, де граничні умови задаються на поверхні ґрунту, зручно розглядати фундаментальні рішення для напівнескінченного простору. Це рішення підбирається таким чином, щоб тотожно задовільнялись граничні умови на поверхні, тоді при використанні МГЕ не потрібно задавати скінчені елементи на поверхні півпростору. Так Р. Міндлін розглянув задачу визначення поля, що виникає під дією зосереджених нормальних і дотичних сил на поверхню пів нескінченного пружного поля півпростору. Гранична умова відповідала відсутності напружень на поверхні ґрунту.

При наявності фундаментального рішення скінчені елементи використовуються для апроксимації границі області, а апарат класичних інтегральних рівнянь прикладається до внутрішньої частини області.

Рішення задачі про дію зовнішніх сил на деяке тіло має задовольняти рівнянням рівноваги, геометричним рівнянням, фізичним рівнянням. Ці 15 рівностей включають 15 невідомих: шість компонент тензора напружень (до головної діагоналі компоненти T_{σ} симетричні), шість компонент тензора деформацій, 3 компоненти переміщень. Точний розв'язок цієї системи настільки громіздкий, що до цих пір було отримано лише декілька точних рішень. На щастя, ряд задач, що мають велике значення для механіки ґрунтів відносяться до цієї групи. До таких задач відноситься задача дії в півпросторі зосередженої нахиленої сили, прикладеної в середині пів нескінченного масиву, розв'язана в 1936 р. Р. Міндліним.

Задача відповідає умовам будівництва фундаментів. Нахилену силу можна розкласти на нормальну і горизонтальну складові. Графіки напружень і переміщень для нормальної до поверхні ґрунту зосередженої сили на рис. 1.1

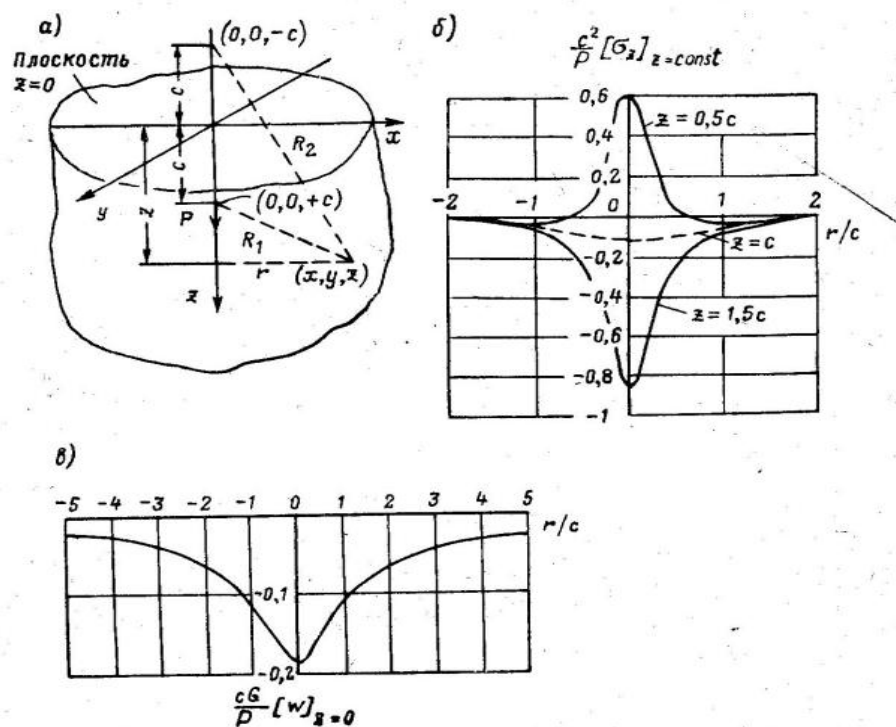


Рис.1.1. Зосереджена сила, що діє всередині півпростору нормально до його границі (рішення Міндліна, 1936 р.) а) прийняті позначення; б) епюра вертикальних стискаючих напружень; в) епюра граничних переміщень граничної поверхні.

Таким чином, оскільки задачі механіки ґрунтів відносяться до півпростору, в якості фундаментальних рішень (які позначаються зірочкою – * в інтегральному рівнянні (1.1)) взято фундаментальні рішення Р. Міндліна про розподіл переміщень та напружень, обумовлених дією зосереджених сил, прикладених в середині ізотропного півпростору.

В (1.1): U – заданий вектор переміщень на границі палі;

P_{ij} – вектор напружень на цій границі;

U^* , p^* – ядра граничного рівняння – розв’язки Р. Міндліна для $P = 1$ у півплощині для переміщень, напружень відповідно;

C_{ij} – для гладкої поверхні $C_{ij}(\xi) = \delta_{ij} / 2$. Для практичного використання матрицю C_{ij} можна знайти непрямим (побічним) шляхом, розглядаючи рух тіла як ціле;

Γ , ξ , X – відповідно, гранична поверхня фундаментної конструкції, точка прикладання $P=1$, точка спостереження.

$c = \frac{1}{2}$ у точках на гладкій границі.

Для отримання інтегрального рівняння МГЕ (1.1) було використано К. Бреббія [2] крім методу зважених нев’язок ще і принцип взаємності із теореми Бетті про взаємність робіт двох станів деформованого тіла в області Ω , які знаходяться в рівновазі:

$$\int_{\Omega} \sigma_{jk} \cdot \varepsilon_{jk}^* d\Omega = \int_{\Omega} \sigma^*_{jk} \cdot \varepsilon_{jk} d\Omega \quad (1.2)$$

Рівняння (1.1) є граничним інтегральним рівнянням щодо значень шуканих функцій (напружень по боковій поверхні та підшві палі) лише на границі дослідного об’єкта. Ця важлива обставина надає найбільшій

привабливості цьому рівнянню, яке стає вельми прийнятним для досліджень числовими методами.

В якості вагової функції w в МГЕ використовується система базисних функцій (U^*, p^*, σ^*) , які обертають в нуль інтеграл по області і зводять тим самим задачу до визначення лише граничних функцій. В МГЕ за w вибираються фундаментальні рішення (позначаються *).

Таким чином, суть МГЕ – перетворення розрахункової системи диференціальних рівнянь 15-го порядку (1.1), що описує поведінку невідомої функції в середині і на границі області, в інтегральне рівняння, що визначає лише граничні значення, а потім пошуку числового рішення цього рівняння. Оскільки всі обумовлені числовими розрахунками наближення пов'язані лише з границею, розмірність задачі зменшується на одиницю і система рівнянь, яка в результаті отримується, буде меншою в порівнянні з вихідною системою із диференціальних рівнянь в частинних похідних (1.1).

Права частина (1.1) – це запис інтегрального рівняння МГЕ в **прямі** формулюванні (коли потенціал u та потік p є безпосередньо шуканими змінними в задачі пошуку НДС системи).

Це рівняння (1.1) забезпечує функціональний зв'язок на границі дослідної області між функціями u_{ij} та p_{ij} .

Числова реалізація інтегрального рівняння

Використання МСЕ, МГЕ приводить до отримання розрахункової системи нелінійних систем алгебраїчних рівнянь відносно невідомих шуканих параметрів. Цю систему можна подати у формі матричного рівняння:

$$[A(q)] \cdot \{q\} = \{P\}, \quad (1.3)$$

де $\{q\} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_n\}$ – вектор невідомих шуканих величин;

$\{P\}$ – вектор зовнішніх впливів на дослідну систему;

$\{A(q)\}$ – квадратна матриця $n \times n$, елементи якої залежать від матеріалу дослідної системи та від її НДС.

Розв'язок системи (1.3) можна отримати:

I – методом послідовних наближень [4];

II – методом пружних рішень О.А.Льюшина [11].

Метод «пружних» рішень О.А. Ільюшина є дієвим наближеним методом, який дозволяє звести рішення пружно-пластичної задачі до послідовного розв'язку лінійних задач. Розглядаються малі пружно-пластичні деформації.

Середовище навантажується поступово з визначеними малими порціями навантаження. Малі довантаження відповідно викликають малі прирости деформацій, напружень і переміщень. При цьому з достатньою ступеню достовірності допускається, що при малих переміщеннях середовище веде себе як лінійно-пружне.

В роботі використано метод О.А. Ільюшина, оскільки він приводить до деякого зменшення загальної трудомісткості обчислювальних операцій в порівнянні з методом послідовних наближень.

З метою відпрацювання параметрів алгоритму та оцінки похибок результат числового дослідження порівняно з експериментом.

Для числового моделювання багатозарова основа замінювалась еквівалентним квазіоднорідним середовищем із середньозваженими в рамках активної зони ґрунту характеристиками фізико-механічних властивостей ґрунтів. Паля і ґрунт працювали в умовах осевої симетрії.

Для отримання аналітичного рішення інтегрального рівняння (1.1) для конкретного виду геометрії і граничних умов вихідне рівняння (1.1) зводиться до алгебраїчної суми рівнянь для того, щоб можна було скористатись числовим підходом. Цей підхід складається із наступних етапів:

1. Вихідним пунктом наближеного рішення краєвих задач є дискретизація континуума (перехід від нескінченного числа степенів вільності до кінцевого.)

Границя дослідного об'єкта розбивається на ряд граничних елементів (ГЕ), всередині яких рахується, що потенціал та його нормальна похідна (потік) змінюються у відповідності до вибраних інтерполюючих функцій між вузловими точками елементів. Ці функції можуть бути постійними, лінійними, квадратичними.

2. Для кожної вузлової точки, що знаходиться всередині кожного ГЕ, записується дискретна форма рівняння, яке пов'язує значення потенціалу u (переміщення) з її нормальною похідною p (напруження) в кожному вузлі.

3. Інтеграл по кожному ГЕ обраховуються за однією із схем числового інтегрування.

4. Шляхом накладання заданих граничних умов отримується система лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язок отриманої СЛАР дає значення невідомих функцій (в даній задачі механіки ґрунтів – напружень) на границі фундаментної конструкції.

Було виявлено [2], що серед різного типу граничних елементів, які можна використати при числовому розв'язку дискретного аналога інтегрального рівняння, лінійні елементи дають прийнятну точність, не вимагаючи значних зусиль з точки зору числової реалізації.

Умова приходу пластичної течії Мізеса-Шлейхера-Боткіна

Модель ґрунтового середовища Мізеса-Шлейхера-Боткіна базується на теорії пластичної течії і описує фізично-нелінійне деформування ґрунтової основи. В ці моделі деформації ε складаються із пружних та пластичних складових, розглядається змішана (пружно-пластична задача):

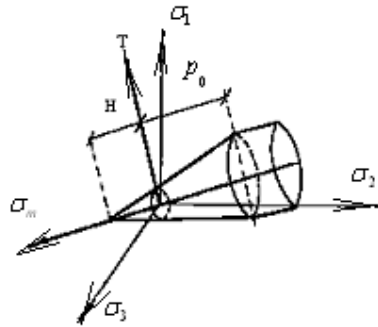
$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p, \quad (1.16)$$

де $d\varepsilon_{ij}^e$ – приріст пружних деформацій ґрунту, $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій ґрунту.

Тобто, повна деформація складається із двох складових: зворотньої (пружної) $d\varepsilon_{ij}^e$ і незворотньої $d\varepsilon_{ij}^p$. Робота напружень на приростах $d\varepsilon_{ij}^e$ переходить в

пружну енергію, тоді як робота на приростах незворотних деформацій $\sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^p$ дисипує (розсіюється).

Для визначення приростів пластичних деформацій ґрунту в роботі використано неасоційований закон пластичної течії:



$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f;$$

(1.17)

Рис. 1.1. Критерій пластичності Мізеса-Шлейхера-Боткіна в координатах головних напружень

де F – пластичний потенціал, відповідним вибором F забезпечується орієнтація вектора приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ у відповідності з дослідними даними, f – функція, що визначає умову пластичності ($f=0$).

Асоційований закон пластичної течії не відповідає експериментальним даним, отриманим при непружному деформуванні геоматеріалів і пористих середовищ. $\varphi \neq \Lambda$, тобто, кут внутрішнього тертя ґрунту не дорівнює швидкості дилатансії ґрунту і характеристики поля швидкостей і напружень не співпадають [19].

При переході від одновісного НДС до складного НДС виникає проблема формулювання умов переходу до пружно-пластичного стану. Узагальнюючи поняття границі текучості для дев'ятивимірного простору тензора напруг T_σ , введено поняття поверхні текучості f , яка має ту особливість, що при виході вектора напружень, який зображує напружений стан в даній точці на цю поверхню, матеріал переходить в пластичний стан.

Таким чином, поверхню текучості можна подати : $f(\sigma_{ij}) = 0$, чи в трьох вимірах: $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$. Вибір поверхні текучості інваріантний до вибору системи координат.

В якості умови пластичної течії f в роботі використовується критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна. Умова $f=0$ відповідає граничному стану, де функція f приймає вигляд (1.13):

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \cdot tg \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} \leq p_0 \\ f = T + \rho_0 \cdot tg \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} > p_0 \end{cases},$$

Ця поверхня текучості дає співвідношення між $\sigma_{окт}$ (перший інваріант тензора напружень T_σ) та T (перший інваріант девіатора напружень D_σ) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги (1) забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі.

[Визначення НДС та несучої спроможності пірамідальної палі за МГЕ](#)

Гостра необхідність в об'єктах соціально-побутового призначення потребує збільшення об'ємів житлового та цивільного будівництва. Ріст об'ємів будівництва можливий при раціональному використанні грошових, трудових та матеріальних ресурсів. Кошторисна вартість будівництва фундаментів сягає біля 40% загальної кошторисної вартості будівлі. В промисловому та цивільному будівництві України завдяки її геологічним умовам доцільно застосовування пірамідальних паль та особливості їх взаємодії з підвалинами та теоретичні методи розрахунку вивчені недостатньо. Тому тема дослідження НДС раціональних пірамідальних паль є актуальною.

Відсутність надійних методів оцінки несучої спроможності пірамідальних паль призводить до збільшення коефіцієнтів запасів та прийняття недосконалих рішень.

Проблема оцінки несучої спроможності основ фундаментів є визначальною в практичному проектуванні, адже в сучасному будівництві проходить збільшення навантаження на ґрунтову основу з 0.3 до 1 МПа.

В роботі проведені числові дослідження за МГЕ по визначенню НДС та несучої спроможності пірамідальних паль, яким властивий опір навантаженням при рівних осіданнях [7] в 1.6 раз більший ніж призматичним палям рівного об'єму. Пірамідальні палі в порівнянні з призматичними мають підвищену несучу спроможність обумовлену збільшенням ущільненої ділянки навколо пірамідальних паль в верхній її частині. Працюючи під навантаженням в розпір пірамідальні палі передають нормальний тиск від навантаження на цей ущільнений об'єм ґрунту лише боковими гранями [7], рис. 1.3.

Розміри пірамідальної палі – глибина заглиблення $L=2$ м., розмір в голові палі – $80*80$ см., розміри в підшві – $5*5$ см.

Головною особливістю пірамідальних паль є те, що навантаження від паль не передається на ґрунт, що залягає нижче її підшви, а врівноважується в межах об'єму ущільненої зони ґрунту, що розташовується навколо бокових граней пірамідальної палі, а палі призматичної форми передають навантаження на ґрунт, який залягає нижче її підшви, рис. 1.3.

Середньозважені фізико-механічні характеристики ґрунтової основи (пісок, супісь) [13,7]:

$$\rho = 1.88 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{dry} = 1.49 \text{ т/м}^3, \quad w = 0.26, \quad w_p = 0.25, \quad w_L = 0.54, \quad e = 0.84,$$
$$S_r = 0.86, \quad E = 18 \text{ МПа}, \quad \varphi = 21^\circ, \quad c = 26 \text{ КПа}, \quad \varepsilon_{sw} = 0.08, \quad p_{sw} = 650 \text{ КПа},$$
$$\rho_s = 2.66 \text{ г/см}^3, \quad \nu = 0.3$$

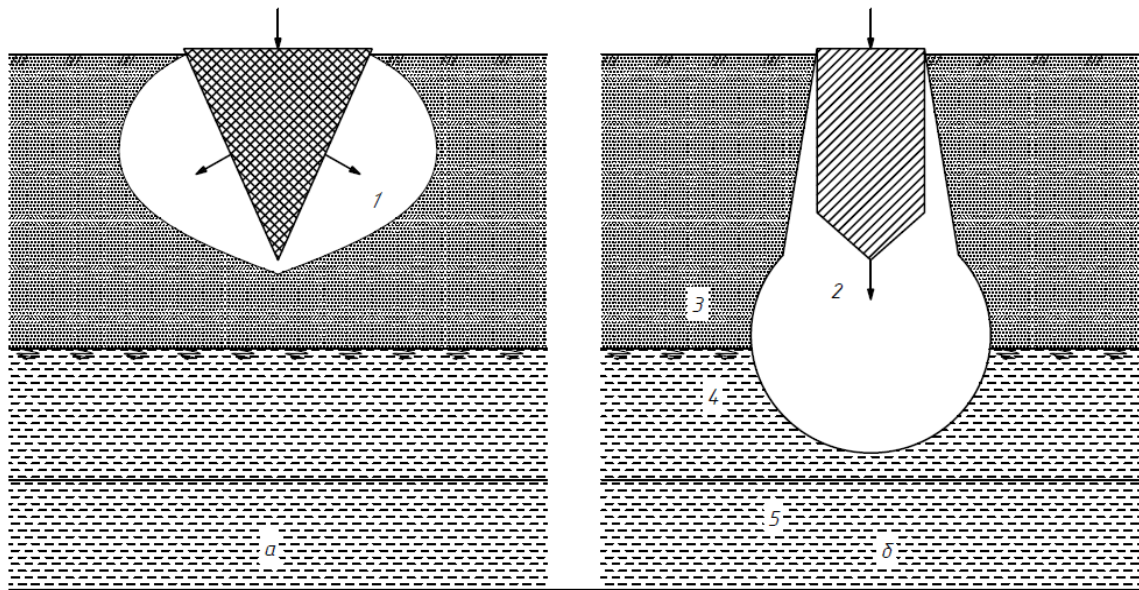


Рис. 1.3 – Схема сумісної роботи пірамідальної (а) та призматичної (б) паль з їх основами: 1 – зона ущільнення і деформації; 2 – зона деформації; 3 – пісок; 4 – торф з мулом

Для оцінки приходу граничного стану (початку порушення рівноваги між частинками ґрунту і його агрегатами, перехід ґрунту в стан пластичної течії) використано октаедричну теорію міцності та критерій текучості Мізера-Шлейхера-Боткіна (1.13):

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}); \quad f(\sigma_{окт}, \tau_{окт}) = 0$$

Основою числової реалізації МГЕ є перехід від функціонального інтегрального співвідношення (1.1) до його алгебраїчного аналога - системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

В роботі замість вимоги ортогональності вектора приросту пластичних деформацій ґрунтової основи $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні пластичності f використано неасоційований закон пластичної течії (1.17):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f$$

та дилатансійні співвідношення В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка [1,3, 19]:

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_{шарове}^p + d\varepsilon_{девіаторне}^p, \quad d\varepsilon_{шарове}^p = \lambda(x)d\gamma^p$$

де $d\gamma^p$ – скалярна характеристика формозміни, другий інваріант девіатора деформацій $I_2(D\varepsilon)$; $\lambda(x)$ – коефіцієнт дилатансії.

$$d\varepsilon_{девіаторне}^p = D_{ij}.d\lambda \quad (1.24)$$

де D_{ij} – девіатор напруг; $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження. В роботі проаналізовано матрицю впливу МГЕ, яка з точки зору будівельної механіки є матрицею піддатливості ґрунтової основи. Як відомо, обернення матриці піддатливості дає матрицю жорсткості.

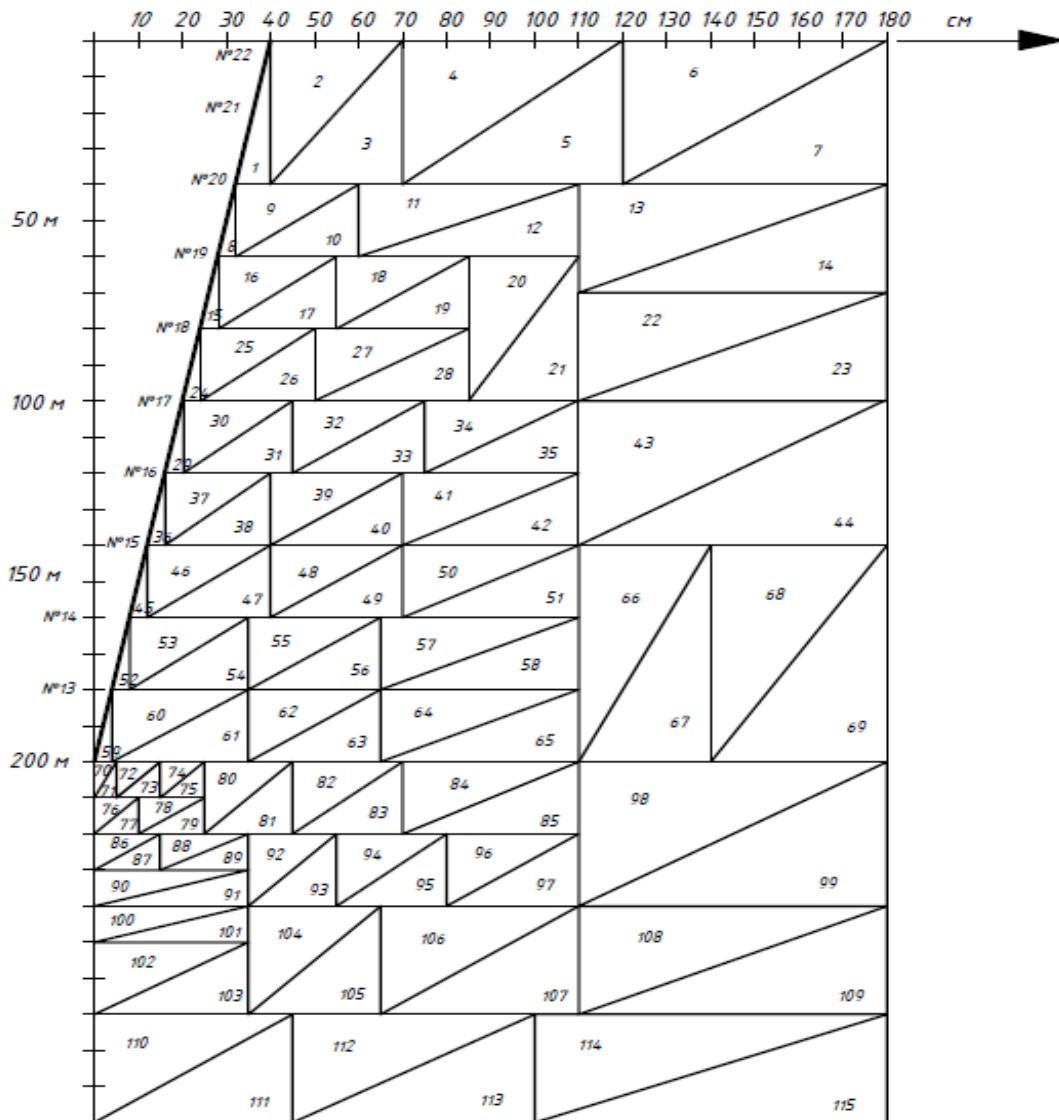


Рис. 1.4 – Схема дискретизації бокової поверхні та активної зони пірамідальної палі

На рис. 1.5 показано динаміку розвитку деформацій ґрунту в ущільненій зоні від дії зовнішнього вертикального (гравітаційного) навантаження.

Залежність між $S=f(P)$ на початку пропорційна і носить майже лінійний характер, потім при збільшенні навантаження деформації ґрунту розвиваються в менш ущільненому ґрунті, близькому до границі зони ущільнення. Крива $S=f(P)$ приймає криволінійний обрис і характеризує закінчення I стадії сумісної роботи пірамідальної палі з ущільненим ґрунтом її основи. Подальше збільшення навантаження викликає переміщення і за її межами, що обумовлює різке збільшення осідань.

Забивні фундаменти при дослідженнях в польових умовах показали, що гранична величина осідання, при якій деформації затухають в об'ємі ущільненої зони ґрунту, рівна 8-12 см., при $P=800$ кН. $S=8$ см.

При осіданні 8 см. величина навантаження (несуча спроможність пірамідальної палі за МГЕ) склала 817 кН.

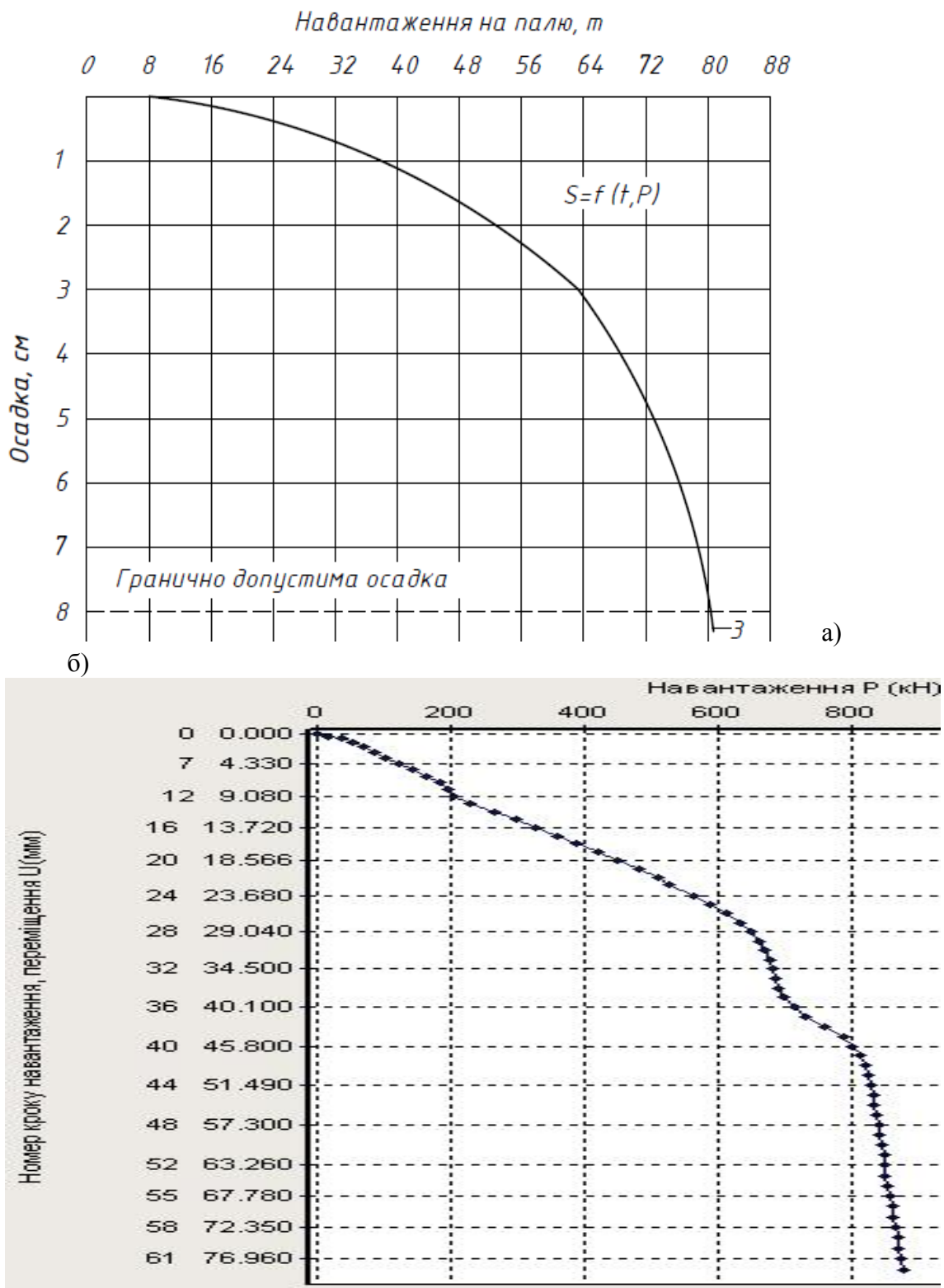


Рис. 1.5 – Результати: а) – експериментальних досліджень [13] та б) – результати числового прогнозу за МГЕ роботи під навантаженням пірамідальної палі

1.4.2 Висновки

- В ґрунтах працюють механізми саморегулювання . Напруження з пластичних зон ґрунту передаються на сусідні, менш напружені області.
- Головний шлях розвитку механіки ґрунтів – дослідження пружнопластичних дилатансійних моделей та їх удосконалення на основі порівняння з експериментом.

- При обґрунтуванні технічних рішень до ґрунтових споруд доцільно використовувати положення та висновки механіки ґрунтів.
- Запропонована методика визначення НДС пірамідальних паль для конкретних ґрунтів і розмірів паль (їх довжини, кута збігу) з метою отримання ефективного проектного рішення.
- Дістала подальший розвиток математична модель прогнозування НДС та несучої спроможності пірамідальних паль від дії вертикальних навантажень шляхом числового моделювання задач пружного півпростору за МГЕ.
- Із результатів роботи видно, що подібне технічне рішення (використання пірамідальних паль) дозволяє суттєво скорити терміни і кошторисну вартість спорудження підземної частини висотних будівель з дотриманням вимог надійності та довговічності споруд. Придатність пластичних моделей до описання поведінки реального тіла має вирішувати експеримент.
- На теперішній час пірамідальні палі знаходять ефективне застосування в житловому та промисловому будівництві. При цьому, особливо економічне рішення фундаментів із пірамідальних паль можна отримати для малонавантажених будівель та споруд. Економія кошторисної вартості робіт нулевого циклу може досягти 30-60 % при заміні фундаментів із призматичних паль на пірамідальні. Крім того, досягається значна економія бетону і сталі, знижуються трудовитрати.
- При дослідженні несучої спроможності пірамідальних паль можна виявити, що вона змінюється пропорційно об'єму заглибленої частини палі. Опір пірамідальної палі вертикальному навантаженню збільшується з ростом кута конусності при рівних об'ємах робочої частини. Ці обставини є одним із резервів підняття економічності палювих фундаментів, так як при раціональному виборі форми палі дозволяє при одному і тому ж розході бетону сприймати більші навантаження.
- Виконано аналіз результатів числових досліджень, проведено співвідношення з експериментальними даними, які стримані безпосередні заміром тиску в ґрунті основі мездозами [13].