

Одеський національний політехнічний університет
Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

СЕМЕНЮГ ОЛЕКСАНДР МИКОЛАЙОВИЧ

УДК 621.311.13

ДИСЕРТАЦІЯ

**МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ПОКРАЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ
СУМІСНОСТІ В КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ ІЗ
ЧАСТОТНИМ УПРАВЛІННЯМ**

05.09.03 – електротехнічні комплекси та системи

Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ О. М. Семенюг

Науковий керівник: Бесараб Олександр Миколайович, кандидат технічних наук, доцент

Одеса – 2019

АНОТАЦІЯ

Семенюг О. М. Методи та моделі та покращення електромагнітної сумісності в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.09.03 „Електротехнічні комплекси та системи”. – Одеський національний політехнічний університет, Одеса, 2019. – Вінницький національний технічний університет, Вінниця, 2019.

Робота присвячена розв’язанню задачі збільшення довжини кабельних ліній між перетворювачем частоти і електродвигуном в частотно-регульованих електроприводах шляхом розробки методів із забезпечення їх електромагнітної сумісності (ЕМС).

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та задачі дослідження. Зазначено наукову новизну та практичну цінність отриманих результатів. Наведено відомості про апробацію роботи, особистий внесок здобувача та публікації. Зазначено зв’язок роботи з науковими програмами, темами.

У першому розділі виконано аналіз причин виникнення спотворень форми напруг та струмів в лініях електропередач та наслідків їх впливів на роботу частотно-регульованих електроприводів. На підставі виконаного аналізу визначено мету та задачі роботи. Показано, що основною вадю ліній передачі між широтно-імпульсним перетворювачем (ШІП) та двигуном є спотворення форми напруги на затискачах двигуна по відношенню до напруги на виході ШІП. При цьому виникають вищі гармоніки, які вважаються причиною спотворень напруги. Для боротьби із вищими гармоніками та забезпечення ЕМС використовуються різноманітні фільтри. Однак, на сьогодні відсутня обґрунтована методика виборів фільтрів ЕМС, яка враховує весь комплекс факторів, впливають на виникнення спотворень, таких як: довжина кабелю, його тип і параметри, а також частота комутації ключів інвертора. Практично єдиним параметром, за яким виробники фільтрів ЕМС рекомендують

здійснювати їх вибір, є номінальний струм двигуна. Водночас, теорія ліній з розподіленими параметрами показує, що спотворення форми сигналів в них виникає за рахунок наявності розподілених по довжині індуктивності та ємності. Ці параметри є невід'ємними для будь якої довгої лінії. Спотворення в ній обумовлені самою фізичною природою лінії, в наслідок чого фазова швидкість розповсюдження хвильових процесів в звичайній лінії залежить від частоти. Це призводить до того, що при наявності на вході лінії джерела напруги несинусоїдальної форми (ШП в частотно-керованому електроприводі), фазова швидкість хвиль напруги вищих гармонік буде вищою, ніж така ж швидкість нижчих гармонік. Це призводить до неодночасного досягнення хвилями різних гармонік кінця лінії, до якого підімкнено двигун. Наслідком цього є спотворення форми напруги на виході лінії передачі енергії, що й відомо як «проблема довгого кабелю». Але хвильові процеси в трифазних кабелях є недостатньо дослідженими. Для розв'язання проблеми довгого кабелю та підвищення електромагнітної сумісності такі дослідження є необхідними. Тому розробка математичних моделей та методів покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах є актуальною науково-практичною задачею.

У другому розділі побудовано математичні моделі для розрахунку напруг та струмів в лініях електропередач частотно-регульованих електроприводів в усталеному синусоїдальному режимі роботи. Показано, що для лінії із трьома провідниками (трифазний кабель) хвильовий процес є накладанням трьох типів коливань. Перший тип коливань, що характеризується відповідним хвильовим опором та коефіцієнтом розповсюдження – це власні коливання за рахунок напруги, що підводиться до провіднику лінії. Два інших типи коливань виникають за рахунок напруг та струмів у зв'язаних провідниках. Ці додаткові типи коливань мають свої власні вторинні параметри – хвильовий опір та коефіцієнт розповсюдження. Ці параметри відмінні від параметрів коливань

першого типу, що призводить до появи трьох складових падаючих та відбитих хвиль, які розповсюджуються з різною швидкістю.

Розроблено метод аналітичного розрахунку коефіцієнту корисної дії лінії, який оцінювався за відношенням активної потужності, що виділяється на навантаженні кабелю до активної потужності джерела живлення на вході, для визначення умов передачі електричної енергії між частотними перетворювачами та двигунами з мінімальними втратами.

Досліджено вплив взаємних зв'язків між провідниками кабелю на його коефіцієнт корисної дії. Показано, що: наявність магнітних і гальванічних зв'язків між провідниками лінії згладжує залежність коефіцієнту корисної дії від активної та реактивної складових опору навантаження і забезпечує високі значення коефіцієнту корисної дії в широкому діапазоні активних та реактивних навантажень; максимум коефіцієнту корисної дії досягається при опорах навантаження, більших за значенням, ніж активна і реактивна складові хвильового опору; хвильовий опір суттєво не впливає на коефіцієнт корисної дії.

Обґрунтовано, що для практичного використання розроблених моделей необхідно розроблення методу експериментального визначення первинних параметрів лінії, оскільки для визначення первинних параметрів розрахунковим шляхом треба знати точні значення діелектричної та магнітної проникності матеріалів, з яких виготовлено кабель. Як правило, такі значення або взагалі не вказуються заводом виробником, або вказуються в межах певного діапазону. Тому аналітичні методи розрахунку первинних параметрів не можуть забезпечити прийнятної точності.

У третьому розділі розроблено метод експериментального визначення первинних параметрів ліній електропередач з двома та трьома провідниками. Показано, що для визначення первинних параметрів трифазної лінії не обов'язково використовувати відповідну математичну модель для такої лінії. Для цього достатньо провести експеримент таким же чином, як і для двопровідної лінії, використавши будь-які два проводи трифазної лінії.

Запропонований в роботі метод експериментального визначення первинних параметрів є простим в організації та проведенні експерименту та не потребує спеціальних електричних вимірювальних приладів, окрім вольтметра, амперметра, фазометра та вимірювача частоти.

Для перевірки отриманих в роботі результатів було проведено експеримент по визначенню первинних параметрів кабелю КВБбШВ 4x1,5 довжиною 3010 метрів. Верифікація методу проводилась співставленням експериментальних та розрахункових (із знайденими первинними параметрами) значень розподілу напруг на виході кабелю різної довжини. Експериментальні та розрахункові дані різняться не більше, ніж на 5 відсотків, що свідчить про те, запропонований в розділі метод експериментального визначення первинних параметрів ліній електропередач з двома та трьома провідниками може бути використаний в асинхронному частотно-керованому електроприводі.

У четвертому розділі на підставі аналізу типів коливань запропоновано метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах та здійснено перевірку його роботи. Показано, що основною причиною виникнення проблеми електромагнітної сумісності в довгих лініях зв'язку частотних електроприводів є спотворення форми напруги на виході лінії. Таким чином, розв'язання цієї проблеми можливе лише за умови роботи лінії електропередачі в режимі без спотворень.

Математично доведено, що в багатожильних кабельних лініях робота в режимі без спотворень неможлива, тому що неможливо одночасно досягти цього режиму для різних типів хвильового процесу. Причиною є різні значення фазових швидкостей коливань різних типів процесу. Робота в режимі без спотворень можлива лише для одножильного кабелю, в якому існує тільки один тип коливань із однією фазовою швидкістю.

На підставі цього висновку запропоновано методіку покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів, яка полягає в використанні системи окремих екранованих одна від

одної одножильних кабельних ліній, кожна з яких працює в режимі без спотворень.

Для досягнення умови роботи кабельної лінії в режимі без спотворень рекомендовано використовувати штучне підвищення питомої індуктивності за рахунок включення вздовж довжини кабелю додаткових котушок індуктивності. Враховуючи конструктивні особливості одножильних броньованих кабелів, ці котушки слід включати в розрив броні кабелю по його поверхні.

Для перевірки запропонованої методики покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів було досліджено спотворення форми прямокутного сигналу від ШПІ при його розповсюдженні вздовж кабелю заданої довжини. Дослідження виконано розрахунковим шляхом для двох кабельних ліній: звичайного одножильного кабелю, та кабелю без спотворень, питома індуктивність якого штучно збільшена.

За результатами проведених досліджень, форму вихідної напруги можна вважати прийнятною для роботи двигунів в електроприводі з частотним управлінням при довжині звичайного кабелю 65 метрів, а для кабелю без спотворень – в п'ятеро більшої довжини – 320 метрів.

Таким чином, в дисертаційній роботі отримано нове вирішення актуальної науково-прикладної задачі, яка полягає в розробці методу та моделей покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах.

Ключові слова: частотний електропривод, електромагнітна сумісність, кабельна лінія, лінія без спотворень, проблема довгого кабелю.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, у яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

[1] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, та Г. Н. Кучеренко, «Установившиеся режимы в связанных двухпроводных линиях передачи», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 14 (90), с. 61 – 66, 2014.

[2] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, та Г. Н. Кучеренко, «Влияние взаимных связей между проводниками кабеля на режим работы электрических сетей» *Электротехнические и компьютерные системы*, № 19 (95), с. 142 – 145, 2015.

[3] D. Maevsky, E. Maevskaya, and A. Semenyug, «Influence of connections between Three-Phase cable conductors on quality of electrical energy», *Science. Business. Society*, Vol. 1, №. 4/2016, p. 7 – 10, 2016.

[4] D. Maevsky, A. Savieliev, E. Maevskaya, A. Semenyug, and S. Horokholynskyi, «Coefficient of efficiency of coupled electric power transmission lines», *Proceedings of 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering*, p. 340-345, 2018. (Видання індексується у SCOPUS)

[5] Д. А. Маєвський, О. М. Бесараб, О. М. Семенюг, та О. Ю. Маєвська «Експериментальне визначення первинних параметрів ліній електропередач», *Електротехнічні та комп'ютерні системи*, № 30 (106), с. 31 – 38, 2019.

[6] Семенюг. О. М. «Використання ліній без спотворень як спосіб розв'язання проблеми довгого кабелю», *Вісник Львівської Політехніки, серія «Радіоелектроніка та телекомунікації»*, № 909, с. 82 – 91, 2019.

Наукові праці, в яких додатково висвітлено результати дисертації:

[7] А. Н. Семенюг, «Схема замещения трехфазного электрического кабеля с учетом взаимных влияний между проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 21 (97), с. 43 – 48, 2016.

[8] Д. А. Маевский, Е. Ю. Маевская, А. Н. Семенюг, и С. Н. Огинская, «Особенности несимметричных режимов работы трехфазного кабеля с учетом связей между его проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 22 (98), с. 84 – 90, 2016.

[9] Д. А. Маевский, Е. Ю. Маевская, А. Н. Семенюг, и А. А. Савельев «Коэффициент полезного действия двухпроводного электрического кабеля с учетом взаимных влияний между его проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 24 (100), с. 91 – 96, 2017.

Наукові праці апробаційного характеру:

[10] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, Е. Ю. Маевская, и Г. Н. Кучеренко, «Математическое моделирование электромагнитных процессов в экранированных кабелях», *Тези доповідей Десятої міжнародної науково-практичної конференції Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2015*, с. 183 – 187.

[11] О. М. Семенюг, «Спосіб покращення електромагнітної сумісності кабельної лінії з широтно-імпульсним перетворювачем і асинхронним електродвигуном», *Патент України на корисну модель*, № u201907202; заявл. 27.06.2019; опубл. 20.08.2019.

ABSTRACT

Semenyug O. M. Methods and models for improvement of electromagnetic compatibility in cable lines of electric drives with frequency control. – Qualification research paper printed as manuscripts.

Thesis is for obtainment of a candidate degree in technical sciences on the specialty 05.09.03 „Electrical Engineering Complexes and Systems”. – Odessa National Polytechnic University, Odessa, 2019. – Vinnitsa National Technical University, Vinnitsa, 2019.

The paper deals with the problem of increasing the length of cable lines between a frequency converter and an electric motor in frequency-controlled electric drives by developing methods to ensure their electromagnetic compatibility.

The introduction substantiates the relevance of the dissertation topic, formulates the purpose and objectives of the research. The scientific novelty and practical value of the obtained results are outlined. Provides information on job validation, personal contribution of the applicant and publications. The connection with work with scientific programs, topics is indicated.

The first section analyzes the causes of distortions in the form of voltages and currents in power lines and the consequences of their effects on the operation of frequency-controlled electric drives. Purpose and tasks of the work are determined on

the basis of the performed analysis. It is shown that the main disadvantage of the transmission lines between the PWM and the motor is the distortion of the voltage on the clamps of the motor relative to the PWM voltage. Higher harmonics occur, which are considered to be the cause of voltage distortions. Various EMC filters are used to combat higher harmonics. However, to date, there is no sound methodology for selecting EMC filters, which takes into account the whole set of factors, affecting the appearance of distortions, such as: cable length, its type and parameters, and switching frequency of the inverter keys. Almost the only parameter by which EMC filter manufacturers recommend their choice is the rated motor current. At the same time, the theory of distributed parameter lines shows that the distortion of the signal shape in them arises due to the presence of distributed inductance and capacitance. These parameters are inalienable for any long line. The distortions in it are due to the very physical nature of the line, resulting in the phase velocity of propagation of wave processes in the ordinary line depending on frequency. This leads to the fact that in the presence of a line input voltage source of non-sinusoidal form (PWM in frequency-controlled electric drive), the phase velocity of the waves of higher harmonics will be higher than the same velocity of the lower harmonics. This results in different harmonics reaching the end of the line to which the motor is connected by waves. The result is a distortion of the voltage output line, known as the "long cable problem". But the wave processes in three-phase cables are not well understood. Such studies are necessary to address the problem of long cable and electromagnetic compatibility. Therefore, the development of mathematical models and methods for improving the electromagnetic compatibility of frequency converters and electric motors in frequency-controlled electric drives is an urgent scientific and practical task.

In the second section mathematical models for calculation of voltages and currents in power lines of frequency-regulated electric drives in steady sine-wave mode of operation are constructed. It is shown that for a three-conductor line (three-phase cable), the wave process is an overlay of three types of oscillations. The first type of oscillation, characterized by the corresponding wave resistance and

propagation coefficient, is its own oscillations due to the voltage supplied to the line conductor. The other two types of oscillations are due to voltages and currents in the coupled conductors. These additional types of oscillations have their own secondary parameters - wave resistance and propagation coefficient. These parameters are different from the oscillation parameters of the first type, which results in three constituent incident and reflected waves propagating at different speeds.

The method of analytical calculation of the efficiency of the line, which was estimated by the ratio of active power allocated on the load of the cable to the active power of the power source at the input, was developed to determine the conditions for the transmission of electricity between frequency converters and motors with minimum losses.

The effect of the interconnections between the conductors of the cable on its efficiency is investigated. It is shown that: the presence of magnetic and galvanic bonds between the conductors of the line smoothest the dependence of the efficiency coefficient on the active and reactive components of the load resistance and provides high values of the efficiency in a wide range of active and reactive loads; the maximum of the efficiency is reached at load resistances greater in value than the active and reactive components of the wave resistance; the wave resistance does not significantly affect the efficiency.

It is substantiated that for the practical use of the developed models it is necessary to develop a method of experimental determination of the primary parameters of the line, since in order to determine the primary parameters by calculation it is necessary to know the exact values of the dielectric and magnetic permeability of the materials from which the cable is made. As a rule, these values are either not specified by the manufacturer at all or specified within a certain range. Therefore, analytical methods for calculating the initial parameters cannot provide acceptable accuracy.

In the third section the method of experimental determination of primary parameters of two- and three-conductor power lines is developed. It is shown that it is not necessary to use the appropriate mathematical model for such a line to determine

the initial parameters of a three-phase line. It is sufficient to perform the experiment in the same way as for a two-wire line using any two wires of a three-phase line. The method of experimental determination of primary parameters proposed in the paper is simple in organizing and conducting the experiment and does not require special electrical measuring devices, except for the voltmeter, ammeter, phasemeter and frequency meter.

To verify the results obtained in the experiment, an experiment was conducted to determine the initial parameters of the cable KVBBShV 4x1.5 with a length of 3010 meters. The method verification was performed by comparing experimental and calculated (with found initial parameters) values of voltage distribution at the output of cable of different length. The experimental and calculated data differ by no more than 5 percent, indicating that the method proposed in the section for the experimental determination of the primary parameters of two- and three-wire transmission lines can be used in an asynchronous frequency-controlled electric drive.

In the fourth section, based on the analysis of the types of oscillations, a method of improving the electromagnetic compatibility of frequency converters and electric motors in frequency-controlled electric drives is proposed and its operation is tested. It is shown that the main cause of the problem of electromagnetic compatibility in long lines of frequency drives is the distortion of the voltage at the output line. Therefore, this problem can only be solved if the transmission line is operated without distortion.

It is mathematically proved that in multicore cable lines operation in the mode without distortion is impossible, because it is impossible to simultaneously achieve this mode for different types of wave process. The reason is different values of phase velocities of oscillations of different types of process. Operation without distortion is only possible for a single-core cable in which there is only one type of oscillation with a single-phase speed.

Based on this conclusion, a technique for improving the electromagnetic compatibility of frequency converters and electric motors is proposed, which consists

in using a system of separate shielded cable lines, each of which operates in a distortion-free mode.

It is recommended to use artificial increase of the specific inductance by attaching additional inductors along the cable length to achieve the condition of operation of the cable line without distortion. Considering the design features of single-core armored cables, these coils should be included in the rupture of the cable armor on its surface.

In order to test the proposed technique for improving the electromagnetic compatibility of frequency converters and electric motors, the distortion of the rectangular PWM signal during its propagation along a predetermined cable was investigated. The study was performed by calculation for two cable lines: ordinary single-core cable and cable without distortion, whose specific inductance is artificially increased.

According to the research, the output voltage can be considered acceptable for motors in frequency-controlled electric motors at the length of a normal cable of 65 meters, and for a cable without distortion at five longer lengths - 320 meters.

Thus, in the dissertation the new solution of the actual scientific and applied problem, which consists in the development of a method and models for improving the electromagnetic compatibility of frequency converters and electric motors in frequency-controlled electric drives, is obtained.

Keywords: frequency-controlled electric drive, electromagnetic compatibility, cable line, line without distortion, long cable problem.

THE LIST OF THE APPLICANT'S PUBLICATION BY DISSERTATION:

Proceedings where basic scientific results of thesis are published:

[1] D. A. Mayevsky, A. N. Semenyug, and G. N. Kucherenko, "Steady-state modes in coupled two-wire transmission lines", *Electrotechnical and computer systems*, No. 14(90), p. 61 – 66, 2014.

[2] D. A. Mayevsky, A. N. Semenyug, and G. N. Kucherenko, “Influence of mutual connections between cable conductors on the mode of operation of electric networks”, *Electrical and computer systems*, No. 19(95), pp. 142 – 145, 2015.

[3] D. Maevsky, E. Maevskaya, and A. Semenyg, “Influence of connections between Three-Phase cable conductors on quality of electrical energy”, *Science. Business Society*. - Vol. 1, No. 4/2016, p. 7 – 10, 2016.

[4] Dmitry Maevsky, Artem Savieliev, Elena Maevskaya, Aleksandr Semenyug, and Serhii Horokholynskyi, “Coefficient of efficiency of coupled electric power transmission lines”, *2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering*, p. 340-345, 2018. (Indexing in SCOPUS)

[5] D. A. Maevsky, O. M. Besarab, O. M. Semenyug, and O. Yu. Maevska, “Experimental value of the first parameters of linear power transmission”, *Electrotechnical and computer systems*, No. 30(106), p. 31 – 38, 2019.

[6] Semenyug O.M., “The use of lines without distortion as a way to solve the problem of long cable”, *Bulletin of Lviv Polytechnic, series "Radio electronics and telecommunications"*, № 909, p. 82 – 91, 2019.

Proceedings, which additionally reflect the scientific results of the thesis:

[7] Semenyug, A. N., “The equivalent circuit of a three-phase electric cable taking into account the mutual influences between the conductors”, *Electrical and computer systems*, No. 21(97), p. 43 – 48, 2016.

[8] D. A. Mayevsky, E. Yu. Maevskaya, A. N. Semenyug, and S. N. Oginskaya “Features of asymmetric operating modes of a three-phase cable, taking into account the connections between its conductors”, *Electrical and Computer system*, No. 22(98), p. 84 – 90, 2016.

[9] D. A. Mayevsky, E. Yu. Maevskaya, A. N. Semenyug, and A. A. Savelyev, “The coefficient of performance of a two-wire electric cable, taking into account the mutual influences between its conductors”, *Electrical and computer systems*, No. 24(100), p. 91 – 96, 2017.

Proceedings that certify an improvement of thesis materials:

[10] D. A. Maevsky, A. N. Semenyug, E. Yu. Maevskaya, and G. N. Kucherenko, “Mathematical modeling of electromagnetic processes in shielded cables”, *Mathematical and simulation systems modeling. MODS 2015: abstracts of the Tenth International Science-Practical Conference*, 2015, p. 183 – 187.

[11] O. M. Semenyug, “The Ukrainian patent for utility model. The way of reducing the electric-magnetic sum of cable lines with a pulse-width impulse override and asynchronous electric motor”, No. u201907202; declared 06/27/2019; publ. 20/08/2019.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	18
ВСТУП	19
РОЗДІЛ 1 ПРИЧИНИ ВИНИКНЕННЯ СПОТВОРЕНЬ В КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ ТА ЇХ ВПЛИВ НА РОБОТУ ЧАСТОТНО-РЕГУЛЬОВАНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ	26
1.1 Якість електричної енергії і її показники	27
1.2 Принципи роботи електроприводів із частотним управлінням	34
1.3 Методи та пристрої регулювання частоти напруги живлення електродвигунів	37
1.4 Аналіз проблеми довгого кабелю	40
1.5 Сутність проблеми визначення параметрів кабельних ліній електропередач	48
1.5 Висновки за першим розділом	50
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ НАПРУГ ТА СТРУМІВ В КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ	53
2.1 Загальна математична модель для кабелю з N провідниками	53
2.2 Математична модель розповсюдження струмів та напруг в кабелі із двома провідниками	55
2.3 Залежність коефіцієнту корисної дії кабелю від опору навантаження	60
2.4 Математична модель розповсюдження струмів та напруг в трифазному екранованому кабелі	62
2.4.1 Схема заміщення ділянки трифазного екранованого кабелю	63
2.4.2 Загальна математична модель процесу розповсюдження струмів напруг в провідниках трифазного екранованого кабелю	66

2.4.3 Математична модель процесу розповсюдження струмів і напруг в провідниках трифазного екранованого кабелю в усталеному синусоїдальному режимі	69
2.4.4 Загальний розв'язок рівнянь розповсюдження струмів і напруг в усталеному синусоїдальному режимі	71
2.4.4.1 Розв'язання рівнянь розповсюдження для напруг	73
2.4.4.2 Розв'язання рівнянь розповсюдження для струмів	83
2.4.5 Математична модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих струмах і напругах на їх початку	90
2.4.6 Математична модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих напругах на їх початку і опорах навантаження	91
2.4.7 Математична модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих напругах їх початку і опорах симетричного навантаження	96
2.5. Висновки за другим розділом	97
РОЗДІЛ 3 МЕТОД ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРВИННИХ ПАРАМЕТРІВ КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЙ	99
3.1 Математична модель для експериментального визначення параметрів одножильного екранованого кабелю	100
3.2 Математична модель для експериментального визначення параметрів двошльового екранованого кабелю	102
3.3. Визначення параметрів трифазного екранованого кабелю	107
3.4 Метод експериментального визначення первинних параметрів кабелю	108
3.5 Перевірка методу експериментального визначення первинних параметрів кабелю	109
3.6 Висновки за третім розділом	111

РОЗДІЛ 4 МЕТОД ПОКРАЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ СУМІСНОСТІ ЧАСТОТНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ТА ЕЛЕКТРИЧНИХ ДВИГУНІВ В ЧАСТОТНО-РЕГУЛЬОВАНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДАХ	113
4.1 Спотворення в лініях зв'язку	113
4.2 Розробка методу покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно- регульованих електроприводах	116
4.3 Висновки за четвертим розділом	124
ВИСНОВКИ	126
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	128
ДОДАТКИ	141
Додаток А Акти впровадження результатів дисертаційної роботи	142
Додаток Б Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації	144

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- АС – Змінний струм
- ДС – Постійний струм
- ІЕС – International Electrotechnical Commission
- ЕМС – Електромагнітна сумісність
- ЕРС – Електро-рушійна сила
- ККД – Коефіцієнт корисної дії
- ПУЕ – Правила улаштування електроустановок
- ШІМ – Широтно-імпульсна модуляція
- ШІП – Широтно-імпульсний перетворювач
- ЧМ – Частотна модуляція
- ЧРП – Частотно регульований електропривод
- ФМ – Фазова модуляція

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Характерною особливістю світового технічного прогресу є вимога до постійного вдосконалення роботи і розширення функцій механізмів і машин. Особливо це стосується вимог, що несуть із собою так звані «індустріальні революції». Зокрема четверта індустріальна революція передбачає розвиток і злиття автоматизованого виробництва, обміну даних і виробничих технологій в єдину саморегульовану систему, з найменшим або взагалі відсутнім втручанням людини у виробничий процес. Досягнення цього неможливо без використання керованих електричних приводів. Сьогодні електроприводи із асинхронними двигунами є самими розповсюдженими в світі. В даний час широкого поширення в різних галузях промисловості набув частотно-регульований асинхронний привод. Найбільш оптимальне управління швидкістю обертання асинхронного двигуна може бути досягнуто тільки за рахунок плавної зміни частоти напруги живлення. Сучасні ШПП будуються з використанням широтно-імпульсної модуляції (ШІМ) та дозволяють порівняно легко досягти плавності в зміні частоти, на відміну із використанням частотної модуляції (ЧМ). Але форма напруги живлення, що подається на електричний асинхронний двигун при цьому значно відрізняється від синусоїдальної. Ця напруга являє собою високочастотну послідовність прямокутних імпульсів різної полярності й тривалості однаковою амплітудою. На малих відстанях передача такої напруги проходить без ускладнень. Але характерною особливістю систем розподілу електроенергії є значна довжина живильних і розподільних електричних мереж, обумовлена тим, що виробниче обладнання розподілене по великій площі. В таких умовах довжини кабелів, що з'єднують ШПП із асинхронними двигунами досягають декількох сотень метрів. Головним недоліком таких систем, особливо при наявності кабелів значної довжини, є те, що вони є досить потужними джерелами електромагнітних завад та спотворень форми напруги, яка прикладена до двигунів.

Крім того, проходження імпульсного сигналу з крутим фронтом за рахунок прямокутного закону зміни електрорушійної сили (ЕРС) ШП викликає хвильові процеси в кабелі, що призводять до появи перенапруг на затискачах двигуна. Виникнення перенапруг створює негативний вплив на ізоляцію як обмоток двигуна, так і самого кабелю, що призводить до її передчасного зносу. А це, в свою чергу, може привести до пробую ізоляції і виходу з ладу усієї системи. Наявність високочастотних складових в спектрі напруги живлення призводить до виникнення додаткових втрат в сталі магнітопроводу двигуна, що в свою чергу, призводить до його підвищеного нагрівання і зниження його корисної потужності. Це підвищує вимоги до електромагнітної сумісності кабельних ліній електроприводів із частотним управлінням.

Для розв'язання проблеми електромагнітної сумісності в теперішній час використовуються різноманітні фільтри. Серед таких фільтрів найбільшого поширення набули дроселі та індуктивно-ємнісні фільтри. Однак, на даний момент відсутня обґрунтована методика виборів фільтрів ЕМС, що враховує весь комплекс факторів, що впливають на виникнення і параметри електромагнітних полів, таких як: довжина кабелю, його тип і параметри, частота комутації ключів інвертора та крутизни фронтів імпульсів. Тому розробка методів та моделей покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах є **актуальною науково-практичною задачею**.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу виконано у відповідності до пріоритетних напрямів науково-дослідних робіт Одеського національного політехнічного університету (ОНПУ), згідно з координаційними планами Міністерства освіти і науки України, НДР «Підвищення якості електропостачання з урахуванням електромагнітної сумісності силових електричних кабелів» (Одеський національний політехнічний університет, номер державної реєстрації 0116U002957), та в рамках міжнародного ERASMUS+ проекту «Model-Oriented Approach and Intelligent Knowledge-Based System for Evolvable Academia-Industry Cooperation

in Electronic and Computer Engineering» (№ 544497-TEMPUS-1-2013-1-UK-TEMPUS-JPHES, 2014 – 2016 роки).

Роль автора у зазначених науково-дослідних роботах і проектах, у яких він був безпосереднім виконавцем, полягає у розробці моделей, методів та алгоритмів створення електромагнітної сумісності кабельних ліній в електроприводах із частотним управлінням.

Мета і завдання дослідження.

Об'єкт дослідження – процес покращення електромагнітної сумісності електроприводів із частотним управлінням.

Предмет дослідження – методи та моделі покращення електромагнітної сумісності.

Метою роботи є покращення електромагнітної сумісності ліній максимальної довжини в частотно-регульованих електроприводах за рахунок створення в кабельній лінії режиму роботи без спотворень.

Для досягнення поставленої мети в роботі були розв'язані **наступні задачі**:

– виконано аналіз причин виникнення спотворень форми напруг та струмів в лініях електропередач та наслідків їх впливів на роботу частотно-регульованих електроприводів;

– побудовано математичну модель для розрахунку напруг та струмів в лініях електропередач частотно-регульованих електроприводів в усталеному синусоїдальному режимі роботи;

– розроблено метод експериментального визначення первинних параметрів ліній електропередач різних типів;

– створено методику покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах та здійснено її перевірку.

Методи дослідження. При побудові моделей електромагнітної сумісності використано методи системного аналізу та теоретичної електротехніки, зокрема теорію ліній з розподіленими параметрами та теорію перехідних процесів. Для

аналізу спотворень в лініях зв'язку використано теорію диференційних рівнянь та динамічних систем. Для розрахунку первинних параметрів кабельних ліній використано методи теорії електромагнітного поля та методи обчислювальної математики. Для перевірки результатів застосовано методи експериментальних досліджень в реальних умовах експлуатації електроприводів. Для оцінки похибок експерименту використано методи математичної статистики.

Наукова новизна отриманих результатів:

– дістала подальшого розвитку математична модель розповсюдження електричної енергії в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням, яка відрізняється від існуючих моделей, які використовують числові методи, підвищеною точністю за рахунок використання аналітичних виразів, що дозволило розробити метод аналітичного розрахунку хвильових процесів в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням;

– дістав подальшого розвитку метод експериментального визначення первинних параметрів кабелів, який відрізняється від існуючих простотою експерименту, не потребує спеціального обладнання, та дозволив використання математичного моделювання розповсюдження електричної енергії в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням;

– вперше, на підставі математичної моделі розповсюдження електричної енергії в кабельних мережах, створено математичні моделі роботи кабельних ліній без спотворень, які відрізняються від існуючих тим, що представлені в аналітичній формі, що дозволило зробити висновок про неможливість досягнення електромагнітної сумісності при використанні багатожильних кабелів як ліній зв'язку між частотними перетворювачами та двигунами;

– вперше, на підставі математичних моделей роботи кабельних ліній без спотворень запропоновано метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів, який полягає в використанні системи окремих екранованих одножильних кабельних ліній в режимі без спотворень, що дозволило досягти електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та асинхронних електричних двигунів.

Практичне значення отриманих результатів полягає в розробці способу покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів із врахуванням усього комплексу факторів, що впливають на виникнення завад в частотно-регульованих електроприводах, таких як довжина кабелю, його тип і параметри, а також частота комутації ключів інвертора. Зокрема, до практичних результатів слід віднести:

- розробку способу експериментального визначення первинних параметрів ліній електропередач різного типу;

- розробку способу покращення режиму роботи кабельних ліній без спотворень завдяки встановленню додаткових котушок індуктивності в розрив екрану (броні) кабелю;

- розробку способу визначення критичної довжини лінії електропередачі, при якій забезпечується заданий рівень спотворень вихідної напруги.

- Основні положення, висновки та рекомендації, що містяться в дисертаційній роботі, використовуються при проектуванні частотно-керованих електроприводів в інжиніринговій компанії «S-Engineering», в навчальному процесі кафедри теоретичних основ і загальної електротехніки (дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» ОНПУ, а також в навчальному процесі кафедри електромеханічних систем з комп'ютерним управлінням ОНПУ (дисципліни «Моделювання електромеханічних систем та пристроїв», «Електропривод типових промислових установок»), в міжнародному проекті TEMPUS-CABRIOLET «Model-Oriented Approach and Intelligent Knowledge-Based System for Evolvable Academia-Industry Cooperation in Electronic and Computer Engineering» при розробці методичного забезпечення курсу MC2 «High availability systems and technologies», а також тренінг-модулю TM2 «Safety-case-oriented system measurement and data analysis».

Особистий внесок здобувача. Наукові положення, висновки і рекомендації, що викладені в дисертації та виносяться на захист, отримані особисто здобувачем і узагальнені під час роботи над дисертацією. Роботи [6], [7] та [11] написані безпосередньо автором. У роботах, написаних у

співавторстві автору належить: у роботі [1] – аналітичне розв’язання рівнянь для двопроводної лінії, в роботі [2] – моделювання взаємних впливів між провідниками кабелю, в роботі [3] – дослідження впливу взаємних зв’язків на показники якості електричної енергії, в роботі [4] – з’ясування умов виникнення режиму узгодженого навантаження в лініях із взаємними зв’язками, в роботі [5] – планування, проведення та інтерпретація експерименту для визначення первинних параметрів ліній, в роботі [8] – розрахунки струмів та напруг в режимі несиметричного навантаження кабелю, в роботі [9] – дослідження впливу взаємних зв’язків на коефіцієнт корисної дії кабельних ліній передачі електричної енергії, в роботі [10] – розв’язання хвильових рівнянь для екранованого кабелю.

Апробація матеріалів дисертації. Наукові результати та основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на конференціях: міжнародному симпозіумі «Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія та практика» (SIEMA’2014, м. Харків); міжнародному семінарі «Summer Training School STraS-CABRIOLET 2014» (м. Чернівці), десятій міжнародній науково-практичній конференції «Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2015» (м. Чернігів), міжнародних конференціях «Електротехнічні та комп’ютерні системи. Теорія та практика» (ETKS 2015, ELTECS 2016, м. Одеса), V International Scientific and Technical Conference “Engineering, Technologies, Education, Security (TTOC-2016, Veliko Tarnovo, Bulgaria) та 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET-2018, Lviv, Ukraine).

Публікації. По темі дисертації опубліковано 10 наукових праць та 1 патент України, з них 6 статей в наукових фахових виданнях України з Переліку, затвердженого МОН України, у тому числі 1 стаття в журналі, що індексується в базі даних SCOPUS, а також 3 статті в інших наукових періодичних виданнях України та 1 доповідь на міжнародній науковій конференції.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів та висновків, списку використаних джерел та двох додатків. Загальний обсяг дисертації – 146 сторінок, містить 127 сторінок основної частини, список використаних джерел з 113 найменувань на 13 сторінках, 15 рисунків та 7 таблиць.

РОЗДІЛ 1

ПРИЧИНИ ВИНИКНЕННЯ СПОТВОРЕНЬ В КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ ТА ЇХ ВПЛИВ НА РОБОТУ ЧАСТОТНО- РЕГУЛЬОВАНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

Лінії електропередач стали невід'ємною частиною інфраструктури сучасного суспільства. Електрика так міцно увійшла в наш побут, що ми частіше помічаємо її відсутність, так як присутність стала нормою. Це обумовлено тим, що електрична енергія, на відміну від інших видів енергії, дозволяє легке і економічне транспортування (передачу), можливість дроблення на невеликі порції і можливість перетворення в інші види енергії.

Відповідно до п. 1.2.2 Правил улаштування електроустановок (ПУЕ), енергетичною системою (енергосистемою) називається «комплекс електричних станцій, поєднаних загальною електричною мережею з приймачами електроенергії, а також між собою, в якому процеси виробництва, передавання та споживання електроенергії відбуваються в один і той же час за спільного управління цими процесами. В окремих частинах енергосистеми в процесі виробництва електроенергії можливе супутнє виробництво теплової енергії та її розподіл і споживання в локальних вузлах» [12]. В свою чергу, згідно з тими ж «Правилами», електричною мережею називається «сукупність електроустановок для передавання та розподілу електричної енергії, що складається з підстанцій, розподільчих установок, струмопроводів, повітряних і кабельних ліній електропередавання, які працюють на певній території».

Як бачимо, відповідно до цих визначень, споживачі електроенергії не є частиною електричної мережі. Однак, в реальності, основним призначенням електричних мереж є якраз постачання цих споживачів електроенергією потрібної якості. Відповідно до законів фізики, електрична енергія, на відміну від інших видів енергії, генерується, передається і споживається в один і той же час [13]. Цей факт і обумовлює те, що і генератори, і лінії передач, і приймачі

утворюють одне загальне електричне коло, режим роботи якого визначається електричними параметрами всіх трьох компонентів. З цього випливає, що необхідна якість електричної енергії обумовлена в рівній мірі всіма трьома компонентами електричних мереж.

Розглянемо докладніше поняття «якість електричної енергії» і його характеристики.

1.1 Якість електричної енергії і її показники

У зв'язку зі швидким зростанням застосування технічних пристроїв, що використовують нелінійні напівпровідникові елементи, значно зріс рівень електромагнітних перешкод (спотворень) в електромережах [14]. Це пов'язано з тим, що наявність нелінійних елементів призводить до того, що форма струмів і напруг на затискачах навантаження може відрізнятись від синусоїдальної [15]. При цьому в мережі генеруються вищі гармоніки, які, власне, і викликають спотворення. Ці спотворення призводять до небажаних наслідків: втрат електроенергії, перегріву в електричних мережах, або збоїв в підключеному до мережі обладнанні. В [16] відзначається, що «несинусоїдальні режими істотно впливають на надійність роботи електродвигунів. Це пояснюється тим, що при наявності вищих гармонік в кривій напруги більш інтенсивно протікає процес старіння ізоляції, ніж у випадку роботи електроустаткування при синусоїдальній нарузі. Так, наприклад, при коефіцієнті несинусоїдальності 5%, через два роки експлуатації тангенс кута діелектричних втрат конденсаторів збільшується в 2 рази». Таким чином, несинусоїдальність сигналів в кабелях зв'язку між широтно-імпульсним перетворювачем (ШПІ) та електричним двигуном в частотно-керованому електроприводі є істотним негативним чинником.

Окрім наявності вищих гармонік, суттєвим негативним фактором є несиметрія трифазних кіл. Як відомо з курсу ТОЕ [17], трифазна система є симетричною, якщо амплітуди (діючі значення) напруг окремих фаз однакові, а

їх початкові фази зрушені на кут 120° . Будь-які відхилення від цих двох умов призводять до несиметрії системи. Те саме джерело [16] зазначає: «Несиметрія напруги несприятливо позначається на роботі і терміні служби асинхронних двигунів. Так, несиметрія напруги в 1 % викликає значну несиметрію струмів в обмотках (до 9%). Струми зворотної послідовності накладаються на струми прямої послідовності і викликають додатковий нагрів статора і ротора, що призводить до прискореного старіння ізоляції і зменшення наявної потужності двигуна. Відомо, що при несиметрії напруги в 4 % термін служби асинхронного двигуна, що працює з номінальним навантаженням, скорочується приблизно в 2 рази; при несиметрії напруги в 5 % потужність асинхронного двигуна зменшується на 5 - 10%».

Для контролю та управління шкідливими впливами електромагнітних завад, несинусоїдальності і несиметрії напруг в частотно-керованих електроприводах на етапах їх проектування і експлуатації, введено і в даний час широко застосовується поняття «якість електричної енергії». Якість електричної енергії є підмножиною більш загального поняття електромагнітної сумісності технічних засобів. Під електромагнітною сумісністю технічних засобів розуміється їх здатність працювати в умовах певної електромагнітної обстановки зі збереженням якості та без створення іншим технічним засобам неприпустимих електромагнітних перешкод. Всі ці поняття закріплені і деталізовані у відповідних стандартах [18], [19].

1.1.1 Стандарти якості електричної енергії

Поняття якості електричної енергії і визначення показників якості в Україні закріплено в міждержавному стандарті ГОСТ 13109-97 «Норми якості електричної енергії в системах електропостачання загального призначення» [18], який введений в дію з 1 січня 1999 року. В Європі основні наукові дослідження зосереджені на інших показниках: рівні вищих гармонік, швидких коливаннях напруги, короткочасних (долі секунди) провалах напруги. Всі ці

показники можна узагальнити одним терміном «електромагнітна перешкода» (disturbance). Тому за кордоном поняття «якість електроенергії» як таке не застосовується. Це пов'язано з тим, що цей термін не відображає вплив споживачів і часто сприймається як просто поняття якості продукції, що поставляється, при невідповідності якої певним нормам споживач має право пред'явити претензії постачальнику. Однак електроенергія - специфічний продукт, параметри якого залежать не тільки від генераторів, а й від ліній передачі і споживачів. Це особливо стосується частотно-керованих електроприводів. Тому і якість електроенергії в таких електроприводах залежить ще і від двох останніх чинників - впливу ліній передачі (системи електропостачання) і впливу споживачів. Тому в Європі використовується термін «електромагнітна сумісність» (Electromagnetic Compatibility, EMC), що відображає зазначену специфіку. Під електромагнітною сумісністю розуміють здатність обладнання нормально функціонувати в його електромагнітному середовищі, не створюючи неприпустимих електромагнітних завад для іншого обладнання, яке функціонує в тому ж середовищі [21]. Причому під середовищем розуміється не тільки електрична мережа, але також і електромагнітні поля, що створені мережею і споживачами [22].

Вперше проблеми електромагнітної сумісності електрообладнання з мережею живлення виникли близько півстоліття тому, при повсюдному впровадженні дугових сталеплавильних печей, зварювальних агрегатів, а також щиротно імпульсних перетворювачів. В середині сімдесятих років минулого століття ця проблема стала предметом розгляду Міжнародної електротехнічної комісії (International Electrotechnical Commission, IEC) [23]. Результатом роботи цієї комісії стала серія стандартів з електромагнітної сумісності [24] – [42]. Логічно серія стандартів IEC 61000 ділиться на наступні частини:

- Частина 1. Основи. Містить введення в серію, фундаментальні принципи електромагнітної сумісності, а також визначення та угоди по термінології.

– Частина 2. Електромагнітна обстановка. Містить загальний опис електромагнітної обстановки, дає її класифікацію та визначає рівні електромагнітної сумісності

– Частина 3. Норми. Дає поняття електромагнітної емісії (перешкод) і визначає норми завадостійкості в тих випадках, коли вони не є предметом розгляду технічними комітетами, які розробляють стандарти на відповідну продукцію.

– Частина 4. Методи випробувань та вимірювань. Містить детальний опис методів вимірювань електромагнітної обстановки і випробувань обладнання на стійкість по відношенню до електромагнітної емісії.

– Частина 5. Керівництва по установці і перешкодоподавленню. Містить опис методів подавлення електромагнітних перешкод, в основному для радіоелектронної апаратури та слабострумної техніки.

– Частина 6. Загальні стандарти.

– Частина 9. Різне.

Кожна частина підрозділяється на розділи, які можуть бути опубліковані як міжнародні стандарти або як технічні звіти. Така велика кількість різноманітних стандартів пов'язана з самою концепцією підходу до поняття якості або електромагнітної сумісності. Як уже зазначалося, поняття електромагнітної сумісності передбачає комплексний розгляд електричної мережі і споживача, що живиться цією мережею. Велике різноманіття споживачів - традиційні електричні машини, силова електроніка, побутова електроніка, засоби обчислювальної техніки - накладає різноманітні вимоги до параметрів напруги живлення. Наприклад, короткочасний провал напруги на 0,1 секунди практично не вплине на роботу потужного електродвигуна у вигляді великої інерційності механічних процесів. Однак цей же провал може призвести до збоїв обчислювальних пристроїв, наприклад, викличе перезавантаження персонального комп'ютера і його тимчасову (до декількох хвилин) втрату працездатності. Електронна апаратура дуже чутлива до електромагнітних перешкод на вищих частотах. Таким чином, різноманітність

споживачів призводить до різноманітності стандартів електромагнітної сумісності. Саме ж поняття електромагнітної сумісності при такому підході включає в себе як окремий випадок поняття якості електроенергії, тобто, показники якості є підмножиною показників електромагнітної сумісності. Розглянемо докладніше ті показники якості, які встановлені і нормуються діючими в Україні та за кордоном стандартами.

1.1.2 Показники якості електричної енергії

У міждержавному стандарті ГОСТ 13109-97 визначені нормовані значення показників якості електроенергії. У зв'язку з випадковими процесами при функціонуванні систем електропостачання, окремі показники якості в окремі моменти часу можуть виходити за нормовані значення. Тому перш за все, ГОСТ 13109-97 нормує ймовірність того, що необхідні показники дотримуються. Ця ймовірність встановлена на рівні 0,95. Це означає, що протягом встановленого інтервалу часу (24 години) показники якості не повинні виходити за нормовані значення протягом приблизно 23 годин (точніше, 22,8 години), що становить 95% доби. В останні 1,2 години значення показників можуть перевищувати допустимі відхилення не більше ніж в два рази. Таким чином, стандарт встановлює два види відхилень - нормальні і максимальні. Максимальні відхилення в два рази вище нормальних. Це відноситься до штатних режимів роботи електричної мережі. Зрозуміло, що в аварійних режимах можливий більший вихід за встановлені значення. Зокрема, в аварійному режимі допускається короткочасне повне зникнення напруги або відхилення частоти від стандартного значення ± 5 Hz. Зрозуміло, при повному зникненні напруги говорити про відхилення частоти не має сенсу.

Згідно [9] показники якості електроенергії ділять на дві групи: основні і допоміжні. Основні показники визначають, власне, якість електроенергії. Допоміжні показники є похідними від основних і використовуються, в основному, в наукових дослідженнях [34], [35].

Нижче в таблиці 1.1 наведено перелік основних показників якості електроенергії, а також складові частини електричної мережі, відповідальні за їх порушення. Таблицю 1.1 взято з Додатка А стандарту [20].

Таблиця 1.1 – Показники якості електроенергії та винуватці їх погіршення

Властивості електричної енергії	Показник якості	Найбільш ймовірні винуватці погіршення якості
Відхилення напруги	1. Стале відхилення напруги δU_V	Енергопостачальна організація
Коливання напруги	2. Розмах зміни напруги δU_t 3. Доза флікера P_t	Споживач зі змінним навантаженням
Несинусоїдальність напруги	4. Коефіцієнт спотворення синусоїдальності кривої напруги K_U 5. Коефіцієнт n -ної гармонійної складової напруги $K_{U(n)}$	Споживач з нелінійним навантаженням
Несиметрія трифазної системи напруг	6. Коефіцієнт несиметрії напруги по зворотній послідовності K_{2U} 7. Коефіцієнт несиметрії напруг по нульовій послідовності K_{0U}	Споживач з несиметричним навантаженням
Відхилення частоти	8. Відхилення частоти Δf	Енергопостачальна організація
Провал напруги	9. Тривалість провалу напруги Δt_n	Енергопостачальна організація
Імпульс напруги	10. Імпульсна напруга U_{im}	Енергопостачальна організація
Тимчасове перенапруження	11. Коефіцієнт тимчасової перенапруги K_{nepU}	11. Коефіцієнт тимчасової перенапруги K_{nepU}

З аналізу таблиці 1.1 випливає, що ГОСТ 13109-97 навіть не включає в число показників якості електроенергії можливі перехресні перешкоди, які можуть виникати в кабельних лініях електропередачі через взаємний вплив провідників окремих фаз один на одного. Той же висновок можна зробити з огляду зарубіжних стандартів електромагнітної сумісності.

Так, стандарт IEC/TR 61000-2-1 (Electromagnetic environment for low-frequency conducted disturbances and signaling in public power supply systems) [14] для низькочастотних систем електропостачання розглядає тільки такі фактори зменшення якості, як гармоніки, коливання напруги, провали напруги, короткочасні перерви живлення і зміна частоти.

Стандарт IEC 61000-4-6 (Immunity to conducted disturbances, induced by radio-frequency fields) [24] розглядає перехресні перешкоди на високих частотах (радіочастотах).

Стандарт IEC 61000-6-4 (Emission standard for industrial environments) [42] визначає допустимі рівні електромагнітних завад, що генеруються підключеним до мережі промисловим обладнанням.

Представляється, що відсутність в українському та європейському стандартах згадок, що на якість електричної енергії можуть впливати електромагнітні перешкоди, що виникають в кабелях, пов'язана з двома обставинами. По-перше, нехтування взаємними впливами проводів кабелю один на одного пояснюється тим, що, на загальну думку, на промисловій частоті 50 Hz ці впливи несуттєві. Це дійсно справедливо для повітряних ліній передачі, де відстані між проводами вимірюються метрами. В цьому випадку взаємними впливами проводів дійсно можна знехтувати. Однак, в разі кабельної лінії передачі, провідники розташовані практично впритул один до одного, а відстань між ними визначається тільки товщиною ізоляції (міліметри або сантиметри).

По-друге, в теоретичній електротехніці традиційно розглядаються процеси, які сприяють погіршенню якості електроенергії в лініях з розподіленими параметрами. Це загасання електромагнітної хвилі, можлива

неузгодженість лінії з навантаженням і виникаючі при цьому відбиті хвилі. Очевидно, альтернативна назва таких ліній - «довгі лінії» призвело до того, що лінії електропередачі такими не вважаються. Дійсно, класичне визначення «довгої» лінії говорить про те, що довжина лінії повинна бути порівнянна з довжиною хвилі електромагнітної енергії, що розповсюджується по цій лінії [35]. Для промислової частоти 50 Hz довжина хвилі складає близько 6000 кілометрів, що в три рази більше протяжності України із заходу на схід. А кабельні лінії для передачі електроенергії на такі відстані не застосовуються. Однак це так тільки на перший погляд.

Протяжність сучасних кабельних мереж становить кілька сотень кілометрів. Так, згідно з [47], протяжність розподільних мереж системи електропостачання центральної частини м. Одеси напругою 6 кВ становить понад 180 кілометрів. Мова йде тільки про один район, відстань між кордонами якого по карті міста не перевищує 10 кілометрів! І це ще не найбільший район міста! Таким чином, загальна протяжність кабельних мереж в містах може досягати кількох сотень кілометрів, що вже можна порівняти з довжиною хвилі в цих мережах.

Практично таким же чином працюють кабельні лінії в електроприводах із частотним управлінням. Але перш ніж перейти до проблем, які при цьому виникають, розглянемо основні принципи роботи таких електроприводів.

1.2 Принципи роботи електроприводів із частотним управлінням

Об'єктивною передумовою створення електроприводів із частотним управлінням є необхідність зміни швидкості обертання ротору електродвигуна. Для двигунів постійного струму ця задача розв'язується порівняно легко. Але в сучасних електроприводах використовуються асинхронні двигуни змінного струму, як правило, трифазні. Тому слід розглянути методи управління швидкістю обертання ротора асинхронного електродвигуна.

В роботах [48], [49] та [50] показано, три можливості для такого управління:

1. Зміною числа пар полюсів у двигуна;
2. Зміною ковзання;
3. Зміною частоти напруги на затискачах двигуна.

Розглянемо переваги та недоліки всіх цих способів.

Двигуни можуть виготовлятися з двома різними числами пар полюсів. Це досягається за допомогою спеціального укладання обмоток статора в пази або у вигляді обмотки Даландера [51], або у вигляді двох окремих обмоток. В електродвигуні з декількома полюсами типи обмоток комбінуються. Швидкість змінюється шляхом перемикання обмоток статора для зміни числа пар його полюсів. Як вказано в [52], при перемиканні числа пар полюсів фактична швидкість електродвигуна змінюється дуже різко. При цьому електродвигун тимчасово переходить у генераторний режим, що створює велике навантаження і на двигун, і на механічні компоненти, які до нього підімкнено. Таким чином, недоліками цього методу можна вважати неможливість плавної зміни швидкості та перевантаження електроприводу при перемиканні числа пар полюсів. Однак, механічна характеристика при цьому не змінюється [53] й крутний момент двигуна лишається тим самим на різних швидкостях обертання.

Змінювати ковзання електродвигуна можна двома різними способами: зміною напруги живлення статора або шляхом підключення до ротора додаткових елементів. Це відбувається без зміни частоти напруги живлення.

При зміні напруги живлення ковзання змінюється тому, що крутний момент електродвигуна змінюється пропорційно квадрату зміни напруги.

Є два способи втручання у ротор [54]: або в коло ротора включають додатковий резистор, або коло ротора підключають до інших електричних машин або випрямних кіл за каскадної схемою. Отже, управління ротором можливо тільки в разі електродвигунів, в яких ротор виготовлено із

контактними кільцями. Для переважної більшості двигунів із короткозамкнутим ротором цей спосіб не є можливим [55].

Зміна швидкості обертання двигуна за рахунок зміни частоти напруги живлення вільна від усіх перелічених вад [56]. При зміні частоти змінюється швидкість обертання магнітного поля, й як наслідок – і швидкість обертання ротора [57]. Тому цей спосіб є найбільш вживаним у теперішній час. Крім того, частота напруги живлення може змінюватись плавно, що, на відміну від попереднього методу зміни числа пар полюсів, дозволяє плавне регулювання частоти обертання ротора двигуна.

У найбільш поширеному частотно регульованому електроприводі (ЧРП) на основі асинхронних двигунів з короткозамкненим ротором застосовуються два типи частотного управління – скалярне та векторне.

При скалярному управлінні за певним законом змінюють амплітуду і частоту прикладеної до двигуна напруги [58]. Зміна частоти напруги живлення призводить до відхилення від розрахункових значень максимального і пускового моментів двигуна, а також коефіцієнту корисної дії. Тому для підтримки необхідних робочих характеристик двигуна необхідно одночасно зі зміною частоти за відповідним законом змінювати ще й амплітуду напруги.

В існуючих перетворювачів частоти при скалярному управлінні найчастіше підтримується постійним відношення максимального моменту двигуна до моменту опору на валу. Тобто при зміні частоти амплітуда напруги змінюється таким чином, щоб відношення максимального моменту двигуна до поточного моменту навантаження залишалось незмінним. При відповідній зміні напруги коефіцієнт потужності і коефіцієнт корисної дії двигуна на всьому діапазоні регулювання частоти обертання практично не змінюються.

Інший метод, який використовується в частотному управлінні – це векторний метод. Це такий метод управління синхронними і асинхронними двигунами, при якому формуються не тільки гармонійні струми (напруги) фаз, але і забезпечується управління магнітним потоком ротора, а саме, моментом на валу електродвигуна [59]. Векторне управління застосовується у випадку,

коли в процесі експлуатації електроприводу, його навантаження може змінюватися на одній і тій же частоті обертання, тобто немає чіткої залежності між моментом навантаження і швидкістю обертання. Векторний метод використовується також, коли необхідно отримати розширений діапазон регулювання частоти при незмінних номінальних моментах двигуна.

Але в обох методах частотного управління спільним є одне: частота напруги живлення електричного двигуна повинна змінюватись в широких межах [60]. При цьому одночасно із зміною частоти треба виконувати певний закон управління, тобто разом із частотою змінювати за певним законом ще й напругу живлення. Враховуючи, що споживачі, як правило, можуть використовувати тільки електричні мережі промислової частоти 50 Hz, таке регулювання є доволі складною технічною проблемою, яка в своїй цілісності не розв'язана дотепер. Тому розглянемо методи та пристрої, що використовуються для регулювання частоти напруги живлення двигунів.

1.3 Методи та пристрої регулювання частоти напруги живлення електродвигунів

Для зміни частоти напруги живлення електричних двигунів використовують перетворювачі частоти (частотні перетворювачі). Частотні перетворювачі – це пристрої, які призначені для перетворення змінної напруги однієї частоти) як правило, 50 Hz в змінну напругу (АС) іншої частоти.

Схема будь-якого перетворювача частоти складається із двох частин. Перша частина – силова. Вона зазвичай виконана на тиристорах або транзисторах, які працюють в режимі електронних ключів. Перемиканням цих ключів керує керуюча частина, яка виконується на цифрових мікропроцесорах і забезпечує управління силовими електронними ключами, а також рішення великої кількості допоміжних завдань. Одним із таких допоміжних завдань для частотного електроприводу є одночасне із зміною частоти регулювання вихідної напруги за спеціальним алгоритмом.

Історично першими з'явилися перетворювачі з безпосереднім зв'язком [61], в яких силова частина являє собою керований випрямляч і виконана на тиристорах. Система управління по черзі відмикає групи тиристорів і підключає статорні обмотки двигуна до мережі живлення. Вихідна напруга перетворювача формується з «вирізаних» ділянок синусоїд вхідної напруги. На рис. 1.1 показано приклад формування вихідної напруги однієї з фаз навантаження [62].

З рис. 1.1 видно, що частота вихідної напруги не може дорівнювати або бути вищою ніж частота мережі. Для прийнятої в Україні промислової частоти 50 Hz, частота перетворення знаходиться в діапазоні від 0 до 30 Гц. Це значно звужує діапазон зміни частоти обертання двигуна (діапазон не більше 1:10 [62]). Це обмеження не дозволяє застосовувати такі перетворювачі в сучасних частотно регульованих приводах з широким діапазоном регулювання частоти обертання. Крім того, використання тиристорів, які не вимикаються, вимагає складних систем управління, які збільшують вартість перетворювача. Як бачимо з рис. 1.1, форма напруги на виході такого перетворювача значно відрізняється від синусоїдальної, що призводить до шкідливих ефектів, які викладені в п. 1.1.

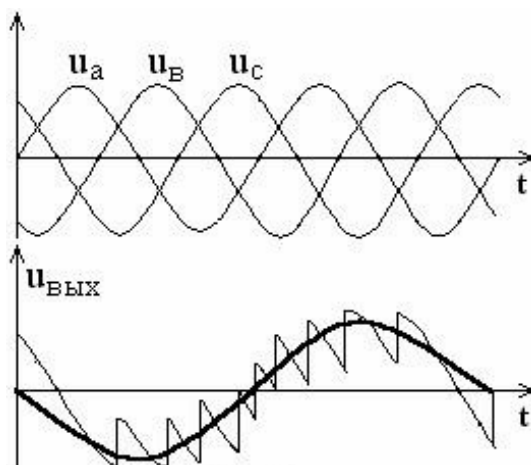


Рисунок 1.1 – Формування вихідної напруги в перетворювачах безпосереднім зв'язком (запозичено з [62])

Вихідна частота в сучасних перетворювачах може змінюватися в широкому діапазоні і бути як дещо вище, так і нижче за частоту живильної мережі.

Найбільш широке застосування в сучасних частотно регульованих приводах знаходять частотні перетворювачі з явно вираженою ланкою постійного струму (рис. 1.2).

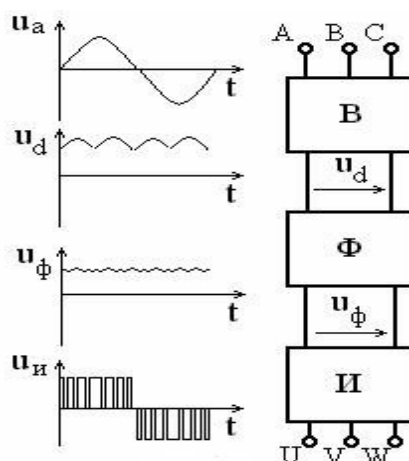


Рисунок 1.2 – Формування вихідної напруги в перетворювачах із ланкою постійного струму (запозичено з [62])

В них використовується подвійне перетворення електричної енергії: вхідна синусоїдальна напруга з постійною амплітудою і частотою випрямляється у випрямлячі (В), фільтрується фільтром (Ф), згладжується, а потім знову перетвориться інвертором (І) в змінну напругу змінної частоти та амплітуди.

Для формування синусоїдальної змінної напруги використовуються автономні інвертори напруги і автономні інвертори струму.

В якості електронних ключів в інверторах застосовуються тиристори GTO і їх вдосконалені модифікації GCT, IGCT, SGCT, та біполярні транзистори з ізольованим затвором IGBT.

Головною перевагою тиристорних перетворювачів частоти, як і в схемі з безпосереднім зв'язком, є здатність працювати з великими струмами і напругами, витримуючи при цьому тривале навантаження й імпульсні впливи.

Загальною вадою усіх методів частотного перетворення є обмеження довжини кабелю, що з'єднує перетворювач та двигун. Для частотно-керованого

електроприводу критична відстань між ШП та електричним двигуном значно скорочується. Справа в тому, що після вихідних затискачів ШП напруга перестає бути синусоїдальною. Широтно-імпульсний перетворювач тільки модулюється синусоїдальним сигналом, а форма напруги – прямокутні імпульси, тривалість котрих та інтервал між котрими змінюється. При цьому частота сигналу в кабельній лінії зв'язку між ШП та двигуном збільшується з двох причин.

По-перше, основним призначенням частотного управління є зміна частоти на затискачах двигуна. Верхній діапазон частот відповідає частоті приблизно 800 Hz [63]. Це в 16 разів більше за промислову частоту 50 Hz.

По-друге, на періоді такого високочастотного синусоїдального сигналу розміщується значна кількість прямокутних імпульсів. Тобто, частота слідування прямокутних імпульсів ще, як мінімум на порядок, більша за частоту синусоїди.

Й останній, третій фактор, який звичайно не береться до уваги. Для того, щоб передати по кабельній лінії прямокутний сигнал, він повинен сформуватися як сума великої кількості синусоїдальних сигналів різних гармонік. Частота першої гармоніки відповідає частоті синусоїдального сигналу. Усі інші гармоніки мають вищу частоту. Таким чином, по кабельній лінії передається сигнал частота якого вже як мінімум на два порядки вища, ніж промислова частота 50 Hz, тобто становить як мінімум 5000 Hz!

Все це призводить до виникнення так званої «проблеми довгого кабелю» [64]. Розглянемо суть цієї проблеми докладніше.

1.4 Аналіз проблеми довгого кабелю

Мабуть, історично першою роботою, в якій формулюється проблема довгого кабелю є стаття [65], яка вийшла в 1992 році. Принаймні, в списку посилань цієї статті є лише єдине посилання на загальнотеоретичну працю 1951 року, присвячену розповсюдженню біжучих хвиль в лініях передачі. Робота

присвячена дослідженню впливів короткочасних імпульсних перенапруг на електричні двигуни. В ній відзначається, що причиною виникнення перенапруг є, зокрема, біжучі хвилі, що виникають при підключенні двигуна до частотного інвертора. На підставі моделювання біжучих хвиль визначаються значення рівня перенапруг та похідної $u' = \frac{du}{dt}$ напруги на виході кабелю. Автор роботи

приходить до таких висновків:

- поєднання короткотривалого фронту імпульсу та довгого кабелю є потенційно небезпечним для ізоляції двигуна;
- пікові перенапруги, що їх можуть тривалий час витримувати двигуни стандартних серій є невизначеними;
- тривалість імпульсів з розвитком технології буде зменшуватись, а швидкість наростання їх фронтів буде підвищуватись. З цього витікає необхідність запровадження фільтрації для захисту двигунів;
- треба намагатись мінімізувати довжину кабелю між інвертором та двигуном.

Фактично, ця робота вперше визначила суть проблеми довгого кабелю: швидкий знос двигуна за рахунок наявності короткотривалих імпульсних перенапруг із великою крутизною фронтів. І вперше окреслила шлях її розв'язання: використання різноманітних фільтрів.

В роботі [66] представлено принципи розв'язання проблеми високочастотного впливу на двигуни, що використовуються на виході інверторів ШПП. Порівнюються різні підходи для зменшення впливу вищих гармонік за рахунок використання фільтрів між кабелем та двигуном.

В серії статей Annette von Jouanne із співавторами [67], [71], [72] розвивають ідею використання фільтрів. В статті [67] досліджуються ефекти, що виникають в довгих кабелях між високочастотними ШПП-інверторами та електродвигунами змінного струму на підставі теорії передачі енергії по кабелю та аналізу впливу ємності кабелю на спотворення форми сигналу на затискачах двигуна. З точки зору теоретичної електротехніки викладена в [67]

модель не є новою й повторює, з деякими спрощеннями, класичну теорію ліній з розподіленими параметрами без втрат в перехідному режимі.

В роботі [71], яка написана роком пізніше, досліджуються технології фільтрації для зменшення перенапруги та швидкості зміни напруги (похідної від закону зміни) на затискачах двигуна, та в системах з високочастотними ШП-інверторами на біполярних IGBT транзисторах. Наведено розрахункові рівняння для створення режиму узгодженого навантаження між кабелем та входом фільтра. Показано, що шунтовий фільтр першого порядку, підключений до клем двигуна, значно зменшує перенапругу та швидкість зміни напруги імпульсу перемикання ШП. В цій роботі автори, по суті, намагаються боротися із наслідками – перенапругою на затискачах двигуна. Справедливо відзначаючи, що причина перенапруги криється в кабелі, вони не пропонують інших методів того, щоб позбутися цієї перенапруги.

В роботі [72], яка теж опублікована у 1996 році, описано розроблений авторами вихідний фільтр інвертора для пом'якшення наслідків впливу довгого кабелю на асинхронні двигуни. Аналізом показано, що для заданої довжини кабелю, зменшуючи похідну $\frac{du}{dt}$ вихідної напруги ШП-інвертора, нижче критичного значення, можливо усунути перенапруги через виникнення віддзеркаленої хвилі. Дія фільтру перевіряється на всьому діапазоні зміни частоти інвертора. Ефективність фільтра оцінюється експериментально та за допомогою моделювання на системі 208V L-L та на комерційно доступному двигуні змінного струму напругою 480 В. Тут слід відміти, що рівно рік потому, у 1997 році ті ж самі автори опублікували туж саму роботу із тією ж самою назвою в журналі «IEEE Transactions on Industry Applications» [76]. Від попередньої вона відрізняється тільки передмовою, в якій говориться про експериментальну перевірку на двигуні напругою 460 В. Однак, скоріш за все, мова йде про той самий двигун, що і в роботі [72].

В роботі [68] досліджується вплив швидкої зміни напруги на виході ШП на IGBT транзисторах, на ізоляцію двигуна. Описано експериментальні та

теоретичні дослідження за допомогою теорії розповсюдження хвиль, моделювання розподіленого імпедансу та струмів, що виникають в ізоляції. Даються рекомендації щодо проектування конструкції двигуна, здатного витримувати велику швидкість зміни напруги живлення. Фактично, автори пропонують часткове розв'язання проблеми довгого кабелю за рахунок посилення ізоляції двигуна. Такий підхід дійсно має рацію, бо прямокутні імпульси з великою крутизною фронтів є невід'ємною складовою системи частотного управління.

У роботі [69] досліджується розподіл напруги в обмотках асинхронного двигуна, до якого підключено ШПІ із прямокутною формою імпульсів. Дослідження виконується на моделі, яка представляє обмотку двигуна як розподілену лінію електропередачі. Результати моделювання перевіряються експериментально. Мета дослідження – встановити місця обмотки, що найбільш піддаються дії перенапруг. Ідея роботи є цілком слушною, адже дійсно, для високочастотних складових напруги обмотка є лінією з розподіленими параметрами. Але розв'язати проблему довгого кабелю таким чином не можна, бо ця проблема не є проблемою двигуна, і власне, не самого кабелю. Витоки проблеми слід шукати в високочастотній прямокутній напрузі інвертора.

Робота [70] описує методи, що використовуються для вимірювання, аналізу та моделювання проблем, пов'язаних з використанням ШПІ для приводу асинхронних двигунів. Розглядаються заходи щодо пом'якшення цих проблем, для моделювання явищ, порівняння результатів з вимірюваннями та оцінки технологій зменшення впливу використовується програма розрахунку електромагнітних перехідних процесів.

В дослідженні [73] викладено та обговорено питання та рішення щодо вибору двигуна, вибору кабелю та інвертора для роботи в системі частотно-керованого електроприводу. Представлені потенційні проблеми та їх рішення, які, як підкреслюють автори, не завжди відомі навіть серед досвідчених користувачів.

В статті [74] досліджуються перенапруги на асинхронних електродвигунах змінного струму при підключенні через кабель довільної довжини до частотно-регульованого приводу. Привід складається з імпульсного модулятора та інвертора на транзисторах IGBT. Визначається критична довжина кабелю, при якій напруга на затискачах двигуна у два рази перевищує напругу на виході інвертора. Автори відзначають, що при перевищенні цієї довжини, на вході двигуна можливі перенапруги, у 3 – 4 рази більші, ніж напруга на вході кабелю. Досліджуються фактори, що впливають на явище перенапруги, вивчається взаємодія між частотою модуляції ШІІ та власною частотою коливань кабелю. Щоправда, автори самі відзначають, що розрахунок перехідного процесу в кабелі проводився для постійного струму. З теорії перехідних процесів в лініях з розподіленими параметрами відомо, що подвійна перенапруга на вихідних затискачах лінії можлива тільки при її холостому ході. Тому перенапруга в 3 – 4 рази теоретично може виникати тільки за рахунок резонансних явищ, обумовлених взаємодією виходом кабелю й вхідним опором двигуна. Але, по-перше, такі резонансні явища повинні виникати тільки на якійсь певній частоті. По-друге, вхідний опір двигуна залежить від його навантаження, при чому при зміні навантаження змінюється його реактивна складова. Тобто, знову-таки, резонансні явища можливі тільки при певному режимі роботи двигуна. Тому ці явища не можна напряму віднести до проблеми довгого кабелю. Але робота [74] піднімає дуже цікаві теоретичні питання, які повинні бути вивчені окремо.

В роботі [75] продовжується дослідження явищ, попередньо описаних в [73] та [74], але дещо з іншого боку. В ній розробляється теорія та апаратна реалізація пристрою для зменшення віддзеркаленої напруги від затискачів електродвигуна змінного струму. До двигуна, через довгий кабель, подано живлення від інвертора з ШІІ. Вказується, що перенапруга, яка виникає через віддзеркалену хвилю, може спричинити несправності діелектричної системи в двигунах без належного захисту. Дається пояснення того, чому запропоноване рішення успішно зменшує кількість пошкоджень двигуна. Виведено рівняння

втрат енергії в довгому кабелі як функції несучої частоти та його довжини. Відмічається, що математичне моделювання та експериментальні результати дослідження віддзеркаленої хвилі показують хорошу кореляцію. Показано, що зважаючи на характер імпедансів ШП, кабелів і двигунів, для зменшення віддзеркалення повинні використовуватись компенсуючі резистори та конденсатори. Запропоновано методологію визначення оптимального опору та ємності, використання яких дозволяє досягти заданого безпечного рівня перенапруги.

Фактично в цій роботі досліджується режим узгодженого навантаження між кабелем та електричним двигуном. Як відомо, у випадку використання двопроводної лінії передачі, такий режим настає тоді, коли хвильовий опір лінії дорівнює опору навантаження. При цьому, дійсно, віддзеркалена хвиля буде відсутньою. А відсутність цієї хвилі повинна виключити причини виникнення перенапруги. Для двопроводної лінії це теоретично та практично доведений факт. Але ж зазвичай, усі двигуни сучасних електроприводів є трифазними й отримують живлення через трифазний кабель. Між провідниками цього кабелю неминуче виникають взаємні індуктивні та гальванічні зв'язки, які не враховані в цій роботі. Тому цікавим представляється дослідження режиму узгодженого навантаження для таких зв'язаних ліній електропередачі.

В статті [77] розглядається ефект впливу довгих кабелів між двигуном та інвертором з коротким часом перемикавання. Зокрема, досліджується досить поширена ситуація, коли один інвертор керує кількома асинхронними двигунами. Для визначення напруги на двигунах використовуються комп'ютерні моделі, які побудовано на основі теорії ліній із розподіленими параметрами. Проведено аналіз та знайдено зв'язок між часом перемикавання інвертора, довжиною кабелів та напругою на двигунах. Виявлено, що для підтримки рівня перенапруг у певних межах, повинні використовуватися фільтри або дроселі.

Позитивним в цій роботі є те, що вона є фактично першою, в якій розглядаються реальні випадки, коли до одного інвертора підімкненні відразу

декілька електричних двигунів. Але звертає на себе увагу остання фраза в анотації до цієї статті: «Деякі результати моделювання підтверджені експериментальними даними» (в оригіналі «Some simulation results are verified by experimental data»). Тобто, в статті є деякі результати, що не підтверджено експериментом.

Стаття [78] також присвячена дослідженню перенапруг на затискачах електродвигунів в системах із ШІМ. Однак в цій роботі, на підставі, як відмічається, «точних моделей» (в оригіналі – «Precise models»), досліджується не тільки напруга на виході кабелю. Автори статті досліджують і розподіл напруги уздовж довжини лінії. Лишається незрозумілим, яким чином ця інформація може бути корисною для розв'язання проблеми довгого кабелю.

Статті [79] та [80], практично є розширеним варіантом попередньої статті [74] того ж авторського складу. Обидві роботи [79] та [80] було представлено роком пізніше ніж [74] на конференції Applied Power Electronics Conference (APES 97) в місті Атланта, США. Вони опубліковані в першому томі збірнику праць цієї конференції послідовно на сторінках 103 – 113 та 114 – 121 під назвами «PWM inverters and their influence on motor overvoltage» та «Cable characteristics and their influence on motor over-voltages». Як бачимо, ці роботи відрізняються тим, що в першій досліджується вплив інвертора на перенапругу двигуна, а в другій – вплив кабелю. Але загальні висновки цих обох робіт практично повторюють висновки роботи [74].

В роботі [81] знов говориться про шкідливий вплив віддзеркалених хвиль в кабелі між ШІП інвертором та двигуном. Детально досліджуються системні параметри інвертора, кабелю та моделі двигуна. Підкреслюється важливість моделювання із врахуванням скін-ефекту та ефекту близькості. Результатом цієї роботи є проста і точна модель утворення віддзеркалених хвиль, яка забезпечує швидкі обчислення і дозволяє проводити дослідження системи двигун – кабель з великою кількістю параметрів. Модель може бути реалізована з використанням існуючого програмного забезпечення.

В роботі [82] досліджується залежність перенапруги та спотворення форми сигналу в залежності від несучої частоти ШП. Як відомо з [83], основним принципом широтної модуляції є зміна скважності імпульсів при збереженні постійності їх частоти. Таким чином, частота прямокутних імпульсів на виході ШП може бути, в принципі, довільною. Показано, що явище перенапруги та спотворення форми сигналу спостерігається завжди, незалежно від частоти модуляції. Теоретичні висновки перевіряються шляхом експериментів з асинхронним двигуном, підключеним до інверторного джерела живлення. Ця робота є дуже цікавою, тому що в ній вперше досліджується поведінка системи інвертор – двигун на різних частотах модуляції. Однак, висновок про те, що спотворення та перенапруги будуть спостерігатися на усіх частотах, є передбачуваним, адже він витікає із теорії розповсюдження падаючих та віддзеркалених хвиль в лініях з розподіленими параметрами.

Стаття [84] цікава тим, що в ній піднімається питання визначення первинних параметрів кабелю. Як відомо, до первинних параметрів відносяться опір, індуктивність та ємність одиниці довжини кабелю, а також провідність його ізоляції. Без знання точних значень цих параметрів, як справедливо відзначають автори [84], неможливе моделювання процесів в ньому, навіть за наявності самої точної моделі. У цьому документі представлено альтернативний метод визначення параметрів кабелю, для застосування якого треба знати лише струм на виході інвертора. Цей метод був підтверджений експериментальними результатами. Крім того, в цій роботі запропоновано алгоритм для врахування скін-ефекту.

Таким чином, проблемі спотворень форми сигналу при його передачі по кабелю фахівцями приділяється значна увага, але сама проблема досі не може вважатися розв'язаною. На шляху до розв'язання проблеми довгого кабелю потрібні розрахунки розповсюдження хвильових сигналів в кабелі, який при цьому є класичною лінією із розподіленими параметрами. Для таких розрахунків потрібно знати первинні параметри кабелю. Більше того, точність

розрахунків розповсюдження хвильових сигналів на пряму залежить від точності визначення таких первинних параметрів. І тут ми стикаємося із новою проблемою – проблемою визначення цих параметрів.

1.5 Сутність проблеми визначення параметрів кабельних ліній електропередач

Проблемою визначення первинних параметрів ліній електропередач, зокрема і кабельних, займалися багато фахівців – електротехніків. Розглянемо коротко сутність цієї проблеми, а також підходи, які традиційно використовуються для її розв'язання.

В роботі [99] запропоновано метод визначення вторинних параметрів асиметричної трифазної лінії передачі. Для використання методу автори пропонують вимірювати струми та напруги як на вході, так і на виході кожної із ліній. Визначення параметрів виконується як розв'язок складної системи рівнянь (в її запису присутні обернені транспоновані матриці струмів та напруг). Методу розв'язання автори не пропонують. Крім того, цим методом знаходяться не первинні, а вторинні параметри ліній. Це є вадодою запропонованого в [99] методу, тому що, як відомо з теорії [1], взаємні індуктивності та ємності входять до уявної частини комплексів у вигляді суми окремих значень цих параметрів.

В статті [101] запропоновано метод визначення параметрів трипроводних повітряних ліній, заснований на одночасному вимірюванні фазових зсувів на початку та кінці лінії. Для того, щоб досягти достатньої точності вимірювань автори використовують дуже тривалий цикл – до одного тижня. Вимірювання проводились в робочому режимі лінії (напругою 400 kV), що потребує досить дорогого обладнання. Крім того, в статті так і не наведено математичних залежностей, за якими можна розрахувати параметри лінії. Однак, автори стверджують, що вони виміряли первинні параметри для прямої, оберненої та нульової послідовності фаз. Це виглядає дивним, адже первинні параметри

залежать тільки від конструкції та матеріалів лінії й не повинні залежати від її електричного режиму роботи. Водночас, автори наводять дуже цікаву таблицю (таблиця 1 в [101]), в якій наведено результати обчислень первинних параметрів за аналітичними співвідношеннями та результати моделювання в двох математичних пакетах – MatLab, LineProp та EMTP. Ця таблиця показує дуже великі розбіжності (до 20%) між отриманими результатами, що свідчить про дуже невелику точність аналітичних методів розрахунку та математичного моделювання.

В роботі [102] наведено моделювання параметрів імпедансу для повітряної лінії передачі з двома проводами заземлення. Моделювання виконувалось з допомогою пакету ATP-EMTP. ATP-EMTP – це універсальна система програмування для цифрового моделювання перехідних явищ як електромагнітного, так і електромеханічного характеру. За допомогою цієї програми можуть моделюватися складні мережі і системи управління довільної структури [103]. EMTP використовується для аналізу комутаційних і грозових перенапруг, дослідження координації ізоляції і обертальних коливань електричних машин, моделювання релейного захисту та гармонічного аналізу, вивчення проблем якості електроенергії та електромагнітної сумісності і так далі. В роботі [103] описано тільки моделювання із метою отримання матриці імпедансу. З результатів роботи неможливо визначити увесь набір первинних параметрів, так як такі параметри, як питома провідність (а в випадку кількох провідників кабелю – питомі провідності) до матриці імпедансу не входять.

В статті [104] описано метод визначення параметрів трифазної лінії електропередачі на підставі осцилограм перехідних процесів в фазах ліній. Це дійсно можна зробити, визначивши швидкість затухання та власну частоту коливань в періодичному перехідному процесі. Але метод потребує складної вимірювальної апаратури, яка може фіксувати та передавати на комп'ютерну обробку графіки швидкодіючих перехідних процесів в реальному часі. Крім того, для обробки треба використовувати спеціалізоване математичне

забезпечення. Усе це робить запропонований метод малоприматним для практичного використання.

Автором статті [105] є той самий автор (Zhou-Xing Fu з Xi'an University of Science and Technology Xi'an, ShannXi, China), що очолює авторський колектив в роботі [102]. Обидві статті – [102] та [105] написані по матеріалам доповідей, які були представлені на 11th IET International Conference on Developments in Power Systems Protection (DPSP 2012). Стаття [105] фактично є продовженням роботи [102]. Зокрема в ній більш докладно викладено метод моделювання параметрів імпедансу. Але до роботи [105] цілком можна віднести усі зауваження, які було зроблено по роботі [102].

В стандарті IEEE «IEEE Guide for the Parameter Measurement of AC Transmission Lines» [106] представлені методи випробування для вимірювання опору лінії передачі змінного струму та методи обчислення первинних параметрів лінії. Стандарт забезпечує методи тестування та обчислення для отримання взаємної індуктивності та ємності зв'язку між лініями подвійного контуру на одній опорі. В ньому викладені вимірювальні прилади та безпека вимірювань. Крім того, він включає процедури випробувань для отримання опорів відкритого контуру випробовуваної лінії, а також формули для отримання розподілених параметрів від вимірювань імпедансу. Однак методи цього стандарту можна використовувати лише для повітряних ліній електропередач.

Проведений огляд літературних джерел дозволяє зробити наступні висновки.

1.5 Висновки за першим розділом

В першому розділі виконано аналіз причин виникнення спотворень форми напруг та струмів в лініях електропередач та наслідків їх впливів на роботу частотно-регульованих електроприводів. На підставі виконаного аналізу визначено мету та задачі роботи.

Показано, що основною вадою ліній передачі між ШПП та двигуном є спотворення форми напруги на затискачах двигуна по відношенню до напруги ШПП. При цьому виникають вищі гармоніки, які вважаються причиною спотворень напруги. Для боротьби із вищими гармоніками використовуються різноманітні фільтри ЕМС. Однак, на сьогодні відсутня обґрунтована методика виборів фільтрів ЕМС, яка враховує весь комплекс факторів, що впливають на виникнення спотворень, таких як: довжина кабелю, його тип і параметри, а також частота комутації ключів інвертора. Практично єдиним параметром, за яким виробники фільтрів ЕМС рекомендують здійснювати їх вибір, є номінальний струм двигуна. Водночас, теорія ліній з розподіленими параметрами показує, що спотворення форми сигналів в них виникає за рахунок наявності розподілених по довжині індуктивності та ємності. Ці параметри є невід'ємними для будь якої довгої лінії. Спотворення в ній обумовлені самою фізичною природою лінії. Тому розробка математичних моделей та методів покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах є актуальною науково-практичною задачею.

Проведений в розділі аналіз літератури по проблемі довгого кабелю показав що:

1. Проблема довгого кабелю дійсно існує й полягає в тому, що форма кривої напруги на виході кабелю відрізняється від форми напруги на його вході.
2. Однією з причин спотворення форми напруги є віддзеркалені хвилі, що розповсюджуються в кабелі як в лінії з розподіленими параметрами.
3. В одиночній лінії з розподіленими параметрами віддзеркалені хвилі відсутні в режимі узгодженого навантаження. Однак трифазний кабель є системою трьох зв'язаних між собою ліній. Тому треба дослідити умови виникнення узгодженого навантаження в системі таких зв'язаних ліній.
4. В більшості розглянутих робіт запропоновано методи розв'язання проблеми довгого кабелю. Але всі ці методи направлено на боротьбу не з

причиною виникнення спотворень напруги, а із наслідками – самими цими спотвореннями.

5. Усі запропоновані способи не вирішують проблему довгого кабелю, тому її розв'язання є актуальною науковою та практичною задачею.

6. Витоки проблеми довгого кабелю слід шукати в електромагнітних процесах, що відбуваються в кабельній лінії між двигуном та ШП. Тому розглянемо теорію цих електромагнітних процесів більш докладно.

7. Для розв'язання проблеми довгого кабелю слід знати точні значення його первинних параметрів. Але на сьогодні не існує простого та дешевого способу визначення цих параметрів.

Результати даного розділу опубліковано у працях [1], [2] та [3].

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ НАПРУГ ТА СТРУМІВ В КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

Як показано в попередньому розділі, трифазний екранований (броньований) кабель, що використовується в системах частотного керування електроприводами, потрібно розглядати як лінію з розподіленими параметрами. Через взаємні магнітні і гальванічні зв'язки, існуючі між окремими жилами кабелю, скачки навантаження однієї з фаз можуть негативно вплинути на якість електричної енергії, переданої по іншим фазам. Для врахування таких впливів і розробки методів їх розрахунку необхідно розробити математичні моделі електромагнітних процесів в трифазних екранованих (броньованих) кабелях.

2.1 Загальна математична модель для кабелю з N провідниками

Математична модель для розрахунку струмів та напруг у багатожильному кабелі, що складається з n окремих провідників є відомою й добре дослідженою. Вона являє собою систему диференційних рівнянь у часткових похідних. Ця модель наводиться, зокрема, в [85], [86]. В цих статтях досліджено n -провідну полоскову лінію, але отримана модель може бути використаною й для описання процесів в багатожильних кабелях. Вона враховує взаємні гальванічні та індуктивні зв'язки між проводами кабелю, а також між кожним проводом та екраном окремо. Система рівнянь, що описує залежність струмів та напруг кабелю від часу та просторової координати x має вигляд:

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x}[u] = [R][i] + [L]\frac{\partial}{\partial t}[i] \\ -\frac{\partial}{\partial x}[i] = [G][u] + [C]\frac{\partial}{\partial t}[u] \end{cases}, \quad (2.1)$$

де $[i]$ та $[u]$ – матриці-стовпці миттєвих значень струмів та напруг в кожному провіднику кабелю в довільній його точці, $[R]$ – квадратна матриця розміром $n \times n$ питомих опорів кожного з n провідників кабелю:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R_n \end{bmatrix},$$

$[G]$ – квадратна матриця розміром $n \times n$ питомих провідностей між кожною парою провідників кабелю, а також провідностей між даним провідником та екраном:

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & \dots & -G_{1n} \\ -G_{21} & G_{22} & \dots & -G_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -G_{n1} & -G_{n2} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix},$$

$[L]$ – квадратна матриця розміром $n \times n$ питомих власних ($L_i, i = 1, \dots, n$) та взаємних ($M_{i,j}, i, j = 1, \dots, n$) індуктивностей:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & L_2 & \dots & M_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & L_n \end{bmatrix},$$

$[C]$ – квадратна матриця розміром $n \times n$ питомих ємностей між провідниками кабелю та між кожним провідником та екраном:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} & \dots & -C_{1n} \\ -C_{21} & C_{22} & \dots & -C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -C_{n1} & -C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}.$$

Як можна бачити з формули (2.1), при наявності в кабелі n провідників, кількість рівнянь в системі є в два рази більшою. Як відомо, в загальному випадку системи диференційних рівнянь в часткових похідних не мають

аналітичного розв'язання [87]. Можливі лише розв'язки для окремих випадків. Одним з таких окремих випадків є загальновідома класична теорія ліній з розподіленими параметрами, яка викладена в усіх підручниках з ТОЕ [88]. У випадку синусоїдального сигналу система диференціальних рівнянь перетворюється на систему двох рівнянь в повних похідних, розв'язок якої легко знаходиться аналітичним шляхом. Класична лінія з розподіленими параметрами являє собою два провідники. На практиці їй відповідає або звичайний електричний неекранований кабель із двома провідниками, або одножильний броньований кабель. Для більш складного випадку кабелю із бронєю та двома провідниками теорія розповсюдження струмів та напруг стає значно складнішою.

Розглянемо докладніше математичну модель розповсюдження струмів в кабелі із двома провідниками.

2.2 Математична модель розповсюдження струмів та напруг в кабелі із двома провідниками

Математична модель розповсюдження струмів в кабелі із двома провідниками може бути побудована на підставі загальної системи рівнянь, яку наведено в попередньому підрозділі. Так, для випадку $n=2$ із системи (2.1) із врахуванням матриць первинних параметрів, отримуємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u_1}{\partial x} = L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M \frac{\partial i_2}{\partial t} + R_1 i_1 \\ -\frac{\partial u_2}{\partial x} = L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M \frac{\partial i_1}{\partial t} + R_2 i_2 \\ -\frac{\partial i_1}{\partial x} = (G_{11} + G_{12})u_1 + (C_{11} + C_{12}) \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} - G_{12}u_2 - C_{12} \frac{\partial u_2}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_2}{\partial x} = (G_{22} + G_{21})u_2 + (C_{22} + C_{21}) \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - G_{21}u_1 - C_{21} \frac{\partial u_1}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

В цій системі первинні параметри (коефіцієнти перед похідними) мають такий фізичний сенс:

L_1, L_2 – власні індуктивності першого та другого провідників кабелю;

M – взаємна індуктивність між першим та другим провідниками кабелю;
 C_{11}, C_{22} – ємності між першим та другим провідниками кабелю та екраном;

$C_{12} = C_{21}$ – ємність між першим та другим провідниками кабелю;

G_{11}, G_{22} – провідності між першим та другим провідниками кабелю та екраном;

$G_{12} = G_{21}$ – провідність між першим та другим провідниками кабелю.

Для усталеного синусоїдального режиму роботи двопровідного кабелю систему (2.2) можна переписати для комплексів струмів та напруг:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}_1}{dx} = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_M \dot{I}_2 \\ -\frac{d\dot{U}_2}{dx} = \underline{Z}_M \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2 \\ -\frac{d\dot{I}_1}{dx} = \underline{Y}_{S1} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{12} \dot{U}_2 \\ -\frac{d\dot{I}_2}{dx} = -\underline{Y}_{12} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{S2} \dot{U}_2 \end{array} \right. , \quad (2.3)$$

де:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2;$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M;$$

$$\underline{Y}_{S1} = (G_{11} + G_{12}) + j\omega(C_{11} + C_{12});$$

$$\underline{Y}_{S2} = (G_{22} + G_{12}) + j\omega(C_{22} + C_{12});$$

$$\underline{Y}_{12} = G_{12} + j\omega C_{12}.$$

Для симетричного кабелю, з двома однаковими жилами повинні виконуватись співвідношення:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_0,$$

$$\underline{Y}_{S1} = \underline{Y}_{S2} = \underline{Y}_S.$$

Це дає змогу переписати систему (2.3) таким чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}_1}{dx} = \underline{Z}_0 \dot{I}_1 + \underline{Z}_M \dot{I}_2 \\ -\frac{d\dot{U}_2}{dx} = \underline{Z}_M \dot{I}_1 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2 \\ -\frac{d\dot{I}_1}{dx} = \underline{Y}_S \dot{U}_1 - \underline{Y}_{12} \dot{U}_2 \\ -\frac{d\dot{I}_2}{dx} = -\underline{Y}_{12} \dot{U}_1 + \underline{Y}_S \dot{U}_2 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Розв'яжемо систему (2.4). Для цього продиференціюємо перше рівняння системи по змінній x :

$$-\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = \underline{Z}_0 \frac{d\dot{I}_1}{dx} + \underline{Z}_M \frac{d\dot{I}_2}{dx}.$$

Замість похідних струмів підставимо їх значення з третього та четвертого рівнянь системи (2.4):

$$-\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = (\underline{Z}_0 \underline{Y}_S - \underline{Z}_M \underline{Y}_{12}) \dot{U}_1 + (\underline{Z}_M \underline{Y}_S - \underline{Z}_0 \underline{Y}_{12}) \dot{U}_2.$$

Перетворивши аналогічно друге рівняння системи (2.4), отримуємо:

$$-\frac{d^2\dot{U}_2}{dx^2} = (\underline{Z}_M \underline{Y}_S - \underline{Z}_0 \underline{Y}_{12}) \dot{U}_1 + (\underline{Z}_0 \underline{Y}_S - \underline{Z}_M \underline{Y}_{12}) \dot{U}_2$$

Позначивши $A = \underline{Z}_0 \underline{Y}_S - \underline{Z}_M \underline{Y}_{12}$, $B = \underline{Z}_M \underline{Y}_S - \underline{Z}_0 \underline{Y}_{12}$, отримуємо систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = A\dot{U}_1 + B\dot{U}_2 \\ -\frac{d^2\dot{U}_2}{dx^2} = B\dot{U}_1 + A\dot{U}_2 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Як показано в [75], розв'язком цієї системи є вирази

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = C_1 ch \gamma_1 x + C_2 ch \gamma_2 x + C_3 sh \gamma_1 x + C_4 sh \gamma_2 x \\ \dot{U}_2 = D_1 ch \gamma_1 x + D_2 ch \gamma_2 x + D_3 sh \gamma_1 x + D_4 sh \gamma_2 x \end{cases} \quad (2.6)$$

де:

$$\gamma_1 = \sqrt{A+B} = \sqrt{(\underline{Z}_0 + \underline{Z}_M)(\underline{Y}_S + \underline{Y}_{12})}, \quad (2.7)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{A - B} = \sqrt{(Z_0 - Z_M)(Y_S + Y_{12})}. \quad (2.8)$$

Вирази (2.7) та (2.8) мають сенс сталих розповсюдження хвиль напруги та струму. Як відомо, дійсна частина цих комплексів являє собою коефіцієнт затухання, а уявна – коефіцієнт фази. Наявність двох сталих розповсюдження показує наявність в двожильному кабелі двох типів коливань (двох мод коливань, якщо користуватися термінами радіотехніки). Коливання першої моди із сталою розповсюдження γ_1 - являє собою коливання напруги та струму в кожному з проводів кабелю, що виникає за рахунок дії власного джерела живлення, яке підімкнене до цього проводу. Коливання другої моди із сталою γ_2 виникає в кожному проводі за рахунок взаємних гальванічних та індуктивних зв'язків. Як бачимо, процес розповсюдження хвилі в двожильному кабелі є накладанням двох хвильових процесів із різними сталими розповсюдження.

Підставивши вирази для \dot{U}_1 та \dot{U}_2 в перше рівняння системи (2.5) та враховуючи, що $\gamma_1^2 = A + B$ та $\gamma_2^2 = A - B$, отримуємо наступні співвідношення між коефіцієнтами C та D :

$$D_1 = C_1, D_2 = -C_2, D_3 = C_3, D_4 = -C_4.$$

Тоді розв'язок системи (2.5) відносно комплексів напруг першого та другого провідників кабелю буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= C_1 ch\gamma_1 x + C_2 ch\gamma_2 x + C_3 sh\gamma_1 x + C_4 sh\gamma_2 x \\ \dot{U}_2 &= C_1 ch\gamma_1 x - C_2 ch\gamma_2 x + C_3 sh\gamma_1 x - C_4 sh\gamma_2 x \end{aligned} \quad (2.9)$$

Для знаходження струмів підставимо рівняння (2.9) в третє та четверте рівняння системи (2.4). Після перетворень маємо:

$$\dot{I}_1 = -\frac{Y_S - Y_{12}}{\gamma_1} (C_1 sh\gamma_1 x + C_3 ch\gamma_1 x) - \frac{Y_S + Y_{12}}{\gamma_2} (C_2 sh\gamma_2 x + C_4 ch\gamma_2 x).$$

Позначимо:

$$\frac{Y_S - Y_{12}}{\gamma_1} = \frac{1}{\underline{Z}_{B1}}, \quad \frac{Y_S + Y_{12}}{\gamma_2} = \frac{1}{\underline{Z}_{B2}}. \quad (2.10)$$

Величини \underline{Z}_{B1} та \underline{Z}_{B2} відіграють роль хвильових опорів. Для кожної моди коливань існує свій власний хвильовий опір. Підставивши в (2.10) вирази для коефіцієнтів розповсюдження (2.7) та (2.8), отримаємо:

$$\underline{Z}_{B1} = \sqrt{\frac{Z_0 + Z_M}{Y_S - Y_{12}}}, \quad (2.11)$$

$$\underline{Z}_{B2} = \sqrt{\frac{Z_0 - Z_M}{Y_S + Y_{12}}}. \quad (2.12)$$

Тоді для струму першої лінії остаточно отримаємо:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_{B1}}(C_1 sh\gamma_1 x + C_3 ch\gamma_1 x) - \frac{1}{\underline{Z}_{B2}}(C_2 sh\gamma_2 x + C_4 ch\gamma_2 x). \quad (2.13)$$

Аналогічно для струму другої лінії:

$$\dot{I}_1 = -\frac{1}{\underline{Z}_{B1}}(C_1 sh\gamma_1 x + C_3 ch\gamma_1 x) + \frac{1}{\underline{Z}_{B2}}(C_2 sh\gamma_2 x + C_4 ch\gamma_2 x). \quad (2.14)$$

Сталі інтегрування, які входять до складу формул (2.9), (2.13) та (2.14) можна отримати на підставі граничних вимог, за які виступають струми та напруги на початку або в кінці кабелю.

Таким чином, взаємні зв'язки між проводами кабелю впливають на його струми та напруги. Крім того, наявність двох хвильових опорів викликає необхідність ще одного, дуже цікавого дослідження. Як відомо з теорії ліній з розповсюдженими параметрами, якщо опір навантаження дорівнює хвильовому опору, коефіцієнт корисної дії кабелю зростає за рахунок відсутності віддзеркаленої хвилі. Це так званий режим узгодженого навантаження.

З появою другого хвильового опору виникає питання, а чи існує режим узгодженого навантаження в зв'язаних електрично та магнітно лініях електропередач. Тому дослідимо окремо залежність коефіцієнту корисної дії кабелю від активної та реактивної складової опору навантаження.

2.3 Залежність коефіцієнту корисної дії кабелю від опору навантаження

Залежність коефіцієнту корисної дії кабелю від активної та реактивної складової опору навантаження детально розглянута в роботі [9]. Для виявлення вказаної залежності в цій роботі проведено розрахунки струмів та напруг в кабелі із такими первинними параметрами: $R_0 = 1,66 \text{ } \Omega/\text{km}$; $L_0 = 0,395 \text{ mH/km}$; $C_0 = 0,182 \text{ } \mu\text{F/km}$; $M_{11} = 0,29 \text{ mH/km}$; $C_{11} = 0,182 \text{ } \mu\text{F/km}$. Для цих параметрів по формулам (2.11) та (2.12) розраховано хвильові опори кабелю:

$$\underline{Z}_{B1} = 128,5 - j112,4 \text{ } \Omega;$$

$$\underline{Z}_{B2} = 70,3 - j68,9 \text{ } \Omega.$$

До провідників кабелю підведено напруги: перший провідник: діюче значення 380 V, початкова фаза $\psi_1 = 0^\circ$. Другий провідник: та ж сама напруга з початковою фазою $\psi_2 = -120^\circ$. Компонент активного опору симетричного навантаження змінювався в межах від 0 до 500 Ом, а компонент реактивного опору - в межах від -500 до 500 Ом. Оскільки обсяг даних, отриманих у всіх обчисленнях, дуже великий (1 250 000 значень), були побудовані графіки, які базуються на отриманих значеннях. На рис. 2.1 зображено коефіцієнти корисної дії (ККД) для активної потужності першого провідника.

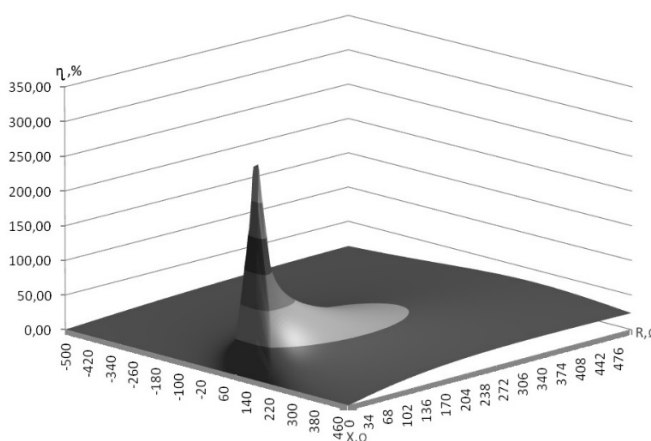


Рисунок 2.1 – Залежність ККД першого провідника від опору навантаження (активна потужність)

На рис. 2.2 показаний графік аналогічного ККД для другого провідника, який пов'язаний з першим гальванічними та магнітними впливами.

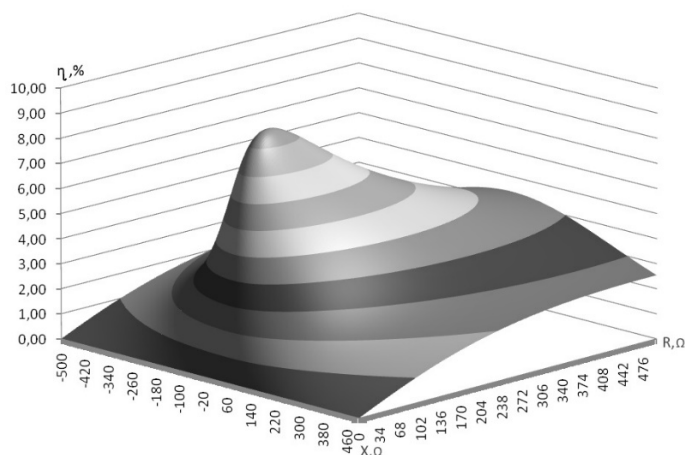


Рисунок 2.2 – Залежність ККД другого провідника від опору навантаження (активна потужність)

Аналізуючи графік на рис. 2.1, видно, що ККД активної складової потужності в точці $R = 10$ Ом, $X = 152$ Ом більше 100%. На перший погляд, це парадоксальний результат. Однак не слід забувати, що дві підключені лінії електропередачі інтегруються в єдину систему, в якій існує «переливання» активної потужності. Потужність може передаватися від другої лінії до першої за рахунок магнітних та гальванічних зв'язків. Тому, строго кажучи, необхідно оцінювати к. к. д. не кожного провідника окремо, а всієї системи в цілому. На рис. 2.3 показаний графік ККД для всієї системи.

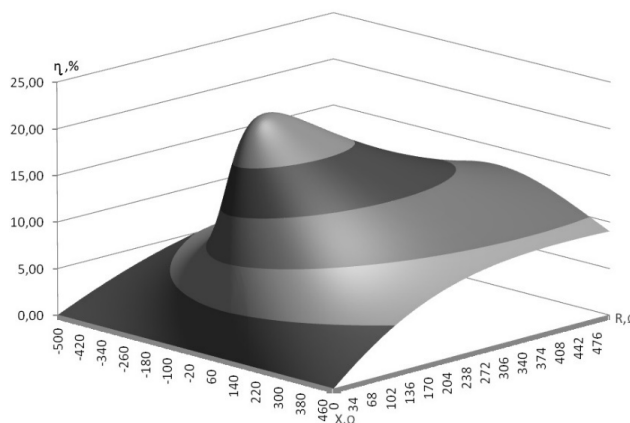


Рисунок 2.3 – Залежність ККД системи(кабелю) від опору навантаження (активна потужність)

Як видно з цього графіка, загальна ефективність всієї системи з'єднаних ліній становить менше 20%. З аналізу графіків на рис. 2.1, 2.2 та 2.3 можна зробити висновок, що рівність опору навантаження та хвильового опору у випадку сполученої системи ліній не забезпечує максимального коефіцієнта корисної дії. Цей факт також можна пояснити потоком потужності від однієї лінії до іншої. Крім того, значення коефіцієнта корисної дії досягає свого максимуму в тому випадку, коли характер навантаження ліній протилежний характеру його хвильового опору. Цей факт можна пояснити появою резонансних явищ в провідниках кабелю.

Детально проаналізувавши особливості роботи кабелю із двома провідниками, перейдемо до детального вивчення розповсюдження струмів та напруг в трифазних екранованих кабелях.

2.4 Математична модель розповсюдження струмів та напруг в трифазному екранованому кабелі

В літературі є посилання на математичні моделі розповсюдження струмів та напруг в трифазному екранованому кабелі. Так, наприклад, подібні дослідження проводив Г. А. Большанін в серії робіт [89], [90], [91]. Однак, приведені в цих роботах математичні моделі залежності струмів і напруг в лінії від відстані суперечать одне одному. Так, вирази для розрахунку фазних напруг $\dot{U}_{An}, \dot{U}_{Bn}, \dot{U}_{Cn}$, (формули 1, 2, 3) в роботі [90] і вирази для величин фази А (формули 1 і 2) в роботі [91] відрізняються одне від одного коефіцієнтом $\frac{1}{3}$. Крім того, з цих робіт не ясно, для якої саме трифазної системи – симетричної чи несиметричної отримані данні вирази. Ці недоліки роблять неможливим практичне використання запропонованих в [90] і [91] математичних моделей електромагнітних процесів в трифазних екранованих кабелях, що обумовлює необхідність побудови власних моделей.

Побудову математичних моделей почнемо зі складання схеми заміщення ділянки кабелю, розглядаючи його як систему зв'язаних ліній з розподіленими параметрами.

2.4.1 Схема заміщення ділянки трифазного екранованого кабелю

Розглянемо трифазний екранований кабель як систему трьох ліній з розподіленими параметрами, кожна з яких має з сусідніми лініями магнітний, ємнісний і гальванічний зв'язок [7]. Крім зв'язків між окремими провідниками лінії, між кожним провідником і екраном (металевою бронею кабелю) існує гальванічний і ємнісний зв'язок (рис. 2.4). На рис. 2.4 цифрами 1, 2 і 3 показані провідники лінії, оточені феромагнітним екраном. При цьому, для зручності зображення, пропорції між діаметром реального кабелю, діаметром і розташуванням струмоведучих жил, на цьому рисунку навмисно змінені.

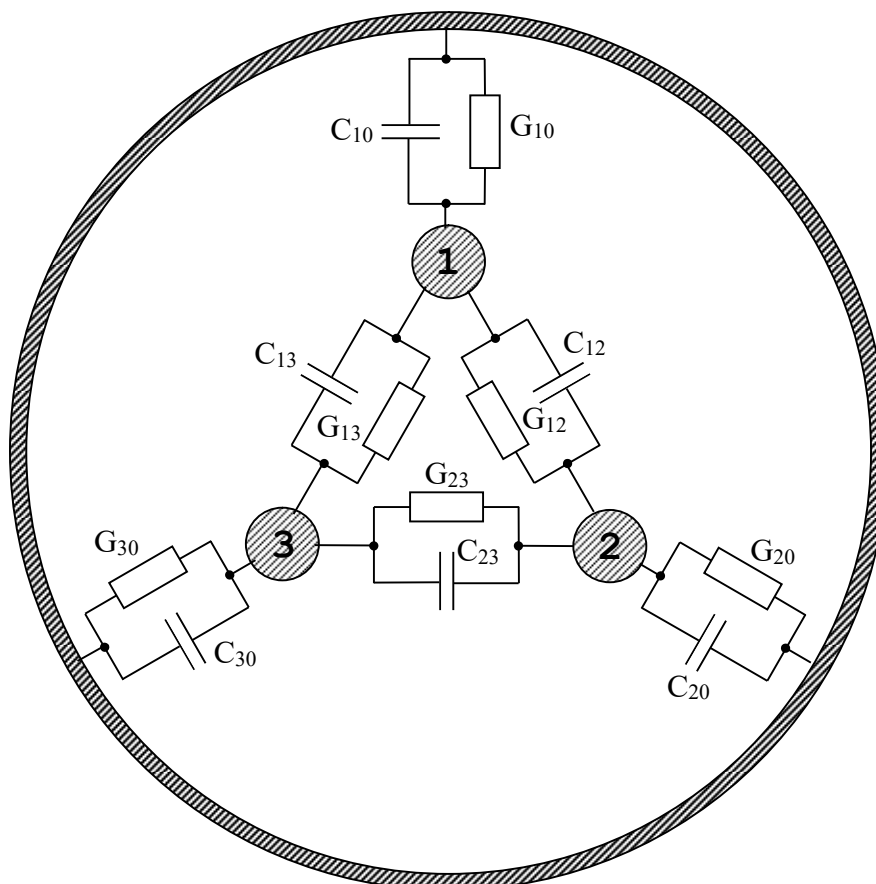


Рисунок 2.4 – Гальванічні та ємнісні зв'язки в трифазному екранованому кабелі

Існуючі гальванічні та ємнісні зв'язки між провідниками кабелю моделюються провідностями G и конденсаторами C . Причиною гальванічних зв'язків є неідеальність ізоляції. Незважаючи на досконалість матеріалів, які використовуються, будь-який реальний діелектрик має цілком малу, але кінцеву провідність. Тут і надалі під провідністю G мається на увазі питома провідність одиниці довжини кабелю, котра вимірюється в $\frac{S}{m}$.

Питома провідність в теоретичній електротехніці зазвичай позначається як G_0 . Щоб уникнути трьохзначної індексації індекс 0 будемо опускати.

Наявність ємнісного зв'язку зрозуміла – це неминуче присуття ємність між провідниками кабелю чи між кожним із провідників і екраном. Як і у випадку провідностей, тут і надалі мається на увазі питома ємність одиниці довжини провідника, вимірювана в $\frac{F}{m}$. Однак індекс 0, що використовується в теоретичній електротехніці для позначення питомих ємностей, надалі будемо опускати.

Крім гальванічного і ємнісного зв'язку, провідники кабелю мають між собою магнітний зв'язок з коефіцієнтами взаємної індукції M_{12} , M_{13} і M_{23} . Кожен з провідників характеризується особистими питомими параметрами – індуктивністю L і активним опором R . Тут також маються на увазі питомі індуктивності і опори.

Для побудови математичної моделі електромагнітних процесів в трифазному екранованому кабелі розглянемо схему заміщення нескінченно малої ділянки кабелю довжиною dx , що знаходиться на відстані x від його початку (Рис. 2.5). Параметри елементів схеми заміщення називаються первинними параметрами трифазного кабелю.

При розгляданні кабелю як лінії з розподіленими параметрами слід прийняти, що струми і напруги в провідниках кабелю є функціями двох змінних – часу і просторової координати. Нехай на початку ділянки напруги між кожним з провідників кабелю і екраном (бронєю кабелю) дорівнювали

відповідно, u_1 , u_2 і u_3 . На протязі довжини ділянки ці напруги змінювались з постійними для даної ділянки швидкостями $\frac{\partial u_1}{\partial x}$, $\frac{\partial u_2}{\partial x}$, $\frac{\partial u_3}{\partial x}$. Тоді в кінці

ділянки довжиною dx будуть діяти напруги $u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} \cdot dx$, $u_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x} \cdot dx$,

$u_3 + \frac{\partial u_3}{\partial x} \cdot dx$.

Аналогічно, якщо струми провідників кабелю на початку ділянки дорівнювали відповідно i_1 , i_2 , i_3 пf на протязі ділянки змінювались зі швидкостями $\frac{\partial i_1}{\partial x}$, $\frac{\partial i_2}{\partial x}$,

$\frac{\partial i_3}{\partial x}$, то в кінці ділянки вони дорівнюватимуть $i_1 + \frac{\partial i_1}{\partial x} dx$, $i_2 + \frac{\partial i_2}{\partial x} dx$, $i_3 + \frac{\partial i_3}{\partial x} dx$

відповідно.

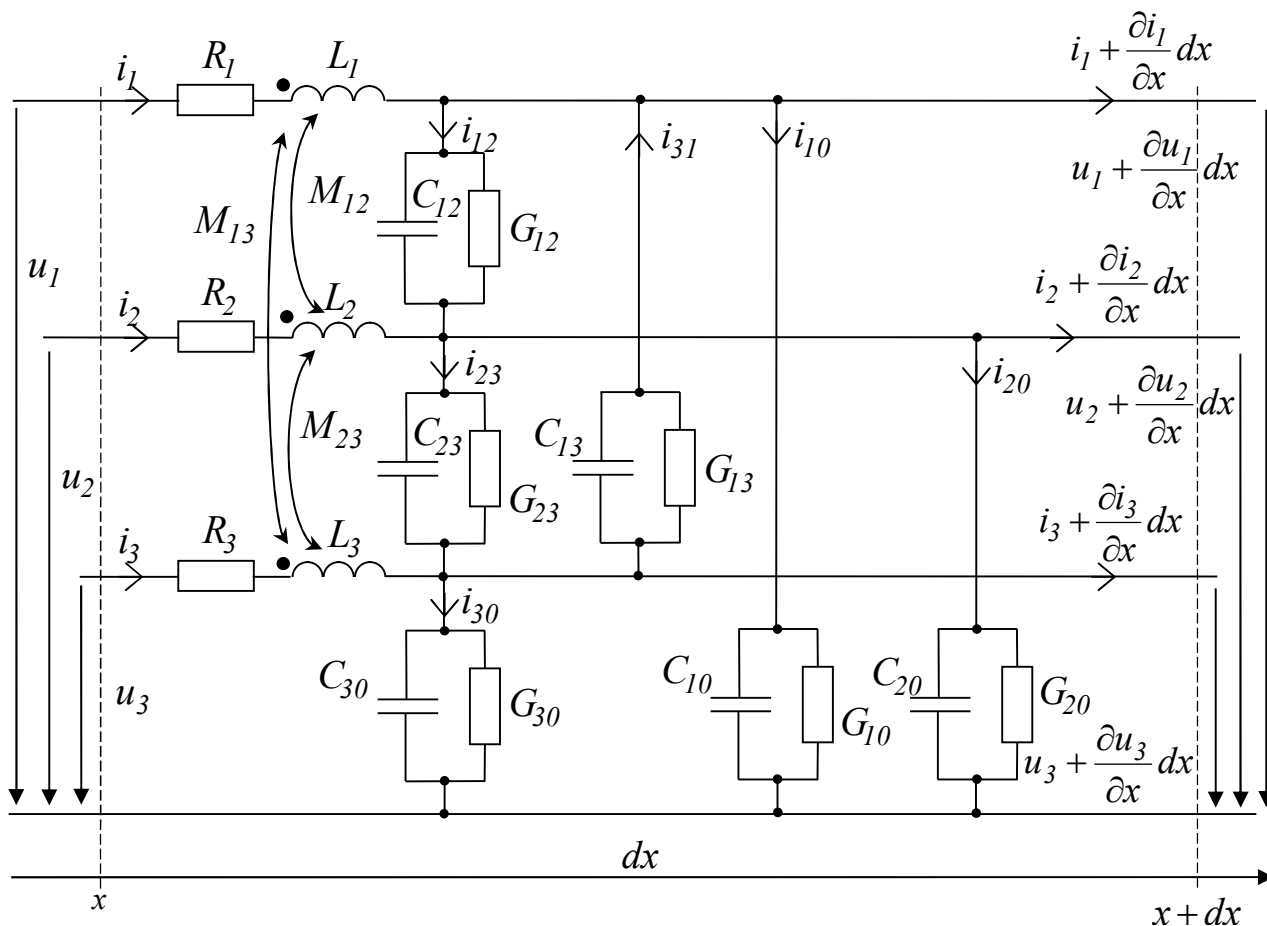


Рисунок 2.5 – Схема заміщення ділянки кабелю

Показана на рис. 2.5 схема заміщення дозволяє побудувати загальну математичну модель процесу розповсюдження електричної енергії в провідниках трифазного екранованого кабелю.

2.4.2 Загальна математична модель процесу розповсюдження струмів напруг в провідниках трифазного екранованого кабелю

Для побудови математичної моделі залежності струмів і напруг в кожному провіднику від часової та просторової координати скористаємось законами Кірхгофа.

Складемо рівняння другого закону Кірхгофа для контуру, утвореного ділянкою dx першого провідника і екраном:

$$-u_1 + R_1 dx \cdot i_1 + L_1 dx \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} dx \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} dx \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} dx = 0.$$

Тут враховано, що первинні параметри кабелю є питомими величинами. Тому кожен з первинних параметрів множиться на довжину ділянки – dx . Після спрощення і ділення на dx отримуємо:

$$-\frac{\partial u_1}{\partial x} = R_1 i_1 + L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_3}{\partial t}. \quad (2.15)$$

Для решти провідників отримуємо аналогічно:

$$-\frac{\partial u_2}{\partial x} = R_2 i_2 + L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_3}{\partial t}, \quad (2.16)$$

$$-\frac{\partial u_3}{\partial x} = R_3 i_3 + L_3 \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_2}{\partial t}. \quad (2.17)$$

Для отримання рівнянь відносно струмів скористаємося першим законом Кірхгофа для вузлів в кінці ділянки, для точки на відстані $x+dx$ від початку кабелю. Для першого провідника:

$$i_1 - i_{12} + i_{31} - i_{10} - i_1 - \frac{\partial i_1}{\partial x} dx = 0. \quad (2.18)$$

Струм витоку між першим провідником і екраном i_{10} можна отримати як:

$$i_{10} = G_{10}dx \cdot \left(u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} dx \right) + C_{10}dx \cdot \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial t} dx \right).$$

Розкриваючи дужки і нехтуючи складовими другого порядку малості, отримаємо:

$$i_{10} = G_{10}dx \cdot u_1 + C_{10}dx \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t}. \quad (2.19)$$

Струм витоку між першим і другим провідником i_{12} можна визначити, знаючи напругу u_{12} між ними:

$$u_{12} = u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} dx - u_2 - \frac{\partial u_2}{\partial x} dx.$$

Тоді струм витоку:

$$i_{12} = G_{12}dx \cdot u_{12} + C_{12}dx \cdot \frac{\partial u_{12}}{\partial t}.$$

Або, підставляючи вираз для u_{12} і нехтуючи складовими другого порядку малості, отримаємо:

$$i_{12} = G_{12}dx \cdot u_1 - G_{12}dx \cdot u_2 + C_{12}dx \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} - C_{12}dx \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t}. \quad (2.20)$$

Аналогічно, з урахуванням того, що $u_{31} = -u_1 - \frac{\partial u_1}{\partial x} dx + u_3 - \frac{\partial u_3}{\partial x} dx$,

отримуємо для струму витоку між третім і першим провідниками:

$$i_{31} = -G_{13}dx \cdot u_1 + G_{13}dx \cdot u_3 - C_{13}dx \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} + C_{13}dx \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t}. \quad (2.21)$$

Підставивши вирази (2.5), (2.6) і (2.7) в (2.4), після спрощення і групування отримуємо:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial i_1}{\partial x} &= (G_{10} + G_{12} + G_{13}) \cdot u_1 - G_{12} \cdot u_2 - G_{13} \cdot u_3 + (C_{10} + C_{12} + C_{13}) \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} - \\ &- C_{12} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{13} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Аналогічно можна отримати рівняння для струмів в другому і третьому провідниках кабелю:

$$-\frac{\partial i_2}{\partial x} = -G_{12} \cdot u_1 + (G_{20} + G_{12} + G_{23}) \cdot u_2 - G_{23} \cdot u_3 - C_{12} \frac{\partial u_1}{\partial t} +$$

$$+ (C_{20} + C_{12} + C_{23}) \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{23} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \quad (2.23)$$

$$-\frac{\partial i_3}{\partial x} = -G_{13} \cdot u_1 - G_{23} \cdot u_2 + (G_{30} + G_{13} + G_{23}) \cdot u_3 - C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial t} -$$

$$\cdot C_{23} \frac{\partial u_2}{\partial t} + (C_{30} + C_{13} + C_{23}) \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \quad (2.24)$$

$$-\frac{\partial i_3}{\partial x} = -G_{13} \cdot u_1 - G_{23} \cdot u_2 + (G_{30} + G_{13} + G_{23}) \cdot u_3 -$$

$$- C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial t} - C_{23} \frac{\partial u_2}{\partial t} + (C_{30} + C_{13} + C_{23}) \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \quad (2.25)$$

Введемо позначення для сум провідностей і ємностей:

$$G_{11} = G_{10} + G_{12} + G_{13}, \quad G_{22} = G_{20} + G_{12} + G_{23}, \quad G_{33} = G_{30} + G_{13} + G_{23},$$

$$C_{11} = C_{10} + C_{12} + C_{13}, \quad C_{22} = C_{20} + C_{12} + C_{23}, \quad C_{33} = C_{30} + C_{13} + C_{23}.$$

З урахуванням цих позначень з'єднаємо рівняння (2.15), (2.16), (2.17) і (2.44), (2.23), (2.24) в систему (2.11).

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u_1}{\partial x} = R_1 i_1 + L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial u_2}{\partial x} = R_2 i_2 + L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial u_3}{\partial x} = R_3 i_3 + L_3 \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_2}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_1}{\partial x} = G_{11} \cdot u_1 - G_{12} \cdot u_2 - G_{13} \cdot u_3 + C_{11} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} - C_{12} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{13} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_2}{\partial x} = -G_{12} \cdot u_1 + G_{22} \cdot u_2 - G_{23} \cdot u_3 - C_{12} \frac{\partial u_1}{\partial t} + C_{22} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{23} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_3}{\partial x} = -G_{13} \cdot u_1 - G_{23} \cdot u_2 + G_{33} \cdot u_3 - C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial t} - C_{23} \frac{\partial u_2}{\partial t} + C_{33} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

Система (2.25) і є математичною моделлю залежності струмів і напруг в провідниках кабелю від часової і просторової координат. З її допомогою можна розрахувати струми і напруги в провідниках при різноманітних режимах роботи.

З урахуванням області застосування екранованих трифазних кабелів, нас цікавитиме розрахунок для усталеного режиму роботи. В цьому окремому випадку загальна математична модель (2.25) може бути значно спрощена.

2.4.3 Математична модель процесу розповсюдження струмів і напруг в провідниках трифазного екранованого кабелю в усталеному синусоїдальному режимі

Розглянемо побудову математичної моделі розповсюдження струмів і напруг в кабелі у випадку його роботи в усталеному режимі. Трифазна система, в яку підключений кабель, в загальному випадку може бути несиметричною. Тому амплітуди і початкові фази струмів і напруг в провідниках кабелю можуть бути довільними [7], [92], [93], [94].

Припустимо, що в провідниках кабелю діють змінні синусоїдальні напруги, котрі в загальному вигляді можуть бути записані як:

$$u_1 = U_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u1}),$$

$$u_2 = U_{2m} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u2}),$$

$$u_3 = U_{3m} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u3}).$$

Діючі в провідниках струми в загальному вигляді можуть бути записані:

$$i_1 = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i1}),$$

$$i_2 = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i2}),$$

$$i_3 = I_{3m} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i3}).$$

Представимо ці струми і напруги в комплексному вигляді. Комплекси миттєвих значень напруг в лініях можуть бути записані як: $\dot{u}_1 = \dot{U}_1 \cdot e^{j\omega t}$, $\dot{u}_2 = \dot{U}_2 \cdot e^{j\omega t}$, $\dot{u}_3 = \dot{U}_3 \cdot e^{j\omega t}$, де \dot{U}_1 , \dot{U}_2 і \dot{U}_3 – комплекси діючих значень напруг: $\dot{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\psi_{u1}}$, $\dot{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\psi_{u2}}$, $\dot{U}_3 = U_3 \cdot e^{j\psi_{u3}}$. Аналогічно для комплексів миттєвих значень струмів в провідниках кабелю: $\dot{i}_1 = \dot{I}_1 \cdot e^{j\omega t}$,

$\dot{i}_2 = \dot{I}_2 \cdot e^{j\omega t}$, $\dot{i}_3 = \dot{I}_3 \cdot e^{j\omega t}$, де комплекси діючих значень струмів визначаються як:
 $\dot{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\psi_{i1}}$, $\dot{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\psi_{i2}}$, $\dot{I}_3 = I_3 \cdot e^{j\psi_{i3}}$.

Із [95] відомо, що всі рівняння, записані для миттєвих значень величин, справедливі і для комплексів миттєвих значень. Тому перепишемо систему (2.25) з урахуванням того, що в усіх виразах для комплексів діючих значень множник $e^{j\omega t}$ є функцією тільки одного аргументу – часу, а комплекси діючих значень струмів і напруг залежать тільки від відстані. Часткові похідні по часу і просторовій координаті в системі (2.11) можна замінити наступним чином:

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = j\omega \cdot \dot{U} \cdot e^{j\omega t}, \quad \frac{\partial \dot{i}}{\partial t} = j\omega \cdot \dot{I} \cdot e^{j\omega t}, \quad \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} = \frac{d\dot{U}}{dx} \cdot e^{j\omega t}, \quad \frac{\partial \dot{i}}{\partial x} = \frac{d\dot{I}}{dx} \cdot e^{j\omega t}.$$

Підставляючи ці вирази в систему (2.25) і скорочуючи ліві і праві частини рівнянь на множник $e^{j\omega t}$, отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}_1}{dx} = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2 + j\omega M_{13} \dot{I}_3 \\ -\frac{d\dot{U}_2}{dx} = R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M_{12} \dot{I}_1 + j\omega M_{23} \dot{I}_3 \\ -\frac{d\dot{U}_3}{dx} = R_3 \dot{I}_3 + j\omega L_3 \dot{I}_3 + j\omega M_{13} \dot{I}_1 + j\omega M_{23} \dot{I}_2 \\ -\frac{d\dot{I}_1}{dx} = G_{11} \cdot \dot{U}_1 - G_{12} \cdot \dot{U}_2 - G_{13} \cdot \dot{U}_3 + j\omega C_{11} \cdot \dot{U}_1 - j\omega C_{12} \cdot \dot{U}_2 - j\omega C_{13} \cdot \dot{U}_3 \\ -\frac{d\dot{I}_2}{dx} = -G_{12} \cdot \dot{U}_1 + G_{22} \cdot \dot{U}_2 - G_{23} \cdot \dot{U}_3 - j\omega C_{12} \dot{U}_1 + j\omega C_{22} \cdot \dot{U}_2 - j\omega C_{23} \cdot \dot{U}_3 \\ -\frac{d\dot{I}_3}{dx} = -G_{13} \cdot \dot{U}_1 - G_{23} \cdot \dot{U}_2 + G_{33} \cdot \dot{U}_3 - j\omega C_{13} \dot{U}_1 - j\omega C_{23} \dot{U}_2 + j\omega C_{33} \cdot \dot{U}_3 \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Введемо позначення:

$$\underline{Z}_{11} = R_1 + j\omega L_1,$$

$$\underline{Z}_{22} = R_2 + j\omega L_2,$$

$$\underline{Z}_{33} = R_3 + j\omega L_3,$$

$$\underline{Z}_{12} = j\omega M_{12},$$

$$\underline{Z}_{13} = j\omega M_{13},$$

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}_{23} &= j\omega M_{23}, \\
 \underline{Y}_{11} &= G_{11} + j\omega C_{11}, \\
 \underline{Y}_{22} &= G_{22} + j\omega C_{22}, \\
 \underline{Y}_{33} &= G_{33} + j\omega C_{33}, \\
 \underline{Y}_{12} &= G_{12} + j\omega C_{12}, \\
 \underline{Y}_{13} &= G_{13} + j\omega C_{13}, \\
 \underline{Y}_{23} &= G_{23} + j\omega C_{23}.
 \end{aligned}$$

З урахуванням цих позначень систему (2.26) можна переписати наступним чином:

$$\left\{ \begin{aligned}
 -\frac{d\dot{U}_1}{dx} &= \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2 + \underline{Z}_{13}\dot{I}_3 \\
 -\frac{d\dot{U}_2}{dx} &= \underline{Z}_{12}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2 + \underline{Z}_{23}\dot{I}_3 \\
 -\frac{d\dot{U}_3}{dx} &= \underline{Z}_{13}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{23}\dot{I}_2 + \underline{Z}_{33}\dot{I}_3 \\
 -\frac{d\dot{I}_1}{dx} &= \underline{Y}_{11}\cdot\dot{U}_1 - \underline{Y}_{12}\cdot\dot{U}_2 - \underline{Y}_{13}\cdot\dot{U}_3 \\
 -\frac{d\dot{I}_2}{dx} &= -\underline{Y}_{12}\cdot\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\cdot\dot{U}_2 - \underline{Y}_{23}\cdot\dot{U}_3 \\
 -\frac{d\dot{I}_3}{dx} &= -\underline{Y}_{13}\cdot\dot{U}_1 - \underline{Y}_{23}\cdot\dot{U}_2 + \underline{Y}_{33}\cdot\dot{U}_3
 \end{aligned} \right. \quad (2.27)$$

Система (2.27) є математичною моделлю процесу розповсюдження струмів і напруг в провідниках трифазного екранованого кабелю в усталеному синусоїдальному режимі.

2.4.4 Загальний розв'язок рівнянь розповсюдження струмів і напруг в усталеному синусоїдальному режимі

Розглянемо розв'язок системи рівнянь (2.27). Цей розв'язок може бути спрощений, якщо прийняти наступні допущення відносно властивостей струмоведучих жил і ізоляції трифазного силового кабелю [10].

Допущення 1. Всі струмоведучі жили кабелю виготовлені з одного і того ж матеріалу.

Допущення 2. Всі струмоведучі жили кабелю мають однаковий діаметр по всій його довжині.

Допущення 3. Відстань між осями всіх струмоведучих жил однакова по довжині кабелю.

Допущення 4. Відносна діелектрична проникність (ϵ) і тангенс кута витрат ($\operatorname{tg} \delta$) всіх шарів ізоляції кабелю зберігають свої значення по всій його довжині.

Із цих допущень випливає, що однаковими будуть всі первинні параметри окремих жил кабелю (питомий опір і питома індуктивність), а також питомі взаємні індуктивності, ємності та провідності. З урахуванням цього позначимо власні первинні параметри жил кабелю:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_0,$$

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_0,$$

$$C_{10} = C_{20} = C_{30} = C_0,$$

$$G_{10} = G_{20} = G_{30} = G_0.$$

Аналогічно для параметрів, котрі характеризують взаємні впливи:

$$M_{12} = M_{23} = M_{13} = M_1,$$

$$C_{12} = C_{23} = C_{13} = C_1,$$

$$G_{12} = G_{23} = G_{13} = G_1.$$

Тут індекс «0» позначає власні параметри, а індекс «1» – взаємні. З урахуванням прийнятих позначень можна переписати комплекси повних опорів і повних провідностей, що входять в систему (2.27):

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{33} = \underline{Z}_0,$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_1,$$

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{33} = \underline{Y}_0,$$

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{23} = \underline{Y}_1.$$

Тепер систему (2.27) можна переписати наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}_1}{dx} = \underline{Z}_0 \dot{I}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_2 + \underline{Z}_1 \dot{I}_3 \\ -\frac{d\dot{U}_2}{dx} = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2 + \underline{Z}_1 \dot{I}_3 \\ -\frac{d\dot{U}_3}{dx} = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_2 + \underline{Z}_0 \dot{I}_3 \\ -\frac{d\dot{I}_1}{dx} = \underline{Y}_0 \cdot \dot{U}_1 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_2 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_3 \\ -\frac{d\dot{I}_2}{dx} = -\underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_0 \cdot \dot{U}_2 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_3 \\ -\frac{d\dot{I}_3}{dx} = -\underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_1 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_2 + \underline{Y}_0 \cdot \dot{U}_3 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Розв'яжемо систему (2.28) окремо для напруг і струмів в жилах кабелю.

2.4.4.1 Розв'язання рівнянь розповсюдження для напруг

Для розв'язання рівнянь (2.27) відносно напруг в жилах кабелю продиференціюємо рівняння 1, 2 і 3 системи і помножимо обидві частини кожного з рівнянь на -1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = -\underline{Z}_0 \frac{d\dot{I}_1}{dx} - \underline{Z}_1 \frac{d\dot{I}_2}{dx} - \underline{Z}_1 \frac{d\dot{I}_3}{dx} \\ \frac{d^2\dot{U}_2}{dx^2} = -\underline{Z}_1 \frac{d\dot{I}_1}{dx} - \underline{Z}_0 \frac{d\dot{I}_2}{dx} - \underline{Z}_1 \frac{d\dot{I}_3}{dx} \\ \frac{d^2\dot{U}_3}{dx^2} = -\underline{Z}_1 \frac{d\dot{I}_1}{dx} - \underline{Z}_1 \frac{d\dot{I}_2}{dx} - \underline{Z}_0 \frac{d\dot{I}_3}{dx} \end{array} \right. \quad (2.29)$$

В якості виразів для похідних струмів підставимо рівняння 4, 5 і 6 системи (2.28). Для першого рівняння системи (2.29) отримуємо:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} &= \underline{Z}_0 (\underline{Y}_0 \cdot \dot{U}_1 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_2 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_3) + \underline{Z}_1 (-\underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_0 \cdot \dot{U}_2 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_3) + \\ &+ \underline{Z}_1 (-\underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_1 - \underline{Y}_1 \cdot \dot{U}_2 + \underline{Y}_0 \cdot \dot{U}_3) \end{aligned}$$

або після перегрупування:

$$\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = (\underline{Z}_0 \underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_1 \underline{Y}_1) \dot{U}_1 + (\underline{Z}_1 \underline{Y}_0 - \underline{Z}_0 \underline{Y}_1 - \underline{Z}_1 \underline{Y}_1) \dot{U}_2 + (\underline{Z}_1 \underline{Y}_0 - \underline{Z}_0 \underline{Y}_1 - \underline{Z}_1 \underline{Y}_1) \dot{U}_3.$$

Аналогічно для другого і третього рівнянь отримуємо:

$$\frac{d^2\dot{U}_2}{dx^2} = (\underline{Z}_1\underline{Y}_0 - \underline{Z}_0\underline{Y}_1 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1)\dot{U}_1 + (\underline{Z}_0\underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_1\underline{Y}_1)\dot{U}_2 + (\underline{Z}_1\underline{Y}_0 - \underline{Z}_0\underline{Y}_1 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1)\dot{U}_3,$$

$$\frac{d^2\dot{U}_3}{dx^2} = (\underline{Z}_1\underline{Y}_0 - \underline{Z}_0\underline{Y}_1 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1)\dot{U}_1 + (\underline{Z}_1\underline{Y}_0 - \underline{Z}_0\underline{Y}_1 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1)\dot{U}_2 + (\underline{Z}_0\underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_1\underline{Y}_1)\dot{U}_3.$$

Вводячи позначення: $A = \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_1\underline{Y}_1$, $B = \underline{Z}_1\underline{Y}_0 - \underline{Z}_0\underline{Y}_1 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1$,

отримуємо остаточно:

$$\begin{cases} \frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = A \cdot \dot{U}_1 + B \cdot \dot{U}_2 + B \cdot \dot{U}_3 \\ \frac{d^2\dot{U}_2}{dx^2} = B \cdot \dot{U}_1 + A \cdot \dot{U}_2 + B \cdot \dot{U}_3 \\ \frac{d^2\dot{U}_3}{dx^2} = B \cdot \dot{U}_1 + B \cdot \dot{U}_2 + A \cdot \dot{U}_3 \end{cases} \quad (2.30)$$

Знайдемо загальний розв'язок системи (2.30) з використанням математичного Інтернет-ресурсу “Wolfram Alpha” [96]. Командний рядок запиту для розв'язку цієї системи для Wolfram Alpha має вигляд:

```
dsolve(U1''(x) - a*U1(x) - b*U2(x) - b*U3(x) = 0, U2''(x) - b*U1(x) - a*U2(x) - b*U3(x) = 0, U3''(x) - b*U1(x) - b*U2(x) - a*U3(x) = 0).
```

Результати рішення, видані Wolfram Alpha відносно комплексів \dot{U}_1 , \dot{U}_2 і \dot{U}_3 в аналітичному вигляді, показані на рис. 2.6, 2.7 і 2.8. Ці рисунки являють собою копії екрану комп'ютеру.

Розглянемо більш детально отримані розв'язки. Почнемо з фізичної інтерпретації показників ступеню експонент. Із теорії систем диференціальних рівнянь відомо, що їх загальний розв'язок можна отримати методом Ейлера, а вигляд цього розв'язку визначають корені характеристичного рівняння [97, 98].

$$\begin{aligned}
U1(x) = & \frac{1}{6} c_1 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(2e^{2x\sqrt{a-b}} + e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 2 \right) + e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_2 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 2\sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} - 2\sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \quad \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right) - \frac{1}{6} c_3 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(e^{2x\sqrt{a-b}} - e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 1 \right) - e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_4 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} - \sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} + \sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \quad \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right) - \frac{1}{6} c_5 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(e^{2x\sqrt{a-b}} - e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 1 \right) - e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_6 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} - \sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} + \sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \quad \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right)
\end{aligned}$$

Рисунок 2.6 – Результат розв’язання відносно комплексу \dot{U}_1

$$\begin{aligned}
U2(x) = & -\frac{1}{6} c_1 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(e^{2x\sqrt{a-b}} - e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 1 \right) - e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_2 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} - \sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} + \sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \quad \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \frac{1}{6} c_3 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(2e^{2x\sqrt{a-b}} + e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 2 \right) + e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_4 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 2\sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} - 2\sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \quad \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right) - \frac{1}{6} c_5 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(e^{2x\sqrt{a-b}} - e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} + 1 \right) - e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_6 e^{x(-(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+2b})} - \sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} + \sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \quad \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right)
\end{aligned}$$

Рисунок 2.7 – Результат розв’язання відносно комплексу \dot{U}_2

$$\begin{aligned}
U_3(x) = & -\frac{1}{6} c_1 e^{x(-(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b}))} \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(e^{2x\sqrt{a-b}} - e^{x(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b})} + 1 \right) - e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_2 e^{x(-(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b})} - \sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} + \sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right) - \frac{1}{6} c_3 e^{x(-(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(e^{2x\sqrt{a-b}} - e^{x(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b})} + 1 \right) - e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_4 e^{x(-(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b})} - \sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} + \sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \frac{1}{6} c_5 e^{x(-(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(2e^{2x\sqrt{a-b}} + e^{x(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b})} + 2 \right) + e^{x\sqrt{a-b}} \right) + \\
& \frac{1}{6\sqrt{a-b}\sqrt{a+2b}} c_6 e^{x(-(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b}))} \\
& \left(e^{x\sqrt{a+2b}} \left(\sqrt{a-b} e^{x(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+2b})} + 2\sqrt{a+2b} e^{2x\sqrt{a-b}} - 2\sqrt{a+2b} \right) - \right. \\
& \left. \sqrt{a-b} e^{x\sqrt{a-b}} \right)
\end{aligned}$$

Рисунок 2.8 – Результат розв’язання відносно комплексу \dot{U}_3

Характеристичне рівняння можна отримати на підставі системи (2.30) склавши із її коефіцієнтів визначник:

$$\begin{vmatrix} A - \lambda^2 & B & B \\ B & A - \lambda^2 & B \\ B & B & A - \lambda^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Розкривши згідно цей визначник, отримуємо характеристичне рівняння системи (2.30):

$$(A - \lambda^2)^3 - 3B^2 \cdot (A - \lambda^2) + 2B^3 = 0. \quad (2.31)$$

Рівняння (2.31) є рівнянням шостого ступеню відносно λ . Однак, позначивши через x різницю $A - \lambda^2$, отримаємо неповне кубічне рівняння:

$$x^3 - 3B^2 \cdot x + 2B^3 = 0.$$

За допомогою Інтернет-ресурсу Wolfram Alpha встановлено, що вираз в лівій частині цього рівняння можна розкласти на два множника:

$$(x + 2B) \cdot (x - B)^2 = 0.$$

Звідси отримуємо три корені:

$$x_1 = A - \lambda^2 = -2B, \quad (2.32)$$

$$x_{2,3} = A - \lambda^2 = B. \quad (2.33)$$

Звернемо увагу на те, що корені 2 і 3 кратні, що позначиться на загальному вигляді розв'язку системи рівнянь.

Розв'язуючи рівняння (2.32) відносно λ , отримуємо перші два шуканих корені характеристичного рівняння:

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{A + 2B}. \quad (2.34)$$

Дві чергові пари кратних корнів отримуємо із (2.33):

$$\begin{aligned} \lambda_{3,4} &= +\sqrt{A - B}, \\ \lambda_{5,6} &= -\sqrt{A - B}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Звернемо увагу, що саме ці квадратні корні входять до показників степеню експонент в загальних розв'язках, наведених на рис. 2.3, 2.4 і 2.5.

Визначимо їх фізичний сенс. Розглянемо значення виразів:

$$\begin{aligned} A + 2B &= \underline{Z}_0 \underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_1 \underline{Y}_1 + 2\underline{Z}_1 \underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_0 \underline{Y}_1 - 2\underline{Z}_1 \underline{Y}_1 = \\ &= \underline{Z}_0 \underline{Y}_0 - 4\underline{Z}_1 \underline{Y}_1 + 2\underline{Z}_1 \underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_0 \underline{Y}_1 = (\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1), \end{aligned}$$

$$A - B = \underline{Z}_0 \underline{Y}_0 - 2\underline{Z}_1 \underline{Y}_1 - \underline{Z}_1 \underline{Y}_0 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_1 = (\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1)$$

В теорії кіл з розподіленими параметрами [77] в записі розв'язків для комплексів напруг і струмів корені характеристичного рівняння називаються постійними розповсюдження і позначаються як γ . З урахуванням цього, виразу (2.34) і (2.35), по аналогії з [88] можна переписати як:

$$\gamma_1 = \sqrt{A + 2B} = \sqrt{(\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1)}, \quad (2.36)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{A - B} = \sqrt{(\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1)}. \quad (2.37)$$

Таким чином, вирази $\sqrt{A + 2B}$ і $\sqrt{A - B}$ в показниках степеню експонент на рис. 2.3 – 2.5 являють собою сталі розповсюдження, котрі мають чіткий

фізичний сенс – дійсна частина сталої розповсюдження характеризує зміну (затухання) амплітуди хвилі, а уявна – зміну її фази. В нашому випадку число сталих розповсюдження дорівнює трьом, так як корні $\lambda_{3,4}$ і $\lambda_{5,6}$ кратні. Наявність трьох сталих розповсюдження свідчить про наявність в кожному провіднику кабелю трьох хвильових процесів [8]. Перший процес – це падаюча і відображена хвилі, обумовлені джерелом енергії, підключеним до даного провідника. Другий і третій процеси – це падаючі і відображені хвилі в даному розглянутому провіднику, але обумовлені джерелами енергії сусідніх зв'язаних провідників. Падаючим хвилям, що розповсюджуються від початку кабелю до його кінця, відповідають від'ємні корені, а відображеним, що розповсюджуються в протилежному напрямі – додатні. З урахуванням прийнятих раніше допущень, що описують симетрію конструкції кабелю, впливи двох сусідніх провідників на даний провідник повинні бути однаковими. Саме цей факт знайшов своє математичне відображення в появі двох пар кратних коренів характеристичного рівняння [3, 4].

На основі формул (2.36) і (2.37), вирази $\sqrt{A+2B}$ і $\sqrt{A-B}$ в показниках степеню експонент на рис. 2.3 – 2.5 можна замінити на γ_1 і γ_2 з відповідними знаками. Тоді вирази для комплексів напруг можна переписати наступним чином: для напруги \dot{U}_I :

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_I(x) = & \frac{1}{6} C_1 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(2e^{2\gamma_2 x} + e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2 \right) + e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} C_2 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2\gamma_1 e^{2\gamma_2 x} - 2\gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] - \\
 & - \frac{1}{6} C_3 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} C_4 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] - \\
 & - \frac{1}{6} C_5 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} C_6 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right]
 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Для комплексу напруги \dot{U}_2 :

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_2(x) = & -\frac{1}{6}C_1 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2}C_2 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6}C_3 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(2e^{2\gamma_2 x} + e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2 \right) + e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2}C_4 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2\gamma_1 e^{2\gamma_2 x} - 2\gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] - \\
 & - \frac{1}{6}C_5 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2}C_6 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right]
 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Для комплексу напруги \dot{U}_3 :

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_3(x) = & -\frac{1}{6}C_1 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2}C_2 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] - \\
 & - \frac{1}{6}C_3 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2}C_4 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6}C_5 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(2e^{2\gamma_2 x} + e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2 \right) + e^{\gamma_2 x} \right] + \\
 & + \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2}C_6 \cdot e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2\gamma_1 e^{2\gamma_2 x} - 2\gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right]
 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Відмітимо, що в виразах (2.38 – 2.40) постійні інтегрування $C_1 - C_6$ множаться на деякі функції змінної x – відстані, що відлічується від початку провідників кабелю. Тому позначимо:

$$F_1(x) = \frac{1}{6} e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(2e^{2\gamma_2 x} + e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2 \right) + e^{\gamma_2 x} \right], \quad (2.41)$$

$$F_2(x) = \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 2\gamma_1 e^{2\gamma_2 x} - 2\gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right], \quad (2.42)$$

$$F_3(x) = \frac{1}{6} e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1 + \gamma_2)x} + 1 \right) - e^{\gamma_2 x} \right], \quad (2.43)$$

$$F_4(x) = \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1 + \gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right]. \quad (2.44)$$

З урахуванням цих позначень вирази (2.38 – 2.40) можна переписати в більш компактному вигляді:

$$\dot{U}_1(x) = C_1 F_1(x) + C_2 F_2(x) - C_3 F_3(x) + C_4 F_4(x) - C_5 F_3(x) + C_6 F_4(x), \quad (2.45)$$

$$\dot{U}_2(x) = -C_1 F_3(x) + C_2 F_4(x) + C_3 F_1(x) + C_4 F_2(x) - C_5 F_3(x) + C_6 F_4(x), \quad (2.46)$$

$$\dot{U}_3(x) = -C_1 F_3(x) + C_2 F_4(x) - C_3 F_3(x) + C_4 F_4(x) + C_5 F_1(x) + C_6 F_2(x). \quad (2.47)$$

Розглянемо більш детально вирази для функцій $F_1(x) - F_4(x)$ з метою їх спрощення. Із (2.41), розкривши дужки, отримаємо:

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \frac{1}{6} e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(2e^{2\gamma_2 x} + e^{(\gamma_1 + \gamma_2)x} + 2 \right) + e^{\gamma_2 x} \right] = \\ &= \frac{1}{6} e^{-\gamma_1 x} e^{-\gamma_2 x} \cdot \left(2e^{2\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} + e^{\gamma_1 x} e^{\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} + 2e^{\gamma_1 x} + e^{\gamma_2 x} \right) = , \\ &= \frac{1}{6} \left(2e^{\gamma_2 x} + e^{\gamma_1 x} + 2e^{-\gamma_2 x} + e^{-\gamma_1 x} \right) \end{aligned}$$

або, вводячи гіперболічні функції:

$$F_1(x) = \frac{1}{3} (ch\gamma_1 x + 2ch\gamma_2 x). \quad (2.48)$$

Для функції $F_2(x)$, розкриваючи дужки в (2.28), отримуємо:

$$\begin{aligned} F_2(x) &= \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{(\gamma_1 + \gamma_2)x} + 2\gamma_1 e^{2\gamma_2 x} - 2\gamma_1 \right) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] = \\ &= \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} e^{-\gamma_1 x} e^{-\gamma_2 x} \cdot \left(\gamma_2 e^{\gamma_1 x} e^{\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} + 2\gamma_1 e^{2\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} - 2\gamma_1 e^{\gamma_1 x} - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right) = , \\ &= \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} \left(\gamma_2 e^{\gamma_1 x} + 2\gamma_1 e^{\gamma_2 x} - 2\gamma_1 e^{-\gamma_2 x} - \gamma_2 e^{-\gamma_1 x} \right) = \frac{1}{3\gamma_1\gamma_2} (\gamma_2 sh\gamma_1 x + 2\gamma_1 sh\gamma_2 x) \end{aligned}$$

або остаточно, скоротивши на γ_1 і γ_2 , отримуємо:

$$F_2(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \frac{2}{\gamma_2} sh\gamma_2 x \right). \quad (2.49)$$

Для функції $F_3(x)$, розкриваючи дужки в (2.43), отримуємо:

$$\begin{aligned}
F_3(x) &= \frac{1}{6} e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot (e^{2\gamma_2 x} - e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} + 1) - e^{\gamma_2 x} \right] = \\
&= \frac{1}{6} e^{-\gamma_1 x} e^{-\gamma_2 x} \cdot (e^{2\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} - e^{\gamma_1 x} e^{\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} + e^{\gamma_1 x} - e^{\gamma_2 x}) = \\
&= \frac{1}{6} (e^{\gamma_2 x} - e^{\gamma_1 x} + e^{-\gamma_2 x} - e^{-\gamma_1 x})
\end{aligned}$$

або, переходячи до гіперболічних функцій:

$$F_3(x) = \frac{1}{3} (ch\gamma_2 x - ch\gamma_1 x). \quad (2.50)$$

Для функції $F_4(x)$, розкриваючи дужки в (2.44), отримуємо:

$$\begin{aligned}
F_4(x) &= \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} e^{-(\gamma_1+\gamma_2)x} \cdot \left[e^{\gamma_1 x} \cdot (\gamma_2 e^{(\gamma_1+\gamma_2)x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} + \gamma_1) - \gamma_2 e^{\gamma_2 x} \right] = \\
&= \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} e^{-\gamma_1 x} e^{-\gamma_2 x} \cdot (\gamma_2 e^{\gamma_1 x} e^{\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} - \gamma_1 e^{2\gamma_2 x} e^{\gamma_1 x} + \gamma_1 e^{\gamma_1 x} - \gamma_2 e^{\gamma_2 x}) = \\
&= \frac{1}{6\gamma_1\gamma_2} (\gamma_2 e^{\gamma_1 x} - \gamma_1 e^{\gamma_2 x} + \gamma_1 e^{-\gamma_2 x} - \gamma_2 e^{-\gamma_1 x}) = \frac{1}{3\gamma_1\gamma_2} (\gamma_2 sh\gamma_1 x - \gamma_1 sh\gamma_2 x)
\end{aligned}$$

або, скоротивши на γ_1 і γ_2 , отримуємо остаточно:

$$F_4(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x \right). \quad (2.51)$$

Підставляючи вирази (2.48), (2.49), (2.50) і (2.51) в (2.45) – (2.47), отримуємо:

$$\dot{U}_1(x) = \frac{1}{3} \left[\begin{aligned} & C_1(ch\gamma_1 x + 2ch\gamma_2 x) + C_2 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \frac{2}{\gamma_2} sh\gamma_2 x \right) - \\ & - C_3(ch\gamma_2 x - ch\gamma_1 x) + C_4 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x \right) - \\ & - C_5(ch\gamma_2 x - ch\gamma_1 x) + C_6 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x \right) \end{aligned} \right], \quad (2.52)$$

$$\dot{U}_2(x) = \frac{1}{3} \left[\begin{array}{l} -C_1(ch\gamma_2x - ch\gamma_1x) + C_2 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x \right) + \\ + C_3(ch\gamma_1x + 2ch\gamma_2x) + C_4 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x + \frac{2}{\gamma_2} sh\gamma_2x \right) - \\ - C_5(ch\gamma_2x - ch\gamma_1x) + C_6 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x \right) \end{array} \right], \quad (2.53)$$

$$\dot{U}_3(x) = \frac{1}{3} \left[\begin{array}{l} -C_1(ch\gamma_2x - ch\gamma_1x) + C_2 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x \right) - \\ - C_3(ch\gamma_2x - ch\gamma_1x) + C_4 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x - \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x \right) + \\ + C_5(ch\gamma_1x + 2ch\gamma_2x) + C_6 \left(\frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x + \frac{2}{\gamma_2} sh\gamma_2x \right) \end{array} \right]. \quad (2.54)$$

Вирази для комплексів напруг (2.52 – 2.54) можна спростити, винісши за дужки гіперболічні функції однакових постійних розповсюдження. Для (2.52) отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1(x) = & \frac{1}{3} [(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1x + (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2x + \\ & + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x + (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x] \end{aligned} \quad (2.55)$$

Аналогічно, спрощуючи вираз (2.53):

$$\begin{aligned} \dot{U}_2(x) = & \frac{1}{3} [(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1x + (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2x + \\ & + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x + (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x] \end{aligned} \quad (2.56)$$

На основі (2.54) отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{U}_3(x) = & \frac{1}{3} [(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1x + (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2x + \\ & + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1x + (2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2x] \end{aligned} \quad (2.57)$$

Аналізуючи розмірності постійних інтегрування $C_1 - C_6$ варто звернути увагу на те, що постійні з непарними індексами (C_1, C_3, C_5), як і належить,

мають розмірність напруги – вольти. Але з урахуванням коефіцієнтів $\frac{1}{\gamma_1}$ і $\frac{1}{\gamma_2}$,

постійні з парними індексами (C_2, C_4, C_6), повинні мати розмірність напруги

на одиницю довжини лінії – $\frac{V}{m}$.

2.4.4.2 Розв'язання рівнянь розповсюдження для струмів

Для знаходження комплексів струмів в провідниках кабелю підставимо, розкриваючи дужки, вирази (2.55) – (2.58) в четверте, п'яте і шосте рівняння системи (2.28). Для четвертого рівняння (2.28) відносно \dot{I}_1 отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{I}_1}{dx} = & \frac{1}{3} [-\underline{Y}_0(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x - \underline{Y}_0(2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x - \\ & - \underline{Y}_0(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x - \underline{Y}_0(2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \end{aligned}$$

або:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{I}_1}{dx} = & \frac{1}{3} [(2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0)(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \\ & + (2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0)(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x \\ & - \underline{Y}_0(2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \underline{Y}_1(2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2 x - \underline{Y}_0(2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \underline{Y}_1(2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \end{aligned}$$

Інтегруючи цей вираз, отримаємо:

$$\begin{aligned}
i_l = & \frac{1}{3} \left[\frac{2Y_1 - Y_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh\gamma_1 x + \frac{2Y_1 - Y_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) ch\gamma_1 x - \right. \\
& - \frac{Y_0}{\gamma_2} (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot sh\gamma_2 x + \frac{Y_1}{\gamma_2} (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot sh\gamma_2 x + \\
& + \frac{Y_1}{\gamma_2} (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot sh\gamma_2 x - \frac{Y_0}{\gamma_2^2} (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot ch\gamma_2 x + \\
& \left. + \frac{Y_1}{\gamma_2^2} (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot ch\gamma_2 x + \frac{Y_1}{\gamma_2^2} (2C_6 - C_2 - C_4) \cdot ch\gamma_2 x \right]
\end{aligned}$$

Перегрупуємо складові в отриманій формулі:

$$\begin{aligned}
i_l = & \frac{1}{3} \left[\frac{2Y_1 - Y_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh\gamma_1 x + \frac{2Y_1 - Y_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) ch\gamma_1 x - \right. \\
& - \frac{2Y_0}{\gamma_2} C_1 sh\gamma_2 x + \frac{Y_0}{\gamma_2} C_3 sh\gamma_2 x + \frac{Y_0}{\gamma_2} C_5 sh\gamma_2 x + \\
& + \frac{2Y_1}{\gamma_2} C_3 sh\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2} C_1 sh\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2} C_5 sh\gamma_2 x + \\
& + \frac{2Y_1}{\gamma_2} C_5 sh\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2} C_1 sh\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2} C_3 sh\gamma_2 x - \\
& - \frac{2Y_0}{\gamma_2^2} C_2 ch\gamma_2 x + \frac{Y_0}{\gamma_2^2} C_4 ch\gamma_2 x + \frac{Y_0}{\gamma_2^2} C_6 ch\gamma_2 x + \\
& + \frac{2Y_1}{\gamma_2^2} C_4 ch\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2^2} C_2 ch\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2^2} C_6 ch\gamma_2 x + \\
& \left. + \frac{2Y_1}{\gamma_2^2} C_6 ch\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2^2} C_2 ch\gamma_2 x - \frac{Y_1}{\gamma_2^2} C_4 ch\gamma_2 x \right]
\end{aligned}$$

або, виносячи за дужки:

$$\begin{aligned}
i_l = & \frac{1}{3} \left[\frac{2Y_1 - Y_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) sh\gamma_1 x + \frac{2Y_1 - Y_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) ch\gamma_1 x - \right. \\
& - 2 \frac{Y_0 + Y_1}{\gamma_2} C_1 sh\gamma_2 x + \frac{Y_0 + Y_1}{\gamma_2} C_3 sh\gamma_2 x + \frac{Y_0 + Y_1}{\gamma_2} C_5 sh\gamma_2 x + \\
& \left. - 2 \frac{Y_0 + Y_1}{\gamma_2^2} C_2 ch\gamma_2 x + \frac{Y_0 + Y_1}{\gamma_2^2} C_4 ch\gamma_2 x + \frac{Y_0 + Y_1}{\gamma_2^2} C_6 ch\gamma_2 x \right] \quad (2.58)
\end{aligned}$$

Позначимо:

$$\frac{Y_0 - 2Y_1}{\gamma_1} = \frac{1}{Z_{B1}},$$

звідки:

$$\underline{Z}_{B1} = \frac{\gamma_1}{\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1} = \frac{\sqrt{(\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1)}}{\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1}{\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1}}. \quad (2.59)$$

Позначимо:

$$\frac{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1}{\gamma_2} = \frac{1}{\underline{Z}_{B2}},$$

звідки:

$$\underline{Z}_{B2} = \frac{\gamma_2}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1} = \frac{\sqrt{(\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1)}}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1}}. \quad (2.60)$$

Тут комплекси \underline{Z}_{B1} і \underline{Z}_{B2} , по аналогії з класичною теорією ліній з розподіленими параметрами, є комплексами хвильових опорів провідників кабелю і вимірюються в Омах. Хвильовий опір, разом з постійною розповсюдження, складають групу так званих «вторинних» параметрів провідників. Однак, у виразі (2.58), на відмінну від класичної теорії, присутні коефіцієнти з γ_1^2 і γ_2^2 в знаменнику. Не важко побачити, що коефіцієнт

$$\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} = -\frac{\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1}{\gamma_1} = -\frac{1}{\underline{Z}_{B1}},$$

а коефіцієнт

$$\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} = \frac{1}{\gamma_1} \cdot \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} = -\frac{1}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}}.$$

аналогічно:

$$\frac{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1}{\gamma_2^2} = \frac{1}{\gamma_2} \cdot \frac{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1}{\gamma_2} = \frac{1}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}}.$$

вираз (2.44) можна остаточно переписати як:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 = \frac{1}{3} & \left[-\frac{(C_1 + C_3 + C_5)}{\underline{Z}_{B1}} \cdot sh\gamma_1 x - \frac{(C_2 + C_4 + C_6)}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} \cdot ch\gamma_1 x - \right. \\ & \left. - \frac{(2C_1 - C_3 - C_5)}{\underline{Z}_{B2}} \cdot sh\gamma_2 x - \frac{(2C_2 - C_4 - C_6)}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}} \cdot ch\gamma_2 x \right]. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Отримаємо аналогічний вираз для комплексу струму \dot{I}_2 . З п'ятого рівняння (2.28) випливає:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{I}_2}{dx} = & \frac{1}{3} [\underline{Y}_1(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x - \\ & - \underline{Y}_0(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x - \underline{Y}_0(2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x - \\ & - \underline{Y}_0(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x - \underline{Y}_0(2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \underline{Y}_1(2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \end{aligned}$$

або:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{I}_2}{dx} = & \frac{1}{3} [(2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0)(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \\ & + (2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0)(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x \\ & + \underline{Y}_1(2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x - \underline{Y}_0(2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2 x + \underline{Y}_1(2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \\ & - \underline{Y}_0(2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \underline{Y}_1(2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \end{aligned}$$

Інтегруючи цей вираз, отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 = & \frac{1}{3} \left[\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh\gamma_1 x + \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) \cdot ch\gamma_1 x + \right. \\ & + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2} (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot sh\gamma_2 x - \frac{\underline{Y}_0}{\gamma_2} (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot sh\gamma_2 x + \\ & + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2} (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot sh\gamma_2 x + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2^2} (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & \left. - \frac{\underline{Y}_0}{\gamma_2^2} (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot ch\gamma_2 x + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2^2} (2C_6 - C_2 - C_4) \cdot ch\gamma_2 x \right] \end{aligned}$$

Після розкриття дужок і спрощення отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 = & \frac{1}{3} \left[\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh \gamma_1 x + \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) \cdot ch \gamma_1 x + \right. \\ & + \frac{sh \gamma_2 x}{\gamma_2} (\underline{Y}_1 C_1 - 2\underline{Y}_1 C_3 - 2\underline{Y}_0 C_3 + \underline{Y}_0 C_1 + \underline{Y}_0 C_5 + \underline{Y}_1 C_5) + \\ & \left. + \frac{ch \gamma_2 x}{\gamma_2^2} (\underline{Y}_1 C_2 - 2\underline{Y}_1 C_4 + \underline{Y}_1 C_6 - 2\underline{Y}_0 C_4 + \underline{Y}_0 C_2 + \underline{Y}_0 C_6) \right] \end{aligned}$$

Після перегрупування отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 = & \frac{1}{3} \left[\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh \gamma_1 x + \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) \cdot ch \gamma_1 x + \right. \\ & \left. + \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_0}{\gamma_2} (-2C_3 + C_1 + C_5) \cdot sh \gamma_2 x + \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_0}{\gamma_2^2} (-2C_4 + C_2 + C_6) \cdot ch \gamma_2 x \right] \end{aligned}$$

З урахуванням хвильових опорів \underline{Z}_{B1} і \underline{Z}_{B2} (формули 2.59 і 2.60) вираз для \dot{I}_2 можна переписати як:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 = & \frac{1}{3} \left[-\frac{C_1 + C_3 + C_5}{\underline{Z}_{B1}} sh \gamma_1 x - \frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \underline{Z}_{B1}} ch \gamma_1 x - \right. \\ & \left. - \frac{2C_3 - C_1 - C_5}{\underline{Z}_{B2}} sh \gamma_2 x - \frac{2C_4 - C_2 - C_6}{\gamma_2 \underline{Z}_{B2}} ch \gamma_2 x \right] \end{aligned} \quad (2.62)$$

Для комплексу струму \dot{I}_3 з шостого рівняння (2.28) випливає:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{I}_3}{dx} = & \frac{1}{3} [\underline{Y}_1 (C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch \gamma_1 x + \underline{Y}_1 (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch \gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1 (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh \gamma_1 x + \underline{Y}_1 (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh \gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1 (C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch \gamma_1 x + \underline{Y}_1 (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch \gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1 (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh \gamma_1 x + \underline{Y}_1 (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh \gamma_2 x - \\ & - \underline{Y}_0 (C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch \gamma_1 x - \underline{Y}_0 (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch \gamma_2 x - \\ & - \underline{Y}_0 (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh \gamma_1 x - \underline{Y}_0 (2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh \gamma_2 x] \end{aligned}$$

Розкривши дужки і перегрупувавши складові, отримуємо:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{i}_3}{dx} = & \frac{1}{3}[(2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0)(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + \\ & + (2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0)(C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + \\ & + \underline{Y}_1(2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x - \underline{Y}_0(2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \underline{Y}_1(2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x + \\ & + \underline{Y}_1(2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x - \underline{Y}_0(2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \end{aligned}$$

Після інтегрування:

$$\begin{aligned} \dot{i}_3 = & \frac{1}{3} \left[\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh\gamma_1 x + \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) \cdot ch\gamma_1 x + \right. \\ & + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2} (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot sh\gamma_2 x - \frac{\underline{Y}_0}{\gamma_2} (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot sh\gamma_2 x + \\ & + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2} (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot sh\gamma_2 x + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2^2} (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot ch\gamma_2 x + \\ & \left. + \frac{\underline{Y}_1}{\gamma_2^2} (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot ch\gamma_2 x - \frac{\underline{Y}_0}{\gamma_2^2} (2C_6 - C_2 - C_4) \cdot ch\gamma_2 x \right] \end{aligned}$$

Після розкриття дужок і спрощення отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{i}_3 = & \frac{1}{3} \left[\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh\gamma_1 x + \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) \cdot ch\gamma_1 x + \right. \\ & + \frac{sh\gamma_2 x}{\gamma_2} (\underline{Y}_1 C_1 - 2\underline{Y}_1 C_5 - 2\underline{Y}_0 C_5 + \underline{Y}_0 C_1 + \underline{Y}_0 C_3 + \underline{Y}_1 C_3) + \\ & \left. + \frac{ch\gamma_2 x}{\gamma_2^2} (\underline{Y}_1 C_2 - 2\underline{Y}_1 C_6 + \underline{Y}_1 C_4 - 2\underline{Y}_0 C_6 + \underline{Y}_0 C_2 + \underline{Y}_0 C_4) \right] \end{aligned}$$

Після перегрупування отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{i}_3 = & \frac{1}{3} \left[\frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1} (C_1 + C_3 + C_5) \cdot sh\gamma_1 x + \frac{2\underline{Y}_1 - \underline{Y}_0}{\gamma_1^2} (C_2 + C_4 + C_6) \cdot ch\gamma_1 x - \right. \\ & \left. - \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_0}{\gamma_2} (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot sh\gamma_2 x - \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_0}{\gamma_2^2} (2C_6 - C_2 - C_4) \right] \end{aligned}$$

З урахуванням хвильових опорів \underline{Z}_{B1} і \underline{Z}_{B2} (формули 2.45 і 2.46) вираз для \dot{I}_2 можна переписати як:

$$\dot{I}_3 = \frac{1}{3} \left[-\frac{C_1 + C_3 + C_5}{\underline{Z}_{B1}} sh\gamma_1 x - \frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \underline{Z}_{B1}} ch\gamma_1 x - \right. \\ \left. - \frac{2C_5 - C_1 - C_3}{\underline{Z}_{B2}} sh\gamma_2 x - \frac{2C_6 - C_2 - C_4}{\gamma_2 \underline{Z}_{B2}} ch\gamma_2 x \right] \quad (2.63)$$

Отже, з'єднуючи вирази (2.55), (2.56), (2.57), (2.61), (2.62) і (2.63), загальний розв'язок рівнянь розповсюдження струмів і напруг у встановленому синусоїдальному режимі можна записати як:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1(x) = \frac{1}{3} [(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \\ \quad + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \\ \dot{U}_2(x) = \frac{1}{3} [(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 x + \\ \quad + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \\ \dot{U}_3(x) = \frac{1}{3} [(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 x + (2C_5 - C_1 - C_3) \cdot ch\gamma_2 x + \\ \quad + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{1}{\gamma_1} sh\gamma_1 x + (2C_6 - C_2 - C_4) \cdot \frac{1}{\gamma_2} sh\gamma_2 x] \\ \dot{I}_1(x) = \frac{1}{3} \left[-\frac{(C_1 + C_3 + C_5)}{\underline{Z}_{B1}} \cdot sh\gamma_1 x - \frac{(C_2 + C_4 + C_6)}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} \cdot ch\gamma_1 x - \right. \\ \quad \left. - \frac{(2C_1 - C_3 - C_5)}{\underline{Z}_{B2}} \cdot sh\gamma_2 x - \frac{(2C_2 - C_4 - C_6)}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}} \cdot ch\gamma_2 x \right] \\ \dot{I}_2(x) = \frac{1}{3} \left[-\frac{C_1 + C_3 + C_5}{\underline{Z}_{B1}} sh\gamma_1 x - \frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \underline{Z}_{B1}} ch\gamma_1 x - \right. \\ \quad \left. - \frac{2C_3 - C_1 - C_5}{\underline{Z}_{B2}} sh\gamma_2 x - \frac{2C_4 - C_2 - C_6}{\gamma_2 \underline{Z}_{B2}} ch\gamma_2 x \right] \\ \dot{I}_3(x) = \frac{1}{3} \left[-\frac{C_1 + C_3 + C_5}{\underline{Z}_{B1}} sh\gamma_1 x - \frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \underline{Z}_{B1}} ch\gamma_1 x - \right. \\ \quad \left. - \frac{2C_5 - C_1 - C_3}{\underline{Z}_{B2}} sh\gamma_2 x - \frac{2C_6 - C_2 - C_4}{\gamma_2 \underline{Z}_{B2}} ch\gamma_2 x \right] \end{array} \right. \quad (2.64)$$

Постійні інтегрування $C_1 - C_6$ можна визначити через граничні умови, якими в нашому випадку є значення комплексів струмів і напруг на початку або в кінці кабелю.

2.4.5 Математична модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих струмах і напругах на їх початку

Знайдемо постійні інтегрування $C_1 - C_6$ в системі (2.64), вважаючи відомими комплекси струмів і напруг на початку провідників кабелю, тобто, при $x=0$. Введемо позначення:

- $\dot{U}_{11}, \dot{U}_{21}, \dot{U}_{31}$ - напруги на початку провідників кабелю;
- $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{21}, \dot{I}_{31}$ - струми на початку провідників кабелю.

Тоді із (2.64), при $x=0$, з урахуванням того, що $sh(0)=0$ і $ch(0)=1$, отримуємо:

$$\begin{cases} \dot{U}_{11} = C_1 \\ \dot{U}_{21} = C_3 \\ \dot{U}_{31} = C_5 \\ \dot{I}_{11} = \frac{1}{3} \left(-\frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} - \frac{2C_2 - C_4 - C_6}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}} \right) \\ \dot{I}_{21} = \frac{1}{3} \left(-\frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} - \frac{2C_4 - C_2 - C_6}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}} \right) \\ \dot{I}_{31} = \frac{1}{3} \left(-\frac{C_2 + C_4 + C_6}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} - \frac{2C_6 - C_2 - C_4}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}} \right) \end{cases} \quad (2.65)$$

Із перших трьох рівнянь (2.65) випливає, що:

$$C_1 = \dot{U}_{11}, \quad (2.66)$$

$$C_3 = \dot{U}_{21}, \quad (2.67)$$

$$C_5 = \dot{U}_{31}. \quad (2.68)$$

З трьох рівнянь для струмів після перетворень, позначаючи

$$g_1 = \frac{1}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} + \frac{2}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}},$$

$$g_2 = \frac{1}{\gamma_1 \cdot \underline{Z}_{B1}} - \frac{1}{\gamma_2 \cdot \underline{Z}_{B2}},$$

отримаємо:

$$\begin{cases} g_1 C_2 + g_2 C_4 + g_2 C_6 = -3\dot{I}_{11} \\ g_2 C_2 + g_1 C_4 + g_2 C_6 = -3\dot{I}_{21} \\ g_2 C_2 + g_2 C_4 + g_1 C_6 = -3\dot{I}_{31} \end{cases}$$

Розв'язуючи цю систему за допомогою Інтернет-ресурсу “Wolfram Alpha” [87] отримуємо:

$$C_2 = -3 \frac{g_1 \dot{I}_{11} + g_2 (\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21} - \dot{I}_{31})}{g_1^2 - g_1 g_2 - 2g_2^2}, \quad (2.69)$$

$$C_4 = -3 \frac{g_1 \dot{I}_{21} + g_2 (-\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21} - \dot{I}_{31})}{g_1^2 - g_1 g_2 - 2g_2^2}, \quad (2.70)$$

$$C_6 = -3 \frac{g_1 \dot{I}_{31} + g_2 (-\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21} + \dot{I}_{31})}{g_1^2 - g_1 g_2 - 2g_2^2}. \quad (2.71)$$

Таким чином, формули (2.69) – (2.71) визначають значення постійних інтегрування $C_1 - C_6$, якщо відомі комплекси струмів і напруг на початку провідників кабелю. Ці вирази, разом з системою (2.64) і є математичною моделлю для розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих струмах і напругах на їх початку.

2.4.6 Математична модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих напругах на їх початку і опорах навантаження

Знаходження закону розподілення струмів і напруг в провідниках кабелю за відомими напругами і струмами його початку часто буває складним, так як частіш за все струми на початку кабелю невідомі. Найчастіше відомими є напруги на початку провідників кабелю і опори навантаження, підключені до цих провідників на його кінці. Розглянемо знаходження постійних інтегрування в цьому випадку.

Припустимо, що довжина кабелю відома і дорівнює l . Введемо позначення:

– $\dot{U}_{11}, \dot{U}_{21}, \dot{U}_{31}$ – напруги на початку провідників кабелю;

– \underline{Z}_{H1} , \underline{Z}_{H2} , \underline{Z}_{H3} – комплекси повних опорів навантаження, підключеного в кінці провідників кабелю.

Із системи (2.64), з урахуванням того, що $x = 0$, для напруг отримуємо:

$$\begin{cases} \dot{U}_{11} = C_1 \\ \dot{U}_{21} = C_3, \\ \dot{U}_{31} = C_5 \end{cases}$$

звідки, як і в попередньому випадку:

$$\begin{aligned} C_1 &= \dot{U}_{11}, \\ C_3 &= \dot{U}_{21}, \\ C_5 &= \dot{U}_{31}. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Для знаходження постійних інтегрування з парними номерами відмітимо, що напруги \dot{U}_{12} , \dot{U}_{22} і \dot{U}_{32} в кінці провідників кабелю пов'язані з відповідними струмами \dot{I}_{12} , \dot{I}_{22} і \dot{I}_{32} за законом Ома:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12} &= \underline{Z}_{H1} \cdot \dot{I}_{12}, \\ \dot{U}_{22} &= \underline{Z}_{H2} \cdot \dot{I}_{22}, \\ \dot{U}_{32} &= \underline{Z}_{H3} \cdot \dot{I}_{32}. \end{aligned}$$

Для \dot{U}_{12} і \dot{I}_{12} , з урахуванням $x = l$, із системи (2.64) отримаємо:

$$\begin{aligned} &(C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 l + (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot ch\gamma_2 l + \\ &+ (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \\ &+ (C_1 + C_3 + C_5) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B1}} sh\gamma_1 l + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + \\ &+ (2C_1 - C_3 - C_5) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B2}} sh\gamma_2 l + (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} = 0 \end{aligned}$$

З урахуванням того, що постійні інтегрування C_1 , C_3 і C_5 відомі, підставляючи їх значення із (2.72) і переносячи в праву частину, отримуємо:

$$\begin{aligned}
& + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \\
& + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1} \gamma_1} + (2C_2 - C_4 - C_6) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2} \gamma_2} = \\
& = -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} - \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
& - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1} sh\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1}} - (2\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} - \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1} sh\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2}}
\end{aligned}$$

Групуючи коефіцієнти при невідомих C_2 , C_4 і C_6 в лівій частині цього рівняння, отримаємо:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1} \gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2} \gamma_2} \right) C_2 + \\
& + \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1} \gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2} \gamma_2} \right) C_4 + \\
& + \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1} \gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H1} ch\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2} \gamma_2} \right) C_6 = \\
& = -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} - \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
& - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1} sh\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1}} - (2\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} - \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H1} sh\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2}}
\end{aligned} \quad (2.73)$$

Для \dot{U}_{22} і \dot{I}_{22} , з урахуванням $x = l$, із системи (2.64) отримаємо:

$$\begin{aligned}
& (C_1 + C_3 + C_5) \cdot ch\gamma_1 l + (2C_3 - C_1 - C_5) \cdot ch\gamma_2 l + \\
& + (C_2 + C_4 + C_6) \cdot \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + (2C_4 - C_2 - C_6) \cdot \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \\
& + (C_1 + C_3 + C_5) \frac{\underline{Z}_{H2} sh\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1}} + (C_2 + C_4 + C_6) \frac{\underline{Z}_{H2} ch\gamma_1 l}{\underline{Z}_{B1} \gamma_1} + \\
& + (2C_3 - C_1 - C_5) \frac{\underline{Z}_{H2} sh\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2}} + (2C_4 - C_2 - C_6) \frac{\underline{Z}_{H2} ch\gamma_2 l}{\underline{Z}_{B2} \gamma_2} = 0
\end{aligned}$$

Підставляючи значення відомих постійних інтегрування C_1 , C_3 і C_5 із (2.72), після перенесення їх в праву частину та групування отримуємо:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} \right) C_2 + \\
& + \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} \right) C_4 + \\
& + \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} \right) C_6 = \quad . \quad (2.74) \\
& = -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{21} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
& - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B1}} sh\gamma_1 l - (2\dot{U}_{21} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B2}} sh\gamma_2 l
\end{aligned}$$

Для \dot{U}_{32} і \dot{I}_{32} , з урахуванням $x=l$, із системи (2.50) аналогічно отримаємо:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} \right) C_2 + \\
& + \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} \right) C_4 + \\
& + \left(\frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2} \right) C_6 = \quad . \quad (2.75) \\
& = -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{31} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
& - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B1}} sh\gamma_1 l - (2\dot{U}_{31} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}) \cdot \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B2}} sh\gamma_2 l
\end{aligned}$$

Введемо позначення для коефіцієнтів при невідомих:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2}, \\
A_2 &= \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_{H1}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2}, \\
A_3 &= \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2}, \\
A_4 &= \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2}, \\
A_5 &= \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2}, \\
A_6 &= \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_{H3}}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2}
\end{aligned} \quad (2.76)$$

Позначимо вільні члени:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} - \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
 &\quad - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{Z_{H1}}{Z_{B1}} sh\gamma_1 l - (2\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} - \dot{U}_{31}) \cdot \frac{Z_{H1}}{Z_{B2}} sh\gamma_2 l \\
 F_2 &= -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{21} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
 &\quad - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{Z_{H2}}{Z_{B1}} sh\gamma_1 l - (2\dot{U}_{21} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{31}) \cdot \frac{Z_{H2}}{Z_{B2}} sh\gamma_2 l \quad . \quad (2.77) \\
 F_3 &= -(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot ch\gamma_1 l - (2\dot{U}_{31} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}) \cdot ch\gamma_2 l - \\
 &\quad - (\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{31}) \cdot \frac{Z_{H3}}{Z_{B1}} sh\gamma_1 l - (2\dot{U}_{31} - \dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}) \cdot \frac{Z_{H3}}{Z_{B2}} sh\gamma_2 l
 \end{aligned}$$

Тоді на основі (2.74), (2.74) і (2.75) отримуємо систему:

$$\begin{cases}
 A_2 C_2 + A_1 C_4 + A_1 C_6 = F_1 \\
 A_3 C_2 + A_4 C_4 + A_3 C_6 = F_2 \quad . \\
 A_5 C_2 + A_5 C_4 + A_6 C_6 = F_3
 \end{cases}$$

Знайдемо її рішення методом Крамера. Головний визначник системи можна розкрити як:

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_2 & A_1 & A_1 \\ A_3 & A_4 & A_3 \\ A_5 & A_5 & A_6 \end{vmatrix} = 2A_1 A_3 A_5 - A_2 A_3 A_5 - A_1 A_4 A_5 - A_1 A_3 A_6 + A_2 A_4 A_6 \quad .$$

Допоміжний визначник Δ_{C2} :

$$\Delta_{C2} = \begin{vmatrix} F_1 & A_1 & A_1 \\ F_2 & A_4 & A_3 \\ F_3 & A_5 & A_6 \end{vmatrix} = (A_4 A_6 - A_3 A_5) F_1 + (A_1 A_5 - A_1 A_6) F_2 + (A_1 A_3 - A_1 A_4) F_3$$

Допоміжний визначник Δ_{C4} :

$$\Delta_{C4} = \begin{vmatrix} A_2 & F_1 & A_1 \\ A_3 & F_2 & A_3 \\ A_5 & F_3 & A_6 \end{vmatrix} = (A_3 A_5 - A_3 A_6) F_1 + (A_2 A_6 - A_1 A_5) F_2 + (A_1 A_3 - A_2 A_3) F_3 \quad .$$

Допоміжний визначник Δ_{C6} :

$$\Delta_{C6} = \begin{vmatrix} A_2 & A_1 & F_1 \\ A_3 & A_4 & F_2 \\ A_5 & A_5 & F_3 \end{vmatrix} = (A_3A_5 - A_4A_5)F_1 + (A_1A_5 - A_2A_5)F_2 + (A_2A_4 - A_1A_3)F_3.$$

На основі цих виразів можна визначити постійні інтегрування:

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{(A_4A_6 - A_3A_5)F_1 + (A_1A_5 - A_1A_6)F_2 + (A_1A_3 - A_1A_4)F_3}{2A_1A_3A_5 - A_2A_3A_5 - A_1A_4A_5 - A_1A_3A_6 + A_2A_4A_6}, \\ C_4 &= \frac{(A_3A_5 - A_3A_6)F_1 + (A_2A_6 - A_1A_5)F_2 + (A_1A_3 - A_2A_3)F_3}{2A_1A_3A_5 - A_2A_3A_5 - A_1A_4A_5 - A_1A_3A_6 + A_2A_4A_6}, \\ C_6 &= \frac{(A_3A_5 - A_4A_5)F_1 + (A_1A_5 - A_2A_5)F_2 + (A_2A_4 - A_1A_3)F_3}{2A_1A_3A_5 - A_2A_3A_5 - A_1A_4A_5 - A_1A_3A_6 + A_2A_4A_6}. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Таким чином, для визначення постійних інтегрування за відомими напругами на початку кабелю і опорами навантаження необхідно скористатися виразами (2.72) і (2.78), значення коефіцієнтів яких знаходяться із (2.76) і (2.77). Вирази (2.72) і (2.78), разом з системою (2.64) і є математичною моделлю для розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих напругах на початку кабелю і опорах навантаження.

Окремим випадком роботи кабелю є його робота на симетричне навантаження, наприклад, коли до кабелю підключений лише один електродвигун. Тому розглянемо окремий випадок побудованої математичної моделі для симетричного навантаження.

2.4.7 Математична модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих напругах їх початку і опорах симетричного навантаження

Пошук постійних інтегрування значно спрощується у випадку симетричного навантаження, коли $\underline{Z}_{H1} = \underline{Z}_{H2} = \underline{Z}_{H3} = \underline{Z}_H$. Тоді, позначаючи:

$$A = \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_H}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} + 2 \frac{\underline{Z}_H}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2},$$

$$B = \frac{sh\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{sh\gamma_2 l}{\gamma_2} + \frac{\underline{Z}_H}{\underline{Z}_{B1}} \frac{ch\gamma_1 l}{\gamma_1} - \frac{\underline{Z}_H}{\underline{Z}_{B2}} \frac{ch\gamma_2 l}{\gamma_2},$$

із рівнянь (2.73), (2.74) і (2.75) отримуємо систему для визначення постійних інтегрування C_2, C_4, C_6 :

$$\begin{cases} AC_2 + BC_4 + BC_6 = F_1 \\ BC_2 + AC_4 + BC_6 = F_2 \\ BC_2 + BC_4 + AC_6 = F_3 \end{cases}$$

Вільні члени цієї системи, як і в попередньому випадку, вираховуються за формулами (2.77).

Розв'язуючи цю систему за допомогою Інтернет-ресурсу “Wolfram Alpha” [87] отримуємо:

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{AF_1 + BF_1 - BF_2 - BF_3}{A^2 + AB - 2B^2}, \\ C_4 &= \frac{AF_2 - BF_1 + BF_2 - BF_3}{(A - B)(A + 2B)}, \\ C_6 &= \frac{AF_3 - BF_1 - BF_2 + BF_3}{(A - B)(A + 2B)}. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Таким чином, для визначення постійних інтегрування по відомим напругам на початку кабелю і опорам навантаження, необхідно скористатися формулами (2.72) і (2.79). Дані вирази, разом з системою (2.64) і є математичною моделлю розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при відомих напругах їх початку і опорах симетричного навантаження.

2.5 Висновки за другим розділом

Таким чином, в даному розділі вирішене завдання дослідження, що складається в побудові математичної моделі для розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю при врахуванні взаємних зв'язків між ними. В рамках рішення цього завдання, зокрема, виконано:

– на основі створеної схеми заміщення ділянки трифазного кабелю побудована загальна математична модель процесу розповсюдження струмів і

напруг в провідниках трифазного екранованого кабелю. Модель представлена у вигляді системи диференційних рівнянь в окремих похідних і дозволяє, за умови розв'язання цієї системи, визначити значення струмів і напруг в провідниках кабелю в усіх режимах його роботи;

- на основі загальної математичної моделі створена модель роботи кабелю у випадку усталеного синусоїдального режиму у вигляді системи диференційних рівнянь в повних похідних;

- виконано розв'язання отриманої системи в повних похідних, в якому струми і напруги в провідниках кабелю виражаються через параметри кабелю і невідомі постійні інтегрування, які знаходяться з граничних умов;

- побудовано математичну модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю, в якій невідомі постійні інтегрування виражаються через відомі струми і напруги на початку провідників кабелю;

- побудовано математичну модель розрахунку струмів і напруг в провідниках кабелю, в якій невідомі постійні інтегрування виражаються через відомі напруги на початку провідників кабелю і опори його навантаження;

- побудовано математичну модель, яка спрощує розрахунки струмів і напруг в провідниках кабелю у випадку відомих напруг на їх початку і опорах у випадку симетричного навантаження.

Побудовані математичні моделі можуть служити основою для розрахунків встановленого синусоїдального режиму роботи кабелю. Саме цей режим і є найбільш розповсюдженим режимом роботи електричних мереж. Однак, для використання всіх моделей необхідно знати первинні параметри кабелю, що залежать від його геометричних розмірів, конструктивного виконання і використаних провідникових матеріалів. Тому розглянемо моделі і методи експериментального визначення первинних параметрів кабелів.

Результати наукових досліджень, отримані у даному розділі, опубліковано у [3], [4], [7], [8].

РОЗДІЛ 3

МЕТОД ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРВИННИХ ПАРАМЕТРІВ КАБЕЛЬНИХ ЛІНІЙ

До первинних параметрів лінії передачі електричної енергії відносять значення опору та індуктивності лінії, а також ємності та провідності між проводом та екраном (землею). Для трифазних ліній до перелічених параметрів додаються взаємні ємності, індуктивності та провідності між окремими проводами лінії, а також між окремим проводом та екраном. Усі ці параметри визначаються на одиницю довжини лінії (на практиці – найчастіше на метр або кілометр). Первинні параметри є конструктивно обумовленими, тобто залежать від геометричних розмірів лінії та матеріалів, із яких вона виготовлена.

Знання первинних параметрів ліній електропередач є передумовою для застосування розроблених в попередньому розділі математичних моделей та виконання по них точних розрахунків електричних режимів. Будь-яка, навіть найбільш досконала математична модель будь-яких режимів роботи лінії, за визначенням не може забезпечити точних результатів, якщо точно не будуть відомі первинні параметри лінії.

Для отримання значень первинних параметрів є два шляхи: розрахунок на підставі моделей теорії електромагнітного поля, або вимірювання за допомогою спеціальних вимірювальних приладів. Обидва шляхи мають рад суттєвих недоліків. Для розрахунку потрібно знати значення діелектричної та магнітної проникності матеріалів, з яких виготовлена лінія. Але ці значення найчастіше невідомі й визначаються дуже важко. Крім того, точне аналітичне розв'язання рівнянь теорії поля найчастіше є неможливим.

Експериментальне визначення параметрів кабельних ліній потребує спеціалізованих складних вимірювальних приладів, які є досить дорогими. Крім того, такі вимірювання є неможливими для вже прокладених ліній, що експлуатуються.

Тому розробка методів точного визначення первинних параметрів без використання теорії поля та спеціалізованих вимірювачів є актуальною практичною задачею. Сутність проблеми визначення параметрів кабельних ліній електропередач докладно висвітлено в п. 1.5. Із викладеного в п. 1.5 витікає, визначення первинних параметрів ліній електропередач є актуальною науково-практичною проблемою. Але на сьогодні ця проблема не має простого та дешевого способу розв'язання.

Таким чином, треба розробити простий у виконанні та дешевий метод експериментального визначення первинних параметрів кабельних ліній.

Розглянемо створення такого методу для трьох випадків – коли лінією є звичайний одножильний кабель, кабель із двома екранованими провідниками, та у випадку зв'язаної гальванічно та магнітно лінії із трьома провідниками.

3.1 Математична модель для експериментального визначення параметрів одножильного екранованого кабелю

Для побудови математичної моделі, яка дозволяє розрахувати первинні параметри лінії із одним провідником та екраном, скористаємось відомими рівняннями, які описують хвильові процеси в подібних лініях з розподіленими параметрами. Як відомо [107], це є рівняння відносно комплексів струмів та напруг, в які входять гіперболічні функції від коефіцієнта розповсюдження γ [108].

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_2 ch\gamma y + \dot{I}_2 \underline{Z}_W sh\gamma y \\ \dot{I} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_W} sh\gamma y + \dot{I}_2 ch\gamma y \end{cases} .$$

Ці рівняння описують закон зміни напруги та струму в точці лінії, яка розташована на відстані y від її кінця. При цьому вважаються відомими комплекси напруги та струму в кінці лінії, а також вторинні параметри лінії – коефіцієнт розповсюдження

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \quad (3.1)$$

та хвильовий опір

$$Z_W = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}. \quad (3.2)$$

Для початку лінії з відомою довжиною l маємо систему:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \dot{I}_2 \underline{Z}_W \operatorname{sh} \gamma l \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_W} \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l \end{cases}.$$

Розглянемо вхідний опір \underline{Z}_i цієї лінії у двох режимах: режимі холостого ходу та режимі короткого замикання в кінці. Для режиму холостого ходу, коли $\dot{I}_2 = 0$, маємо:

$$\underline{Z}_{i0} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l}{\frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_W} \operatorname{sh} \gamma l} = \frac{\underline{Z}_W}{\operatorname{th} \gamma l}.$$

Для режиму короткого замикання, коли $\dot{U}_2 = 0$:

$$\underline{Z}_{ik} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = \frac{\dot{I}_2 \underline{Z}_W \operatorname{sh} \gamma l}{\dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l} = \underline{Z}_W \operatorname{th} \gamma l.$$

Таким чином, якщо відомі комплекси вхідних опорів в режимі холостого ходу та короткого замикання, є можливість розрахувати хвильовий опір та коефіцієнт розповсюдження із розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\underline{Z}_W}{\operatorname{th} \gamma l} = \underline{Z}_{i0} \\ \underline{Z}_W \operatorname{th} \gamma l = \underline{Z}_{ik} \end{cases}$$

Її розв'язком відносно \underline{Z}_W та $\operatorname{th} \gamma l$ є:

$$\underline{Z}_W = \sqrt{\underline{Z}_{ik} \underline{Z}_{i0}}, \quad (3.3)$$

$$\operatorname{th} \gamma l = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{ik}}{\underline{Z}_{i0}}}.$$

Тоді коефіцієнт розповсюдження γ може бути знайдений з останнього рівняння як:

$$\gamma = \frac{\operatorname{arcth} \sqrt{\frac{Z_{ik}}{Z_{i0}}}}{l}. \quad (3.4)$$

Таким чином, вторинні параметри лінії можуть бути знайденими із результатів експерименту за формулами (3.3) та (3.4). На підставі визначених вторинних параметрів можна розрахувати первинні параметри лінії.

Як відомо, вторинні параметри екранованої лінії з двома проводами двопроводної лінії (лінії, що містить тільки два проводи, або один провід та екран) зв'язані із первинними такими співвідношеннями:

$$\underline{Z}_W = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}, \quad (3.5)$$

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}. \quad (3.6)$$

Тоді, розв'язуючи систему

$$\begin{cases} \frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0} = \underline{Z}_W^2 \\ (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0) = \gamma^2 \end{cases},$$

отримуємо:

$$R_0 + j\omega L_0 = \underline{Z}_W \gamma, \quad (3.7)$$

$$G_0 + j\omega C_0 = \frac{\gamma}{\underline{Z}_W}. \quad (3.8)$$

Таким чином, первинні параметри одножильного екранованого кабелю можна визначити як дійсну та уявну частину комплексів (3.7) та (3.8).

3.3 Математична модель для експериментального визначення параметрів двошльового екранованого кабелю

Двошльовий екранований кабель містить два провідники, об'єднані загальним екраном. Як можна бачити з формул (2.7), (2.8), а також (2.11) та

(2.12) розділу 2, в цьому випадку лінія має два різних хвильових опори та два коефіцієнти розповсюдження. Наведемо для зручності ці формули ще раз:

$$\gamma_1 = \sqrt{(Z_0 + Z_M)(Y_S + Y_{12})}, \quad (3.9)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{(Z_0 - Z_M)(Y_S + Y_{12})}, \quad (3.10)$$

$$Z_{B1} = \sqrt{\frac{Z_0 + Z_M}{Y_S - Y_{12}}}, \quad (3.11)$$

$$Z_{B2} = \sqrt{\frac{Z_0 - Z_M}{Y_S + Y_{12}}}. \quad (3.12)$$

В цих формулах:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_0 &= R_0 + j\omega L_0, \underline{Z}_1 = j\omega M, \\ \underline{Y}_0 &= (G_0 + G_{12}) + j\omega(C_0 + C_{12}), \\ \underline{Y}_1 &= G_{12} + j\omega C_{12}. \end{aligned}$$

Додаткові первинні параметри G_{12} , C_{12} , M – визначають відповідно провідність між проводами лінії, ємність між ними, та коефіцієнт взаємної індуктивності.

В роботі [1] автором виведено рівняння для визначення струмів та напруг на початку лінії на підставі відомих струмів та напруг в її кінці:

$$\begin{cases} 2\dot{U}_1 = \dot{U}_{2+}ch\gamma_1 l + \dot{U}_{2-}ch\gamma_2 l + \underline{Z}_{W1}\dot{I}_{2+}sh\gamma_1 l + \underline{Z}_{W2}\dot{I}_{2-}sh\gamma_2 l \\ 2\dot{U}_2 = \dot{U}_{2+}ch\gamma_1 l + \dot{U}_{2-}ch\gamma_2 l + \underline{Z}_{W1}\dot{I}_{2+}sh\gamma_1 l + \underline{Z}_{W2}\dot{I}_{2-}sh\gamma_2 l \\ 2\dot{I}_1 = \dot{I}_{2+}ch\gamma_1 l + \dot{I}_{2-}ch\gamma_2 l + \frac{1}{\underline{Z}_{W1}}\dot{U}_{2+}sh\gamma_1 l + \frac{1}{\underline{Z}_{W2}}\dot{U}_{2-}sh\gamma_2 l \\ 2\dot{I}_2 = \dot{I}_{12}ch\gamma_1 l + \dot{I}_{2-}ch\gamma_2 l + \frac{1}{\underline{Z}_{W1}}\dot{U}_{2+}sh\gamma_1 l + \frac{1}{\underline{Z}_{W2}}\dot{U}_{2-}sh\gamma_2 l \end{cases}$$

Тут для скорочення позначено: $\dot{U}_{2+} = \dot{U}_{12} + \dot{U}_{22}$, $\dot{U}_{2-} = \dot{U}_{12} - \dot{U}_{22}$, $\dot{I}_{2+} = \dot{I}_{12} + \dot{I}_{22}$, $\dot{I}_{2-} = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{22}$, де $\dot{I}_{12}, \dot{I}_{22}$ – струми, а $\dot{U}_{12}, \dot{U}_{22}$ – напруги в кінці проводів кабелю довжиною l .

Аналогічно з підрозділом 3.2, розглянемо дослід холостого ходу одночасно між кожним проводом та екраном в кінці лінії. При досліді холостого ходу, коли відсутні струми в кінці проводів кабелю, маємо:

$$\begin{cases} 2\dot{U}_{11} = \dot{U}_{2+}ch\gamma_1l + \dot{U}_{2-}ch\gamma_2l \\ 2\dot{U}_{21} = \dot{U}_{2+}ch\gamma_1l + \dot{U}_{2-}ch\gamma_2l \\ 2\dot{I}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_{W1}}\dot{U}_{2+}sh\gamma_1l + \frac{1}{\underline{Z}_{W2}}\dot{U}_{2-}sh\gamma_2l \\ 2\dot{I}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_{W1}}\dot{U}_{2+}sh\gamma_1l + \frac{1}{\underline{Z}_{W2}}\dot{U}_{2-}sh\gamma_2l \end{cases}$$

В цьому досліді експериментальному визначенню підлягають комплекси напруг на початку та в кінці кожного проводу лінії. Тоді з першого та другого рівнянь системи можна визначити гіперболічні косинуси $ch\gamma_1l$ та $ch\gamma_2l$, які можна знайти як розв'язок системи:

$$\begin{cases} \dot{U}_{2+}ch\gamma_1l + \dot{U}_{2-}ch\gamma_2l = 2\dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{2+}ch\gamma_1l - \dot{U}_{2-}ch\gamma_2l = 2\dot{U}_{21} \end{cases}$$

Розв'язуючи цю систему, отримуємо:

$$ch\gamma_1l = \frac{\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2+}},$$

$$ch\gamma_2l = \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}},$$

звідки можна розрахувати коефіцієнти розповсюдження γ_1 та γ_2 :

$$\gamma_1 = \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2+}}, \quad (3.13)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}}. \quad (3.14)$$

Значення хвильових опорів \underline{Z}_{W1} та \underline{Z}_{W2} можна знайти з третього та четвертого рівнянь системи:

$$\begin{cases} \frac{1}{\underline{Z}_{W1}}\dot{U}_{2+}sh\gamma_1l + \frac{1}{\underline{Z}_{W2}}\dot{U}_{2-}sh\gamma_2l = 2\dot{I}_1 \\ \frac{1}{\underline{Z}_{W1}}\dot{U}_{2+}sh\gamma_1l - \frac{1}{\underline{Z}_{W2}}\dot{U}_{2-}sh\gamma_2l = 2\dot{I}_2 \end{cases}. \quad (3.15)$$

В ній невідомими є обернені значення хвильових опорів, а гіперболічні синуси можна знайти із відомого співвідношення $ch^2x - sh^2x = 1$:

$$sh\gamma_1 l = \sqrt{ch\gamma_1 l - 1},$$

$$sh\gamma_2 l = \sqrt{ch\gamma_2 l - 1}.$$

Після підставлення цих виразів в систему (3.15) отримуємо її розв'язання хвильових опорів \underline{Z}_{W1} та \underline{Z}_{W2} :

$$\underline{Z}_{W1} = \frac{\dot{U}_{2+} \sqrt{ch^2 \gamma_1 l - 1}}{\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}},$$

$$\underline{Z}_{W2} = \frac{\dot{U}_{2-} \sqrt{ch^2 \gamma_2 l - 1}}{\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}}.$$

Тоді, враховуючи вирази (3.9) та (3.11), маємо систему:

Розв'язуючи її відносно сум $\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1$ та $\underline{Y}_0 - \underline{Y}_1$, маємо:

$$\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 = \frac{\dot{U}_{2+} \sqrt{ch^2 \gamma_1 l - 1}}{\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2+}},$$

$$\underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 = \frac{\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}}{\dot{U}_{2+} \sqrt{ch^2 \gamma_1 l - 1}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2+}}.$$

Із виразів (3.10) та (12) маємо систему:

$$\begin{cases} \frac{\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1} = \left(\frac{\dot{U}_{2-} \sqrt{ch^2 \gamma_2 l - 1}}{\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}} \right)^2, \\ (\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1)(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1) = \left(\frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}} \right)^2, \end{cases}$$

звідки:

$$\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 = \frac{\dot{U}_{2-} \sqrt{ch^2 \gamma_2 l - 1}}{\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}},$$

$$\underline{Y}_0 + \underline{Y}_1 = \frac{\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}}{\dot{U}_{2-} \sqrt{ch^2 \gamma_2 l - 1}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}}.$$

Позначимо для скорочення:

$$\frac{\dot{U}_{2+} \sqrt{ch^2 \gamma_1 l - 1}}{\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2+}} = A_+,$$

$$\frac{\dot{U}_{2-} \sqrt{ch^2 \gamma_2 l - 1}}{\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}} = A_-,$$

$$\frac{\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}}{\dot{U}_{2+} \sqrt{ch^2 \gamma_1 l - 1}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2+}} = B_+,$$

$$\frac{\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}}{\dot{U}_{2-} \sqrt{ch^2 \gamma_2 l - 1}} \frac{1}{l} \operatorname{arcch} \frac{\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}}{\dot{U}_{2-}} = B_-.$$

Тоді для визначення окремих складових хвильових опорів та коефіцієнтів розповсюдження можна скласти окремі системи рівнянь. Для комплексів повних опорів:

$$\begin{cases} \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 = A_+ \\ \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 = A_- \end{cases}.$$

Враховуючи, що $\underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0$, а $\underline{Z}_1 = j\omega M$, маємо:

$$R_0 + j\omega L_0 = \frac{A_+ + A_-}{2}, \quad (3.16)$$

$$j\omega M = \frac{A_+ - A_-}{2}. \quad (3.17)$$

Аналогічно, для комплексів повних провідностей:

$$\begin{cases} \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 = B_+ \\ \underline{Y}_0 + \underline{Y}_1 = B_- \end{cases}.$$

Тоді, з врахуванням, що $\underline{Y}_1 = G_{12} + j\omega C_{12}$, а $\underline{Y}_0 = (G_0 + G_{12}) + j\omega(C_0 + C_{12})$, отримуємо:

$$G_{12} + j\omega C_{12} = \frac{B_- - B_+}{2}, \quad (3.18)$$

$$(G_0 + G_{12}) + j\omega(C_0 + C_{12}) = \frac{B_+ + B_-}{2}. \quad (3.19)$$

З виразів (3.16), (3.17), (3.18) та (3.19) можна отримати первинні параметри двожилого екранованого кабелю як відповідні значення дійсних та уявних частин комплексів.

На підставі наведених вище формул можна розробити метод експериментального визначення первинних параметрів трифазного кабелю.

3.3. Визначення параметрів трифазного екранованого кабелю

Для визначення первинних параметрів трифазного екранованого кабелю можна скористатися рівняннями, отриманими в розділі 2. Але визначення параметрів з цих рівнянь пов'язано із значними математичними труднощами. Порівнюючи матеріал підрозділів 3.1 та 3.2 можна побачити, що для кабелю із двома жилами складність розрахунків значно підвищилась. При переході до третього провідника ми матимемо справу із необхідністю розв'язання систем третього порядку із комплексними коефіцієнтами. Аналітично це можливо, але дуже громіздко.

Однак, для визначення первинних параметрів трифазної лінії не обов'язково використовувати відповідну модель. Кожні два проводи трифазного кабелю, при умові, що третій буде відключено як від джерела живлення, так і від навантаження, можна розглядати як лінію із двома провідниками. Це випливає із висновків, які були отримані в роботах [1] та [3]. При цьому, як показано в [109], в двох активних проводах кабелю відсутня третя мода коливань і третій провід не впливає на електричні режими двох активних проводів.

Це відкриває шлях до можливості використання матеріалу, викладеного в підрозділі 3.3 для визначення параметрів трифазного кабелю. Для цього достатньо провести експеримент таким же чином, як і для двопровідної лінії, використавши будь-які два проводи трифазної лінії. Якщо кабель не є симетричним, то параметри слід визначати для кожної пари провідників окремо.

3.4 Метод експериментального визначення первинних параметрів кабелю

Для практичного застосування наведених в попередніх підрозділах математичних формул пропонується наступний метод експериментального визначення первинних параметрів кабелю [5]. Метод полягає в послідовному виконанні наступних кроків.

Крок 1. Виміряти довжину (в метрах) наявного експериментального зразка кабелю. Для отримання необхідної точності досліджень слід вибирати довжину кабелю не менше ніж 2 – 3 довжини хвилі, що буде розповсюджуватись по кабелю.

Крок 2. Зібрати схему для вимірювання первинних параметрів питомого опору окремого провідника кабелю, його індуктивності та ємності між провідником та бронею кабелю. Для цього використовується схема, яка показана на рис. 3.1.

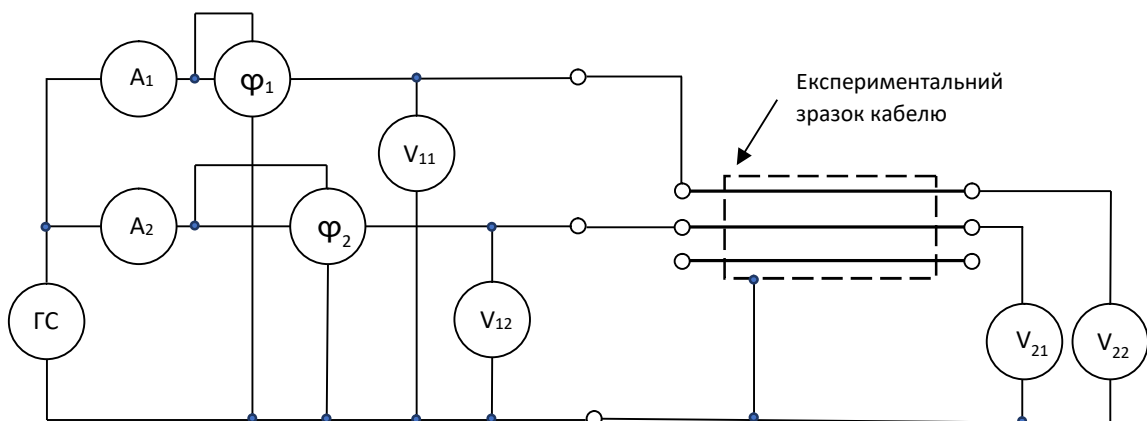


Рисунок 3.1 – Схема для вимірювання параметрів кабелю

Крок 3. В схемі, що зібрана, до двох довільних провідників на вході трифазного броньованого кабелю підключено генератор високочастотних сигналів синусоїдальної форми (ГС). На вході кабелю вимірюються діючі значення напруг та струмів, а також, за допомогою фазометрів, зсув за фазою між струмом та напругою відповідного провідника. За нульову початкову фазу береться початкова фаза підведеної до кабелю напруги.

Крок 4. На виході кабелю вимірюється діюче значення та початкова фаза напруги на кожному її провідників. За нульову фазу тут, як і раніше, приймається фаза напруги на вході. Вимірювачі фази на виході кабелю на рис. 3.1 не показані.

Крок 5. За формулами (3.16), (3.17), (3.18) та (3.19) розраховуються первинні параметри кабелю як дійсні та уявні частини відповідних комплексів. При операціях з уявними частинами для визначення реактивних первинних параметрів слід враховувати відому частоту сигналу в кабелі.

3.5 Перевірка методу експериментального визначення первинних параметрів кабелю

Для перевірки розробленого в роботі методу було проведено експеримент по визначенню первинних параметрів кабелю КВБбШв 4x1,5 довжиною 3010 метрів. На вхід двох провідників кабелю подавалася змінна синусоїдальна напруга частотою 50 Hz від низьковольтного генератора синусоїдальних сигналів. Вимірювалися діючі значення струму та напруги на вході кожного провідника, а також зсуви за фазою між струмом та напругою. За нульове значення фази в цьому вимірюванні було прийнято початкову фазу напруги на вході кабелю. Результати вимірювань представлено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Результати вимірювань

Параметр	Діюче значення	Зсув за фазою, град.
Вхід кабелю		
U_{11}	8 V	0
U_{21}	8 V	0
I_{11}	0,47 mA	-15
I_{21}	0,39 mA	-18
Вихід кабелю		
U_{12}	7,29 V	76
U_{22}	7,63 V	69

На підставі цих даних за приведеними в п. 3.4 формулами були розраховані первинні параметри кабелю, представлені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Розраховані первинні параметри кабелю

Параметр	Значення
$R_0, \Omega/m$	0,0127
$L_0, H/m$	$1,78 \cdot 10^{-5}$
$C_0, F/m$	$1,35 \cdot 10^{-9}$
$M, H/m$	$1,34 \cdot 10^{-6}$
$G_0, S/m$	$3,76 \cdot 10^{-9}$
$G_{12}, S/m$	$3,5 \cdot 10^{-9}$

Для перевірки правильності визначення параметрів з цим же кабелем було проведено експеримент. Схема експерименту наведена на рис. 3.2.

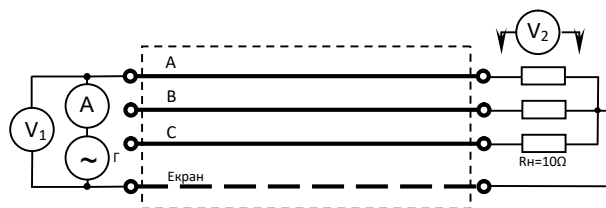


Рисунок 3.2 – Схема експерименту для перевірки визначених параметрів кабелю

На один з провідників кабелю (умовно – фаза A) від того ж генератора сигналів синусоїдальної форми подавалася напруга з діючим значенням $8V$ (активний провідник). Вимірювання проводилися для двох значень частоти генератора – $50 Hz$ та $100 Hz$. Два інші провідники (умовно – фаза B та C) не підімкнено (пасивні провідники). Вимірювалось діюче значення напруги в кінці активного та пасивного провідників (U_{2A}, U_{2B}, U_{2C}) в режимі симетричного

активного навантаження 10Ω . Також вимірювалось діюче значення струму на вході активного провідника (I_{1A}). Результати експериментів та розрахунку представлено в таблицях 3.3 та 3.4.

Таблиця 3.3 – Порівняння результатів для частоти 50 Hz

Параметр	Експеримент	Розрахунок	Відхилення
U_{2A}, V	0,245	0,256	4,5%
U_{2B}, V	0,017	0,0176	3,5%
U_{2C}, V	0,017	0,0175	2,7%
I_{1A}, mA	21,2	22,23	4,9%

Таблиця 3.4 – Порівняння результатів для частоти 100 Hz

Параметр	Експеримент	Розрахунок	Відхилення
U_{2A}, V	0,244	0,253	3,7%
U_{2B}, V	0,018	0,0186	3,3%
U_{2C}, V	0,019	0,0186	2,1%
I_{1A}, mA	21,1	22,19	0,45%

Як можна бачити із таблиць 3.3 та 3.4, експериментальні та розрахункові дані різняться не більше, ніж на 5 відсотків. Це свідчить про те, запропонований в розділі метод експериментального визначення первинних параметрів ліній електропередач з двома та трьома провідниками може бути використаним в асинхронному частотно-керованому електроприводі.

3.7 Висновки за третім розділом

В розділі показано, що єдиним достовірним методом для визначення первинних параметрів кабелів є експериментальний метод. Це пов'язано із тим, що для використання математичних залежностей, які виведено на підставі

теорії електромагнітного поля потрібно знати точні значення діелектричної та магнітної проникності матеріалів, із котрих виготовлено броню та ізоляцію кабелю. Ці значення зазвичай невідомі і в свою чергу можуть бути знайденими експериментальним шляхом із використанням складного та рідкісного лабораторного обладнання. На підставі викладеного можна зробити такі висновки.

1. В розділі виведено математичні формули для розрахунку первинних параметрів екранованих (броньованих) кабелів із одним, двома та трьома провідниками.

2. На підставі цих математичних формул розроблено схему та метод для експериментального визначення первинних параметрів трифазних кабелів.

3. Виконано експериментальну перевірку знайдених первинних параметрів. Перевірка відбувалась непрямым шляхом за рахунок співставлення експериментальних та розрахункових значень напруг на виході кабелю.

4. Перевірка показала, що при використаному лабораторному обладнанні (вимірювальні прилади класу точності 1.0) похибка визначення первинних параметрів становить не більше 5%, що є цілком прийнятним для практичного використання.

Проведені в попередніх розділах дослідження показали наявність у зв'язаних магнітними та гальванічними зв'язками лініях різних мод коливань падаючих та відбитих хвиль. Аналіз цих мод дозволяє розробити метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах.

Результати наукових досліджень, отримані у даному розділі, опубліковано у [5].

РОЗДІЛ 4

МЕТОД ПОКРАЩЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ СУМІСНОСТІ ЧАСТОТНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ТА ЕЛЕКТРИЧНИХ ДВИГУНІВ В ЧАСТОТНО-РЕГУЛЬОВАНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДАХ

Як було показано в підрозділі 1.4, проблема довгого кабелю полягає в тому, що форма кривої напруги на виході кабелю відрізняється від форми напруги на його вході. В теперішній час розв'язання цієї проблеми пропонується за рахунок використання різного виду фільтрів, які призначено для боротьби із вищими гармоніками струмів та напруг на затискачах двигуна. Однак, всі ці методи направлено на боротьбу не з причиною виникнення спотворень напруги, а із наслідками – самими цими спотвореннями. Тому треба розібратися в тому, що ми розуміємо під поняттям «Спотворення» та завдяки чому ці спотворенні виникають. Для цього знову слід звернутися до теорії ліній з розподіленими параметрами й розглянути кабельні лінії зв'язку між ШП та двигуном як окремий випадок лінії зв'язку взагалі. Призначенням такої лінії зв'язку є передача сигналу певної форми від входу лінії до її виходу.

4.1 Спотворення в лініях зв'язку

З поняттям спотворення сигналу в лініях зв'язку людство стикнулося відтоді, як вперше виникла потреба передати електричний сигнал на певну, досить велику відстань. При цьому призначення цього сигналу значення не має. Це може бути напруга живлення двигуна, телеграфний сигнал, або сигнали, що передаються між комп'ютерами по дротовим мережам. Спільним у всіх цих випадках є те, що форма сигналу, який потрапляє до вихідних затискачів лінії зв'язку зазвичай не відповідає формі сигналу на її вході.

Визначення. Під «спотворенням» сигналу довільної природи в лініях зв'язку будемо розуміти відхилення форми сигналу на виході лінії відносно форми сигналу на її вході.

Тут треба брати до уваги такі наступні вагомні моменти:

1. При синусоїдальному сигналі, що розповсюджується по лінії не можна говорити про виникнення спотворень. Дійсно, форма сигналу на виході і вході буде однаковою – синусоїдальною. Ці синусоїди можуть розрізнятися за амплітудою та початковою фазою, але завжди залишаться синусоїдами. Тут мається на увазі, що сигнал розповсюджується в лінійному електричному колі і всякого роду нелінійні спотворення відсутні.

2. Спотворення виникають тільки при несинусоїдальному сигналі, який завжди й передає інформацію. Ця інформація може бути будь-якою. Сигнал з широтно-імпульсною модуляцією, який розповсюджується в кабельних лініях зв'язку частотно-керованих електроприводів, передає інформацію, якою повинна бути амплітуда та початкова фаза синусоїдального струму в обмотках двигуна.

3. Для розв'язання задачі запобігання виникненню спотворень в лініях зв'язку частотно-керованих електроприводів ми можемо скористатися результатами, які досягнуто в цьому напрямку в лініях передачі іншого цільового використання.

Усі спотворення, що виникають в лініях передачі сигналів, відносяться до так званих нелінійних спотворень [111]. Згідно [112], нелійними є будь-які спотворення вихідного сигналу, в результаті яких в складі цього сигналу виникають такі складові, які були відсутні у вхідному сигналі. Нелінійні спотворення являють собою зміни форми коливань, що проходять через електричну схему (наприклад, через підсилювач або трансформатор), у вигляді порушеннями пропорційності між миттєвими значеннями напруги на вході цього пристрою і на його виході. Усі нелінійні спотворення розділяються на такі типи [113]:

– Гармонічні спотворення – спотворення, що спричинені парними чи непарними гармоніками, які виникають через роботу на нелінійних ділянках.

– Інтермодуляційні спотворення – спотворення, що виникають в результаті взаємодії декількох різних сигналів у нелінійних каскадах передавального тракту (лінії).

– Фазові спотворення, які виникають в результаті частотно залежної затримки сигналу в передавальному пристрої.

Серед перелічених типів спотворень в кабельних лініях виникають гармонічні спотворення та фазові спотворення. Інтермодуляційні спотворення не виникають, бо кабель розглядається як лінійне електричне коло. Однак при роботі ліній зв'язку в несиметричному режимі теж можливі спотворення, які умовно можна віднести до інтермодуляційних [113].

Таким чином причиною спотворень в кабельних лініях зв'язку частотно-керованих електроприводів є відхилення в гармонічному складі вхідного та вихідного сигналів. Якщо розглядати кабель як лінію з розподіленими параметрами, то такі відхилення виникають тому, що дійсна та уявна частини комплексу коефіцієнта розповсюдження залежать від частоти сигналу.

Будь який несинусоїдальний сигнал можна розкласти в ряд Фур'є [114]. Кожна гармонічна складова ряду характеризується частотою, амплітудою та початковою фазою. Передача кожної гармонічної складової по лінії зв'язку характеризується затуванням її амплітуди та зміною фази коливання. За затування та зміну фази відповідає коефіцієнт розповсюдження (стала розповсюдження). Затування амплітуди характеризується дійсною частиною комплексу сталої розповсюдження (коефіцієнт затування), а зміна фази – уявною частиною (коефіцієнт фази). За звичайних умов обидва ці коефіцієнти залежать від частоти гармонічної складової. Це призводить до того, що спектр несинусоїдального сигналу на виході лінії не відповідає спектру на її вході, тобто, в кінцевому випадку, до спотворень форми сигналу.

Дійсно, якщо коефіцієнт затування залежить від частоти, то сигнали різних гармонік будуть затухати нерівномірно. Це призведе до відхилення

спектру вхідного та вихідного сигналів за амплітудою. З другого боку, залежність від частоти коефіцієнту фази призводить до того, що фазова швидкість розповсюдження сигналу в лінії теж залежить від частоти: на вищих частотах фазова швидкість є вищою. Тобто гармоніки вищих частот будуть розповсюджуватись швидше і досягати кінця лінії раніше, ніж гармоніки нижчих частот. Це призводить до спотворення спектру за фазою й, як було показано в розділі 1, порушує електромагнітну сумісність кабельних ліній передачі.

Щоб уникнути цих спотворень треба використовувати режим роботи ліній без спотворень, який добре відомий в теоретичній електротехніці. В цьому й полягає запропонований в роботі метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах.

4.2 Розробка методу покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах

Як відомо, в режимі без спотворень фазова швидкість хвиль в лінії та коефіцієнт затухання не залежать від частоти. Це забезпечує передачу по лінії несинусоїдального сигналу падаючої хвилі, форма якого відповідає формі сигналу на вході. В цьому випадку частотно модульована напруга на виході ШІП буде без спотворень передаватися на затискачі двигуна, що розв'язує проблему покращення електромагнітної сумісності та проблему довгого кабелю.

У випадку одножильної кабельної лінії для досягнення режиму без спотворень треба, як відомо, виконати співвідношення

$$\frac{R_0}{L_0} = \frac{G_0}{C_0}. \quad (4.1)$$

Розглянемо можливість досягнення режиму без спотворень у випадку кабелю із двома та трьома провідниками.

У випадку двопроводного кабелю, як витікає із формул (2.7), (2.8), (2.11) та (2.12), існує дві моди коливань. Режим без спотворень при цьому може бути досягнутий лише тоді, коли коливання кожної з мод будуть передаватися без спотворень. Для першої моди із (2.11) та (2.7) маємо:

$$\underline{Z}_0 + \underline{Z}_M = R_0 + j\omega L_0 + j\omega M = R_0 + j\omega(L_0 + M),$$

$$\underline{Y}_S - \underline{Y}_{12} = (G_{10} + G_{12}) + j\omega(C_{10} + C_{12}) - G_{12} - j\omega C_{12} = G_0 + j\omega C_0.$$

Режим без спотворень для коливання першої моди буде досягнутий при виконанні умови

$$\frac{R_0}{L_0 + M} = \frac{G_0}{C_0}. \quad (4.2)$$

Для коливання другої моди із (2.8) та (2.12) отримуємо аналогічно:

$$\frac{R_0}{L_0 - M} = \frac{G_0 + 2G_{12}}{C_0 + 2C_{12}}. \quad (4.3)$$

Не важко побачити, що одночасне виконання обох умов (4.2) та (4.3) можливе лише коли $M=0$ та $G_{12}=C_{12}=0$, тобто коли зв'язки між провідниками відсутні. А це відповідає випадку застосування двох не зв'язаних магнітно та гальванічно ліній.

Таким чином, режим роботи без спотворень двожильного екранованого кабелю є теоретично неможливим.

Розглянемо тепер трифазний екранований (броньований) кабель.

У випадку кабелю із трьома провідниками, як показано в розділі 2, хвильовий процес обумовлено трьома модами коливань. Перша мода описується коефіцієнтом розповсюдження (2.36), а дві інших – коефіцієнтом розповсюдження, який розраховується за формулою (2.37). Тут слід відмітити, що корінь (2.37) є кратним коренем характеристичного рівняння (2.31).

Для коливань першої моди з (2.36) та (2.59) маємо:

$$\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1 = R_0 + j\omega L_0 + 2j\omega M = R_0 + j\omega(L_0 + 2M),$$

$$\underline{Y}_0 - 2\underline{Y}_1 = (G_0 - 2G_{12}) + j\omega(C_0 - 2C_{12}).$$

Спотворень першої моди не виникатиме за умови

$$\frac{R_0}{L_0 + 2M} = \frac{G_0 - 2G_{12}}{C_0 - 2C_{12}}. \quad (4.4)$$

Для коливань другої та третьої моди з (2.37) та (2.60) отримуємо співвідношення для можливого режиму роботи без спотворень:

$$\frac{R_0}{L_0 - M} = \frac{G_0 + G_{12}}{C_0 + C_{12}}. \quad (4.5)$$

Як можна побачити, одночасне виконання умов (4.4) та (4.5) можливе лише за відсутності зв'язків між проводами лінії, коли $M=0$ та $G_{12} = C_{12} = 0$.

Таким чином, робота в режимі без спотворень для трифазного екранованого (броньованого) кабелю є теоретично неможливою.

Таким чином, в розділі математично доведено, що в багатожильних кабельних лініях робота в режимі без спотворень неможлива, тому що неможливо одночасно досягти цього режиму для різних мод хвильового процесу. Робота в режимі без спотворень можлива лише для одножильного кабелю, в якому існує тільки одна (перша) мода коливань.

На підставі цього висновку запропоновано метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів, який полягає в використанні системи окремих екранованих одна від одної одножильних кабельних ліній без спотворень за умови (4.1). Для досягнення цієї умови слід використовувати штучне підвищення питомої індуктивності за рахунок включення вздовж довжини кабелю додаткових котушок індуктивності. Кількість таких додаткових котушок залежить від довжини кабелю. Однак, для збереження рівномірності первинних параметрів, відстань між котушками не повинна перевищувати одного метра. Запропонований метод описано в роботі [6] та реалізовано в [11].

Враховуючи конструктивні особливості одножильних броньованих кабелів, ці котушки слід включати в розрив екрану (броні) кабелю по його поверхні. Поверхнєве розміщення додаткових котушок легко реалізувати на

практиці. Схематичний вигляд розміщення додаткової котушки показано на рис. 4.1.

Для перевірки запропонованої методики покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів було досліджено спотворення форми прямокутного сигналу на виході ШПІ при його розповсюдженні вздовж кабелю заданої довжини. Дослідження виконано розрахунковим шляхом для двох кабельних ліній: звичайного одножильного кабелю з первинними параметрами згідно із таблицею 2, та кабелю, питома індуктивність якого штучно збільшена до значення $4,56 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, при якому задовольняється умова (2.1).

Для досягнення режиму без спотворень індуктивність додаткової котушки повинна становити $4,54 \cdot 10^{-3} \text{ H}$ а вона повинна мати лише 380 витків. На вхід кабелю подано прямокутний імпульсний сигнал амплітудою 100 V , частотою 1000 Hz та скважністю 2.

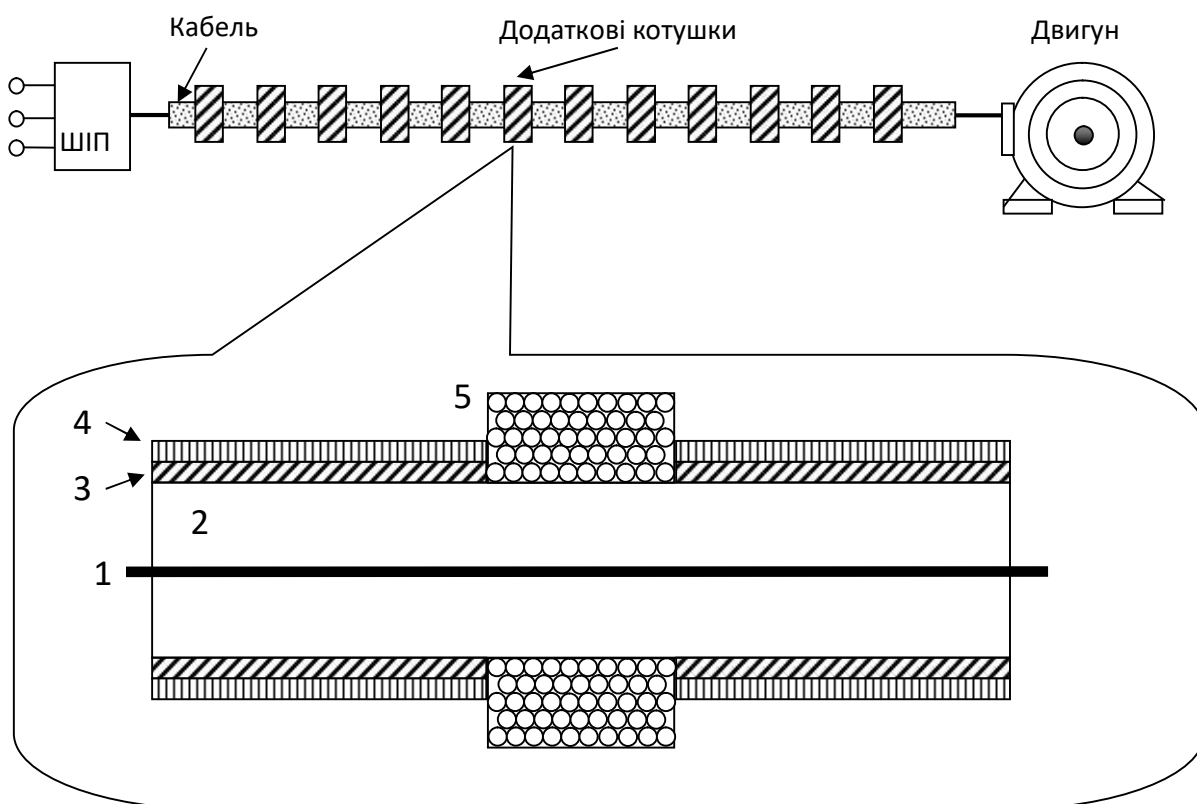


Рисунок 4.1 – Схематичний вигляд розміщення додаткових котушок індуктивності: 1 – центральна жила; 2 – внутрішня ізоляція; 3 – броня; 4 – зовнішня ізоляція; 5 – додаткова котушка

Для оцінки спотворень форми кривої напруги на виході кабелю відносно напруги на його вході запропоновано використовувати коефіцієнт спотворення форми k_F , який розраховується за формулою:

$$k_F = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^N \left(\frac{U_{1i}}{U_{11}} - \frac{U_{2i}}{U_{21}} \right)^2}}{N},$$

де N – кількість гармонік в розкладанні в ряд Фур'є, U_{1i} – амплітуда i -ї гармоніки вхідної напруги, U_{2i} – амплітуда i -ї гармоніки вихідної напруги, U_{11} та U_{21} – амплітуди перших гармонік вхідної та вихідної напруги відповідно. При значенні $k_F = 0$ форми обох напруг співпадають.

Результати розрахунків k_F для звичайного кабелю та кабелю без спотворень в залежності від довжини l наведено в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Результати розрахунків коефіцієнту спотворень форми напруг

Довжина l , m	Звичайний кабель		Кабель без спотворень	
	k_f	lgk_f	k_f	lgk_f
10	0,0000216	-4,67	0,0000032	-5,49
20	0,0000744	-4,13	0,0000082	-5,09
30	0,0001706	-3,77	0,0000153	-4,82
40	0,0003192	-3,50	0,0000247	-4,61
50	0,0005378	-3,27	0,0000365	-4,44
60	0,0008632	-3,06	0,0000508	-4,29
70	0,0013797	-2,86	0,0000676	-4,17
80	0,0023437	-2,63	0,0000870	-4,06
90	0,0053153	-2,27	0,0001092	-3,96
100	0,0267815	-1,57	0,0001343	-3,87
200	0,0376915	-1,42	0,0006011	-3,22
300	0,0435353	-1,36	0,0021611	-2,67

Продовження таблиці 4.1

Довжина l , m	Звичайний кабель		Кабель без спотворень	
	k_f	lgk_f	k_f	lgk_f
310	0,0541298	-1,27	0,0025466	-2,59
320	0,0299229	-1,52	0,0030689	-2,51
330	0,0358486	-1,45	0,0038366	-2,42
340	0,0286603	-1,54	0,0051338	-2,29
350	0,0586655	-1,23	0,0080579	-2,09

Зважаючи на велику різницю між значеннями коефіцієнту k_F в таблиці, для зручності порівняння та графічного відображення, розраховано його десятковий логарифм lgk_F . Для наглядного відображення спотворення форми, на рис. 4.2 – рис. 4.5 наведено графіки вихідної напруги звичайного кабелю та кабелю без спотворень для двох значень довжини. По осі абсцис графіків відкладено час в секундах, а по осі ординат – напругу в вольтах. Пунктирною лінією на усіх графіках показано вхідну напругу кабелів.



Рисунок 4.2 – Форма вихідної напруги для звичайного кабелю довжиною 10 м

Як можна бачити із рис. 4.3, звичайний кабель довжиною вже 95 метрів створює значні спотворення форми вихідної напруги. Цій довжині відповідає значення $k_F = 0,012$. На цій же відстані кабель без спотворень (рис. 4.4)

практично не змінює форму вихідної напруги. Коефіцієнт k_F на відстані 100 метрів для такого кабелю дорівнює лише 0,0001343, тобто у 90 разів нижчий за відповідний коефіцієнт для звичайного кабелю. Як показали дослідження, форму вихідної напруги можна вважати прийнятною для роботи двигунів в електроприводі з частотним управлінням при $k_F \leq 0,01$. Таке значення k_F для звичайного кабелю відповідає довжині 65 метрів, а для кабелю без спотворень – 320 метрів.

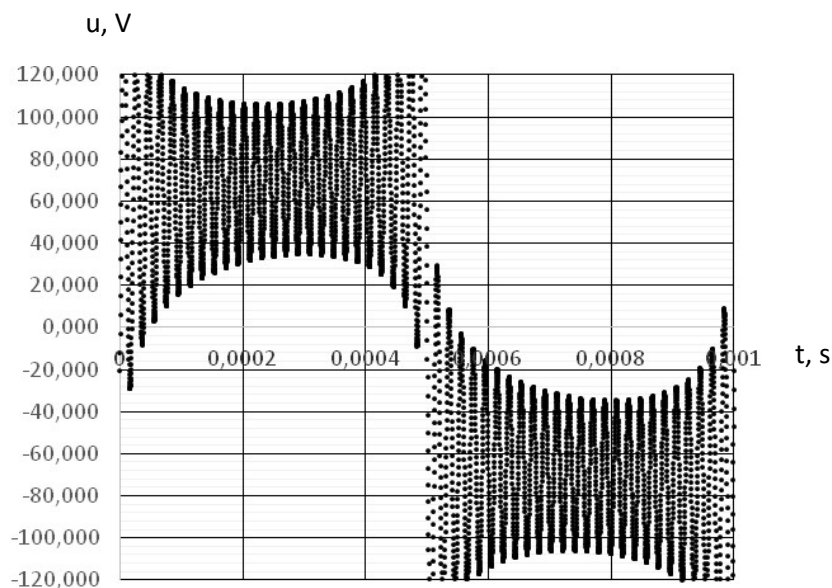


Рисунок 4.3 – Форма вихідної напруги для звичайного кабелю довжиною 95 m

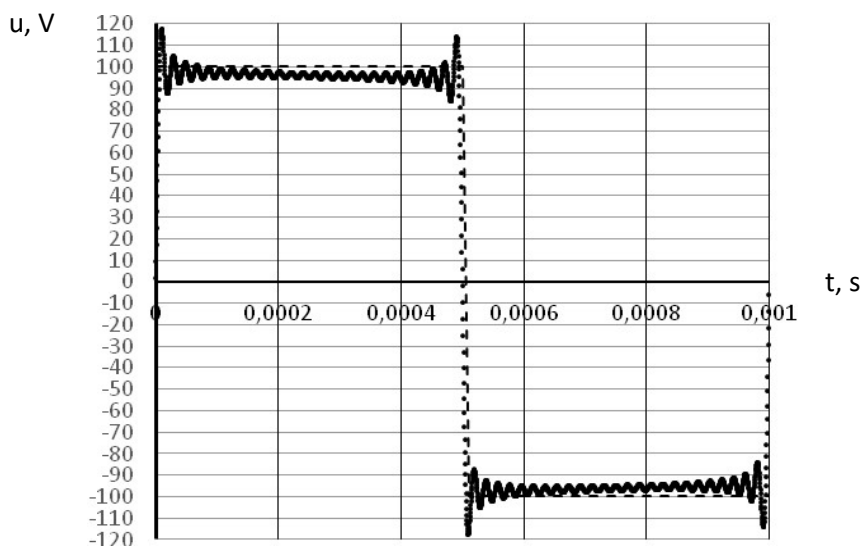


Рисунок 4.4 – Форма вихідної напруги для кабелю без спотворень довжиною 100 m

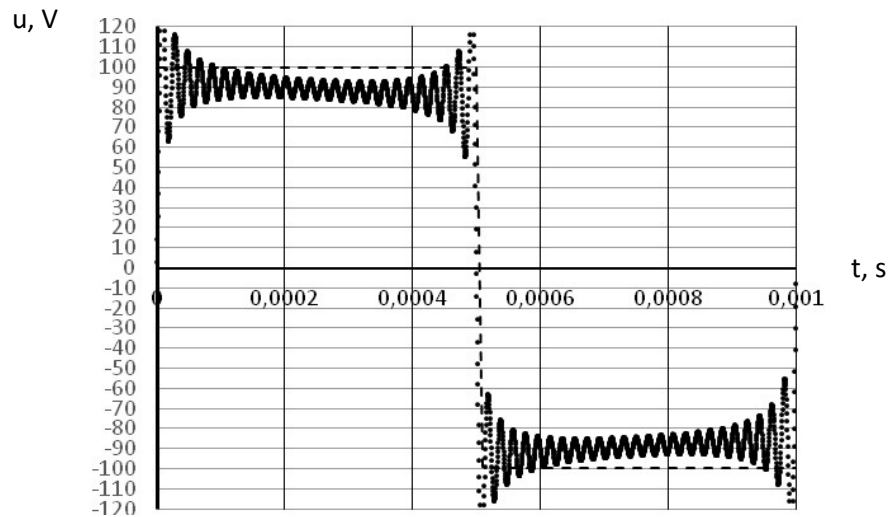


Рисунок 4.5 – Форма вихідної напруги для кабелю без спотворень довжиною 300 м

Як можна побачити з рис. 4.5, при довжині 300 метрів форма вихідної напруги кабелю без спотворень фактично не змінюється.

Отже, запропонована в роботі методика покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів дозволяє збільшити відстань між ШПІ та двигуном у 3–5 разів у порівнянні із використанням звичайного кабелю.

Побудовано графік залежності коефіцієнту спотворення форми k_F від довжини кабелю у звичайному режимі та режимі без спотворень. Цей графік показано на рис. 4.6. Для зручності, зважаючи на велику різницю, для коефіцієнту спотворень обрано логарифмічну шкалу. Графік, наведений на рис. 4.6 має велике практичне значення. Його можна використовувати для визначення максимально допустимої довжини кабельної лінії в залежності від заданого допустимого коефіцієнту спотворень. Так, наприклад, із рис. 6 можна визначити, що при жорсткій вимозі, коли напруга від ШПІ до двигуна повинна передаватись практично без спотворень ($k_F \leq 0,001$), максимальна довжина кабелю не повинна становити більше 240 метрів. При зменшенні вимог ($k_F \leq 0,01$) довжина кабелю може бути збільшена до 320 метрів. При більш

значних довжинах вплив вищих гармонік зростає. Тому для забезпечення ЕМС при більших довжинах доцільно використовувати фільтри вищих частот.

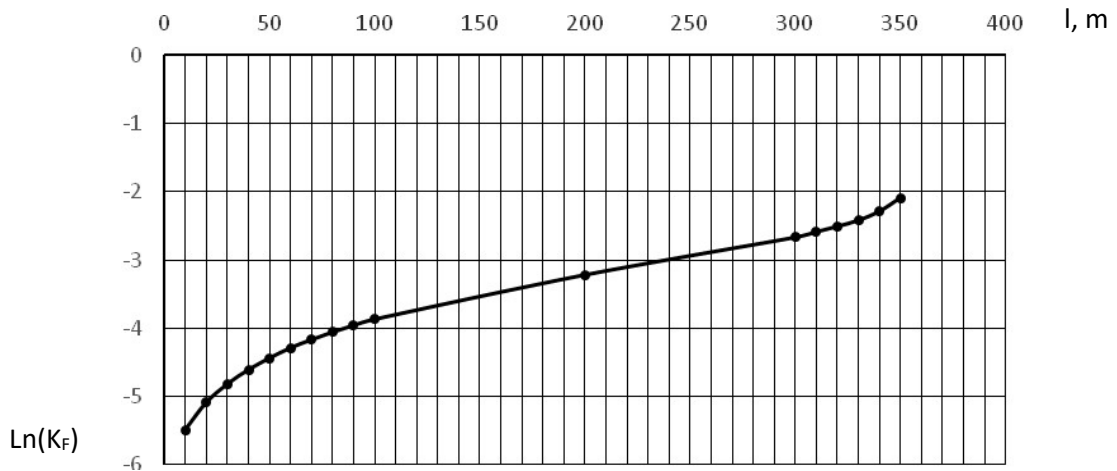


Рисунок 4.6 – Залежність логарифму коефіцієнту спотворень форми від довжини кабелю

Запропоноване в роботі використання одножильного кабелю має ще одну перевагу. В підрозділі 2.3 було розглянуто вплив взаємних зв'язків на можливість виникнення режиму узгодженого навантаження. Як показано в підрозділі 2.3, наявність зв'язків знижує ККД системи та не дає змоги досягти цього режиму. При використанні одножильного кабелю можна досягти режиму узгодженого навантаження, що дозволить підвищити ККД частотно-регульованого електроприводу.

Таким чином, в розділі 4 створено та перевірено метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах.

4.3. Висновки за четвертим розділом

Виходячи із сказаного вище, можна зробити такі висновки:

1. Основною причиною виникнення проблеми електромагнітної сумісності в довгих лініях зв'язку частотних електроприводів є спотворення форми напруги на виході лінії.

2. Розв'язання цієї проблеми можливе лише за умови роботи лінії електропередачі в режимі без спотворень.

3. На підставі аналізу типів коливань, запропоновано метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах.

4. Здійснено перевірку роботи запропонованого методу. Виявлено, що використання режиму роботи без спотворень дозволяє збільшити довжину кабельної лінії принаймні у три рази у порівнянні зі звичайним кабелем.

Результати наукових досліджень, отримані у даному розділі, опубліковано у [6] та [11].

ВИСНОВКИ

У дисертації наведено теоретичне обґрунтування й розв'язання *актуальної науково-прикладної задачі*, яка полягає в розробці методів та моделей покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів в частотно-регульованих електроприводах.

Отримані наукові та практичні результати дозволяють зробити такі висновки:

1. В роботі дістала подальшого розвитку математична модель розповсюдження електричної енергії в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням, в якій, на відміну від існуючих, запропоновано аналітичні вирази для струмів та напруг, що дозволило розробити точний метод розрахунку хвильових процесів в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням;

2. На підставі математичної моделі розповсюдження електричної енергії в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням створено метод аналітичного розрахунку коефіцієнту корисної дії лінії, завдяки якому визначено умови передачі електричної енергії між частотними перетворювачами та асинхронними двигунами із мінімальними втратами;

3. Створено математичні моделі роботи кабельних ліній в режимі без спотворень, на підставі яких зроблено висновок про неможливість покращення електромагнітної сумісності при використанні багатожильних кабелів як ліній зв'язку між частотними перетворювачами та двигунами;

4. Удосконалено методику експериментального визначення первинних параметрів кабелів, яка не потребує спеціальної апаратури, та дозволила визначити первинні параметри для виконання математичного моделювання розповсюдження електричної енергії в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням;

5. Запропоновано методику покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів. Ця методика полягає в використанні системи окремих екранованих одножильних кабельних ліній, які працюють в режимі без спотворень, що дозволило досягти електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та асинхронних електричних двигунів.

6. Розроблено спосіб створення режиму роботи кабельних ліній без спотворень завдяки встановленню додаткових котушок індуктивності в розрив броні кабелю;

7. Доведено, що при використанні розробленої методики покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів, довжина кабельної лінії може бути збільшена до п'яти разів при збереженні електромагнітної сумісності. *Таким чином, мету роботи досягнуто.*

8. Достовірність отриманих результатів підтверджується:

– обґрунтованістю припущень, прийнятих при розробці моделей і методів;

– експериментальними результатами дослідження розповсюдження електромагнітної енергії в кабельних лініях;

– математичним моделюванням роботи кабельних ліній в режимі без спотворень.

9. Напрямок подальших досліджень може бути вивчення особливостей сумісної роботи кабельних ліній без спотворень з електричними фільтрами різних типів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, и Г. Н. Кучеренко, «Установившиеся режимы в связанных двухпроводных линиях передачи», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 14 (90), с. 61 – 66, 2014.

[2] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, и Г. Н. Кучеренко, «Влияние взаимных связей между проводниками кабеля на режим работы электрических сетей» *Электротехнические и компьютерные системы*, № 19 (95), с. 142 – 145, 2015.

[3] D. Maevsky, E. Maevskaya, and A. Semenug, «Influence of connections between Three-Phase cable conductors on quality of electrical energy», *Science. Business. Society*, Vol. 1, №. 4/2016, p. 7 – 10, 2016.

[4] D. Maevsky, A. Savieliev, E. Maevskaya, A. Semenug, and S. Horokholynskyi, «Coefficient of efficiency of coupled electric power transmission lines», *Proceedings of 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering*, 2018. (Видання індексується у SCOPUS)

[5] Д. А. Маєвський, О. М. Бесараб, О. М. Семенюг, та О. Ю. Маєвська, «Експериментальне визначення первинних параметрів ліній електропередач», *Електротехнічні та комп'ютерні системи*, № 30 (106), с. 31 – 38, 2019.

[6] Семенюг О. М., «Використання ліній без спотворень як спосіб розв'язання проблеми довгого кабелю», *Вісник Львівської Політехніки, серія «Радіоелектроніка та телекомунікації»*, № 909, с. 82 – 91, 2019.

[7] А. Н. Семенюг, «Схема замещения трехфазного электрического кабеля с учетом взаимных влияний между проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 21 (97), с. 43 – 48, 2016.

[8] Д. А. Маевский, Е. Ю. Маевская, А. Н. Семенюг, и С. Н. Огинская, «Особенности несимметричных режимов работы трехфазного кабеля с учетом связей между его проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 22 (98), с. 84 – 90, 2016.

[9] Д. А. Маевский, Е. Ю. Маевская, А. Н. Семенюг, и А. А. Савельев, «Коэффициент полезного действия двухпроводного электрического кабеля с учетом взаимных влияний между его проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 24 (100), с. 91 – 96, 2017.

[10] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, Е. Ю. Маевская, и Г. Н. Кучеренко, «Математическое моделирование электромагнитных процессов в экранированных кабелях», *Тези доповідей Десятої міжнародної науково-практичної конференції Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2015*, с. 183 – 187, 2015.

[11] О. М. Семенюг, «Спосіб покращення електромагнітної сумісності кабельної лінії з широтно-імпульсним перетворювачем і асинхронним електродвигуном», *Патент України на корисну модель*, № u201907202; заявл. 27.06.2019; опубл. 20.08.2019.

[12] «Правила улаштування електроустановок», *Видання офіційне, Видавництво «Форт»*, 760 с., 2017.

[13] С. W. Gellings, M. Samotyj, and B. Howe, «The future's smart delivery system [electric power supply]», *IEEE Power and Energy Magazine*, Vol. 2, № 5, p. 40 – 48.

[14] Zhao L, «Identification of power quality disturbances based on improved TT transform and support vector classifier», *Proceedings of the 2016 IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia)*, p. 416 – 420, 2016.

[15] В. С. Андреев, «Теория нелинейных электрических цепей: Учебное пособие для вузов», *Радио и связь*, 280 с., 1982.

[16] «Влияние качества электроэнергии на работу электродвигателей» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://electricalschool.info/main/elsnabg/851-vlijanie-kachestva-jelektroenergii-na.html>

[17] Л. А. Бессонов, «Теоретические основы электротехники. Электрические цепи», *Учебник*, 10-е изд., 638 с., 2002.

[18] ГОСТ 13109-97. «Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения», *Изд-во стандартов*, 31 с., 1998.

[19] S. Fakhry, «The capability of the national institute of standards in the electromagnetic compatibility measurements», *Conference on Precision Electromagnetic Measurements Digest*, p.p. 436 – 437, 2008, doi: 10.1109/CPEM.2008.4574840

[20] K. B. Reddy, and P. V. Y. Jayasree, «Simplification of EMI for oblique incident of single shield EM waves», *Proceedings of the International Conference & Workshop on Emerging Trends in Technology (ICWET '11)*, p.p. 1161 – 1164, 2011, doi: 10.1145/1980022.1980272

[21] J. Roizen, C. E. Anderson, and F. M. Remley, «International Electrotechnical Commission Meetings: Technical Committee 60 (Recording), SC 60B – Video Recording», *Journal of the SMPTE*, Vol. 84, No. 8, p.p. 618 – 619, 1975, doi: 10.5594/J13321

[22] «IEC EN 61000-1-1, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 1: General - Section 1: Application and interpretation of fundamental definitions and terms», *CEI*, 64 P., 1992.

[23] «IEC/TR 61000-2-1, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 2: Environment - Section 1: Description of the environment - Electromagnetic environment for low-frequency conducted disturbances and signaling in public power supply systems», *CEI*, 48 P., 1990.

[24] «IEC/TR 61000-2-3, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 2: Environment - Section 3: Description of the environment - Radiated and non-network-frequency-related conducted phenomena», *CEI*, 48 P., 2006.

[25] «IEC 61000-3-2, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-2 - Limits - Limits for harmonic current emissions (equipment input current ≤ 16 A per phase)», *CEI*, 46 P., 2006.

[26] «IEC 61000-3-4, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-4: Limits - Limitation of emission of harmonic currents in low-voltage power supply systems for equipment with rated current greater than 16 A», *CEI*, 29 P., 1998.

[27] «IEC 61000-3-5, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-5: Limits - Limitation of voltage fluctuations and flicker in low-voltage power supply systems for equipment with rated current greater than 75 A», *CEI*, 21 P., 2009.

[28] «IEC 61000-4-1, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-1: Testing and measurement techniques - Overview of IEC 61000-4 series», *CEI*, 19 P., 2016.

[29] «IEC 61000-4-2, Electromagnetic compatibility (EMC)- Part 4-2: Testing and measurement techniques - Electrostatic discharge immunity test», *CEI*, 44 P., 2008.

[30] «IEC 61000-4-3, Electromagnetic compatibility (EMC)- Part 4-3: Testing and measurement techniques - Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test», *CEI*, 111 P., 2006.

[31] «IEC 61000-4-4, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-4: Testing and measurement techniques - Electrical fast transient/burst immunity test», *CEI*, 28 P., 1995.

[32] «IEC 61000-4-5, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-5: Testing and measurement techniques - Surge immunity test», *CEI*, 155 P., 2014.

[33] «IEC 61000-4-6, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-6: Testing and measurement techniques - Immunity to conducted disturbances, induced by radio-frequency fields», *CEI*, 168 P., 2013.

[34] «IEC 61000-4-7, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-7: Testing and measurement techniques - General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto», *CEI*, 71 P., 2002.

[35] «IEC 61000-4-8, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-8: Testing and measurement techniques - Power frequency magnetic field immunity test», *CEI*, 65 P., 2009.

[36] «IEC 61000-4-9, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-9: Testing and measurement techniques - Pulse magnetic field immunity test», *CEI*, 57 P., 1993.

[37] «IEC 61000-4-11, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-11: Testing and measurement techniques - Voltage dips, short interruptions and voltage variations immunity tests», *CEI*, 51 P., 2004.

[38] IEC 61000-4-12, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 4-12: Testing and measurement techniques - Ring wave immunity test. – *CEI*, 63 P., 2006.

[39] «IEC 61000-6-1, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 6-1: Generic standards - Immunity for residential, commercial and light-industrial environments», *CEI*, 31 P., 2005.

[40] «IEC 61000-6-2, Electromagnetic compatibility (EMC). Generic standards. Immunity for industrial environments», *CEI*, 20 P., 2005.

[41] «IEC 61000-6-3, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 6-3: Generic standards - Emission standard for residential, commercial and light-industrial environments», *CEI*, 27 P., 2006.

[42] «IEC 61000-6-4, Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 6-4: Generic standards - Emission standard for industrial environments», *CEI*, 23 P., 2006.

[43] А. К. Шидловский, и В. Г. Кузнецов, «Повышение качества энергии в электрических сетях» *Наукова думка*, 267 С., 1986

[44] «Качество электрической энергии» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.sonel.ru/ru/biblio/article/quality-voltage/>

[45] Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, и Э. П. Чернышев, «Основы теории электрических цепей: Учебник для вузов», *Издательство «Лань»*, 464 с., 2002.

[46] В. П. Карпушенко, Л. А. Щебенюк, Ю. О. Антонець, та О. А. Науменко, «Силіві кабелі низької та середньої напруги. Конструювання, технологія, якість: Підручник», *Регіон-інформ*, 376 с., 2000.

[47] А. Н. Бесараб, В. Н. Невольниченко, М. Ю. Шабовта, Я. А. Соколов, и И. И. Тищенко, «Уменьшение технологических потерь электроэнергии в городских распределительных сетях напряжением 10 (6) кВ путем оптимизации мест размыкания контуров», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 21 (97), С. 70 – 75, 2016.

[48] S. Jeong, Y. Park, and G. Han, «An estimation method of rotation speed for minimizing speed variation on restarting of induction motor», *8th International Conference on Power Electronics*, pp. 697 – 704, 2011, doi: 10.1109/ICPE.2011.5944642

[49] M. Kotsur, D. Yarymbash, I. Kotsur, Y. Bezverkhnia, and D. Andrienko, «Speed synchronization methods of the energy-efficient electric drive system for induction motors», *14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, pp. 304 – 307, 2018, doi: 10.1109/TCSET.2018.8336208

[50] J. Wadibhasme, S. Zaday, and R. Somalwar, «Review of various methods in improvement in speed, power & efficiency of induction motor», *International Conference on Energy, Communication, Data Analytics and Soft Computing (ICECDS)*, pp. 3293 – 3296, 2017, doi: 10.1109/ICECDS.2017.8390068

[51] B. K. Bose, «Power Electronics and Motor Drives Recent Progress and Perspective», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, No. 56 (2), pp. 581–588, 2009, doi:10.1109/tie.2008.2002726

[52] В. Н. Ванурин, «Статорные обмотки многоскоростных асинхронных двигателей для привода вентиляторов», *Научный журнал КубГАУ*, №87(03), Стр. 1 – 20, 2013.

[53] В. Ткачук, «Широтно-фазовий спосіб регулювання частоти обертання електроприводів на базі вентильних двигунів», *Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія и практика: Вестн. ХПГУ, спец. Вып.*, С. 185 – 186, 1998.

[54] Б. Т. Кононов, А. О. Нечаус, та Н. М. Рябуха, «Система керування частотно-регульованим електроприводом на базі асинхронного електричного

двигуна» *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил, Випуск 3(40)*, С. 136 – 140, 2014.

[55] E. Agamloh, A. Cavagnino, and S. Vaschetto, «Induction machine efficiency measurement using a variable frequency drive source», *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 768-775, 2017, doi: 10.1109/ECCE.2017.8095862

[56] A. Fekik, H. Denoun, N. Benamrouche, N. Benyahia, A. Badji, and M. Zaouia, «Comparative analysis of direct power control and direct power control with space vector modulation of PWM rectifier», *4th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT)*, pp. 1– 6, 2016, doi: 10.1109/CEIT.2016.7929058

[57] Э. В. Колесников, «Квазистационарные электромагнитные поля в системах с однонаправленным полем тока», *Известия вузов СССР. Электромеханика*, № 12, С. 18 – 26, 1970.

[58] A. Consoli, G. Scelba, G. Scarcella, and M. Cacciato, «New scalar control for full speed operating range IM drives», *IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, pp. 170 – 175, 2011, doi: 10.1109/IEMDC.2011.5994613

[59] I. Senol, N. Bekiroglu, and S. Ozcira, «Design and application of a new sensorless induction motor drive implemented by using field-oriented vector control method», *4th International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, pp. 1543 – 1547, 2013, doi: 10.1109/PowerEng.2013.6635845

[60] K. Klimkowski, and M. Dybkowski, «Adaptive fault tolerant direct torque control structure of the induction motor drive», *International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE)*, pp. 7 – 12, 2015, doi: 10.1109/EDPE.2015.7325261

[61] D. Jinqiang, and G. Yuanlou, «The Application of PWM Control in Proportional Control System», *International Conference on Electrical and Control Engineering*, 2010, pp. 4388 – 4390, doi: 10.1109/iCECE.2010.1066

[62] Эффективные Системы [Электронный ресурс]: [Веб-сайт]. Электронні дані. – Москва: ООО «Эффективные Системы», 2002–2019. Режим доступа: <http://www.softstarter.ru/invertors/princip-raboty/> (дата звернення 03.06.2018) – Назва з екрана.

[63] Y. Sato, and M. Jiang, «Output Waveform Improvement of High Switching Frequency PWM Inverters Introducing Digital Signal Processing», *Power Conversion Conference*, pp. 800 – 803, 2007, doi: 10.1109/PCCON.2007.373058

[64] S. Rahimi, W. Wiechowski, M. Randrup, J. Ostergaard, and A. H. Nielsen, «Identification of Problems when Using Long High Voltage AC Cable in Transmission System I: Switching Transient Problems», *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition*, pp. 1–7, 2008, doi: 10.1109/TDC.2008.4517183

[65] E. Persson, «Transient effects in application of PWM inverters to induction motors», *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 28, No. 5, pp. 1095 – 1101, 1992, doi: 10.1109/28.158834

[66] B. Mokrytzki, «Filters for adjustable frequency drives», *Proceedings of 1994 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - ASPEC'94*, Vol.1, P. 542 – 548, 1994, doi: 10.1109/APEC.1994.316351

[67] A. von Jouanne, D. A. Rendusara, P. N. Enjeti, and J. W. Gray, «The effect of long motor leads on PWM inverter fed AC motor drive systems», *Proceedings of 1995 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC'95*, Vol.2, pp. 592 – 597, 1995, – doi: 10.1109/APEC.1995.469081

[68] T. Takahashi, M. Tetmeyer, H. Tsai, and T. Lowery, «Motor lead length issues for IGBT PWM drives», *Conference Record of 1995 Annual Pulp and Paper Industry Technical Conference*, P. 21 – 27, 1995, doi: 10.1109/PAPCON.1995.404854

[69] L. Gubbala, A. von Jouanne, P. Enjeti, C. Singh, and H. Toliyat, «Voltage distribution in the windings of an AC motor subjected to high dV/dt PWM voltages», *Proceedings of PESC '95 - Power Electronics Specialist Conference*, Vol.1, P. 579 – 585, 1995, doi: 10.1109/PESC.1995.474867

[70] C. J. Melhorn, and Le Tang, «Transient effects of PWM ASDs on standard squirrel cage induction motors», *IAS '95. Conference Record of the 1995 IEEE Industry Applications Conference Thirtieth IAS Annual Meeting*, Vol.3, P. 2689 – 2695, 1995, doi: 10.1109/IAS.1995.530645

[71] A. von Jouanne, D. A. Rendusara, P. N. Enjeti, and J. W. Gray, «Filtering techniques to minimize the effect of long motor leads on PWM inverter-fed AC motor drive systems», *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 32, No. 4, P. 919 – 926, 1996, doi: 10.1109/28.511650

[72] A. von Jouanne, and P. Enjeti, «Design considerations for an inverter output filter to mitigate the effects of long motor leads in ASD applications» *Proceedings of Applied Power Electronics Conference APEC '96*, Vol.2, P. 579 – 585, 1996, doi: 10.1109/APEC.1996.500499

[73] L. A. Saunders, G. L. Skibinski, S. T. Evon, and D. L. Kempkes, «Riding the reflected wave-IGBT drive technology demands new motor and cable considerations», *Proceedings of 1996 IAS Petroleum and Chemical Industry Technical Conference*, P. 75 – 84, 1996, doi: 10.1109/PCICON.1996.564866

[74] R. Kerkman, D. Leggate, and G. Skibinski, «Interaction of drive modulation and cable parameters on AC motor transients», *IAS '96. Conference Record of the 1996 IEEE Industry Applications Conference Thirty-First IAS Annual Meeting*, Vol. 1, P. 143 – 152, 1996, doi: 10.1109/IAS.1996.557008

[75] G. Skibinski, «Design methodology of a cable terminator to reduce reflected voltage on AC motors», *IAS '96. Conference Record of the 1996 IEEE Industry Applications Conference Thirty-First IAS Annual Meeting*, Vol. 1, P. 153 – 161, 1996, doi: 10.1109/IAS.1996.557009

[76] A. von Jouanne, and P. Enjeti, «Design considerations for an inverter output filter to mitigate the effects of long motor leads in ASD applications», *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 33, No. 5, P. 1138 – 1145, 1997, doi: 10.1109/28.633789

[77] Huang Fengtai, and Luo Fang Lin, «Effects of long motor cables and short switching times on inverter fed induction motor drive systems», *Proceedings of*

Second International Conference on Power Electronics and Drive Systems, Vol. 2, P. 670 – 674, 1997, doi: 10.1109/PEDS.1997.627439

[78] J. A. Pomilio, C. R. de Souza, L. Matias, P. L. D. Peres, and I. S. Bonatti, «Driving AC motors through a long cable: the inverter switching strategy», *IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record*, P. MB1/4.1-MB1/4.3, 1997, doi: 10.1109/IEMDC.1997.604082

[79] R. J. Kerkman, D. Leggate, D. Schlegel, and G. Skibinski, «PWM inverters and their influence on motor overvoltage», *Proceedings of APEC 97 - Applied Power Electronics Conference*, Vol. 1, P. 103 – 113, 1997, doi: 10.1109/APEC.1997.581440

[80] G. Skibinski, D. Leggate, and R. Kerkman, «Cable characteristics and their influence on motor over-voltages», *Proceedings of APEC 97 - Applied Power Electronics Conference*, Vol. 1, P. 114 – 121, 1997, doi: 10.1109/APEC.1997.581441

[81] G. Skibinski, R. Kerkman, D. Leggate, J. Pankau, and D. Schlegel, «Reflected wave modeling techniques for PWM AC motor drives», *APEC '98 Thirteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition*, Vol. 2, P. 1021 – 1029, 1998, doi: 10.1109/APEC.1998.654023

[82] A. M. Hava, R. J. Kerkman, and T. A. Lipo, «Carrier-based PWM-VSI overmodulation strategies: analysis, comparison, and design», *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 13, No. 4, IEEE, P. 674 – 689, 1998 doi: 10.1109/63.704136

[83] Sharifabadi Kamran, Harnefors Lennart, Nee Hans-Peter, Norrga Staffan, and Teodorescu Remus, «Modulation and Submodule Energy Balancing: in Design, Control, and Application of Modular Multilevel Converters for HVDC Transmission Systems», *Wiley-IEEE Press*, 412 p, 2016, doi: 10.1002/9781118851555.ch5

[84] E. A. Vendrusculo, and J. A. Pomilio, «Power cable parameters estimation in long distance driving of electrical machines», *Proceedings IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC'99)*, P. 410 – 412, 1999, doi: 10.1109/IEMDC.1999.769130

[85] Д. А. Маевский, «Математическое моделирование переходных процессов в связанных полосковых линиях без потерь», *Теоретическая электротехника*, № 45, С. 60 – 65, 1988.

[86] Д. А. Маевский, «Математическая модель системы связанных полосковых линий», *Электромашинобудування та електрообладнання*, № 71, С. 64 – 67, 2008.

[87] P. Prasad, and R. Ravindran, «Partial Differential Equations», 1985.

[88] Л. А. Бесснов, «Теоретические основы электротехники. Электрические цепи», *Высшая школа*, 584 с., 1980.

[89] Г. А. Большанин, и Л. Ю. Большанина, «Особенности распространения электрической энергии по трехпроводной линии электропередачи», *Системы. Методы. Технологии*, № 1(3), С. 58 – 63, 2010.

[90] Г. А. Большанин, Л. Ю. Большанина, и Е. Г. Марьясова, «Особенности распространения электрической энергии по трехпроводной линии электропередачи», *Системы. Методы. Технологии*, № 3(11), С. 82 – 89, 2011.

[91] Г. А. Большанин, Л. Ю. Большанина, Е. Г. Марьясова, и Т. Г. Коробова, «Выбор оптимального места подключения электрической нагрузки к действующей линии электропередачи», *Системы. Методы. Технологии*, № 1(17), С. 64 – 70, 2013.

[92] М. В. Костенко, Л. С. Перельман, и Ю. П. Шкарин, «Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения», *Энергия*, 272 С, 1973.

[93] G. Mazzanti, M. and Marzinotto, «Fundamentals of HVDC Cable Transmission», *Wiley-IEEE Press*, 384 p, 2013.

[94] G. Karady, and K. Holbert, «Transmission Lines and Cables», *Wiley-IEEE Press*, 854 p, 2013.

[95] Андре Анго, «Математика для электро- и радиоинженеров», *Наука*, 780 с, 1965.

[96] Wolfram Alpha, «Computational Knowledge Engine», [Electronic Resource], Access Mode: <https://www.wolframalpha.com/>

[97] И. Г. Петровский, «Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений», МГУ, 296 с, 1984.

[98] И. М. Гельфанд, «Лекции по линейной алгебре», Добросвет, 319 с, 1998.

[99] J. Yin, J. Zhao, X. Wang, H. Liu, and Y. Gao, «An online measuring method of impedance parameters of asymmetric transmission lines», *12th International Conference on Natural Computation, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (ICNC-FSKD)*, p. 2241 – 2245, 2016, doi: 10.1109/FSKD.2016.7603530

[100] Zhengguang Yang, and Donglin Su, Lv, S., «Analysis of characteristic impedance of strip double line», *IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications*, Vol. 1, p. 95 – 98, 2005, doi: 10.1109/MAPE.2005.1617856

[101] A. M. Dan, and D. Raisz, «Estimation of transmission line parameters using wide-area measurement method», *IEEE Trondheim PowerTech*, pp. 1 – 6, 2011, doi: 10.1109/PTC.2011.6019406

[102] Z. Fu, J. Guo, and Y. Li, «Calculation of Line Parameters in Different Grounding Modes of Double Earth Wire», *International Symposium on Computer, Consumer and Control (IS3C)*, p. 148 – 151, 2016, doi: 10.1109/IS3C.2016.48

[103] «АТР-ЕМТР», [Электронный ресурс]: [Веб-сайт]. – *Електронні дані*, San Francisco, CA: Scribd 2019, Режим доступу: <https://ru.scribd.com/doc/312396735/АТР-ЕМТР> (дата звернення 17.02.2019) – Назва з екрана.

[104] Xun Tangsheng, Wang Li, Zhang Song, Zhang Linlin, Kong Jin, and Cong Wei, «Study on online calculation method of transmission line parameters», *11th IET International Conference on Developments in Power Systems Protection (DPSP 2012)*, pp. 1 – 4, 2012, doi: 10.1049/cp.2012.0120

[105] Z. Fu, D. Ju, and Y. Li, «The Calculation of 750kV Line Parameters Based on ATP-EMTP Simulation», *2016 International Symposium on Computer, Consumer and Control (IS3C)*, p. 160 – 163, 2016, doi: 10.1109/IS3C.2016.51

[106] «IEEE Guide for the Parameter Measurement of AC Transmission Lines», *IEEE Std 1870-2019*, pp.1 – 99, 8 July 2019, doi: 10.1109/IEEESTD.2019.8755346

[107] J. Luo, K. Zhang, T. Chen, G. Zhao, P. Wang, and S. Feng, «Distributed parameter circuit model for transmission line», *International Conference on Advanced Power System Automation and Protection*, pp. 1529 – 1534, 2011, doi: 10.1109/APAP.2011.6180607

[108] «Hyperbolic Functions» [Электронный ресурс], 2019, Режим доступа до ресурсу: <https://www.gutenberg.org/ebooks/13692>

[109] K. Yasumoto, M. Matsunaga, and B. S. Rawat, «Coupled-mode theory of terminal characteristic parameters for multilayered and multiconductor lines», *ICMMT'98. 1998 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology. Proceedings (Cat. No.98EX106)*, pp. 561 – 564, 1998, doi: 10.1109/ICMMT.1998.768350

[110] M. Ishii, and K. Araki, «Analysis of Nonlinear Distortion in Direct Sampling Mixers», *Korea-Japan Microwave Conference*, pp. 57 – 60, 2007, doi: 10.1109/KJMW.2007.4402239

[111] “Спотворення сигналу”, [Электронный ресурс], 2018, Режим доступа до ресурсу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B2%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D0%B3%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%83.

[112] Nonlinear Distortion – Okinawa: IEEE, 2012. – (Nonlinear Distortion in Wireless Systems: Modeling and Simulation with MATLAB).

[113] R. A. Green, and L. Borgman, «Space-time evolutionary Fourier analysis for linear arrays», *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis (Cat. No.98TH8380)*, pp. 181 – 184, 1998, doi: 10.1109/TFSA.1998.721391

ДОДАТКИ

Додаток А

Акти впровадження результатів дисертаційної роботи

FLOAREA SOARELUI SA

BĂLȚI 1922



str. 31 August, 6, MD3100, mun. Bălți, R. Moldova
tel.: +373 231 80280, fax: +373 231 80322
www.fsoil.info www.floris.md

УТВЕРЖДАЮ
Технический директор
S.A. «Floarea Soarelui»
Семенов А. А.



05 2019 г.

АКТ

**внедрения результатов диссертационной работы
Семенова Александра Николаевича на тему
«Методы и модели достижения электромагнитной
совместимости кабельных линиях электроприводов
с частотным управлением»**

Настоящим актом подтверждаем, что результаты диссертационной работы, предложенные Семеновом А. Н., а именно, – методика повышения длины кабельной линии с сохранением электромагнитной совместимости, которая заключается в искусственном увеличении погонной индуктивности линий для обеспечения режима работы без искажений, внедрена при выполнении модернизации системы электроснабжения цеха экстракции маслоэкстракционного завода S.A. "Floarea Soarelui", г. Бельцы, р. Молдова.

В результате проведенных расчетно-технических, проектных и электромонтажных работ выполнено искусственное увеличение погонной индуктивности кабельных линий от преобразователей частоты Siemens SINAMICS G120 к вентиляторам В1 и В2 вытяжной системы цеха экстракции протяженностью 157 м и 163 м соответственно, путем установки дополнительных катушек индуктивности в разрыв экранов одножильных экранированных кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена.

Опыт эксплуатации в течение семи месяцев подтвердил эффективность проведенных мероприятий, вентиляторы В1 и В2 вытяжной системы цеха экстракции функционируют исправно. Указанное решение позволило решить проблему «длинной линии» и обеспечить работу вентиляторов без установки дросселей и фильтров, рекомендованных заводом-изготовителем преобразователей частоты.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор

з наукової та науково-педагогічної роботи

Одеського національного

політехнічного університету,

доктор технічних наук, професор

 Д. В. Дмитришин

« 14 » 2019 р.

**АКТ****впровадження результатів дисертаційної роботи**

Семенюга Олександра Миколайовича

на тему «Методи та моделі покращення електромагнітної сумісності в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням »

у навчальний процес

Члени комісії у складі директора інституту електромеханіки та енергоменеджменту, професора Бойко А. О., завідувача кафедри електромеханічних систем з комп'ютерним управлінням, професора Водічева В. А., завідувача кафедри теоретичних основ та загальної електротехніки, професора Маєвського Д. А. склали цей акт про те, що у Одеському національному політехнічному університеті для виконання курсових та дипломних робіт для студентів спеціальності 141 – «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», а також для вивчення дисциплін «Теоретичні основи електротехніки», «Моделювання електромеханічних систем і пристроїв», «Електропривод типових промислових установок» впроваджено такі результати, розроблені Семенюгом О. М. в своїй дисертаційній роботі:

- удосконалена математична модель розповсюдження електричної енергії в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням, яка відрізняється від існуючих підвищеною точністю за рахунок використання аналітичних виразів;
- метод аналітичного розрахунку хвильових процесів в кабельних лініях електроприводів із частотним управлінням;
- метод експериментального визначення первинних параметрів кабелів, який відрізняється від існуючих простотою експерименту;
- метод покращення електромагнітної сумісності частотних перетворювачів та електричних двигунів, який полягає в використанні системи окремих екранованих одножильних кабельних ліній в режимі без спотворень.

Директор ІЕЕ

Завідувач кафедри ЕМСКУ

Завідувач кафедри ТОЗЕ

А. О. Бойко

В. А. Водічев

Д. А. Масвський

Додаток Б

Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації

Наукові праці, у яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

[1] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, и Г. Н. Кучеренко, «Установившиеся режимы в связанных двухпроводных линиях передачи», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 14 (90), с. 61 – 66, 2014.

[2] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, и Г. Н. Кучеренко, «Влияние взаимных связей между проводниками кабеля на режим работы электрических сетей», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 19 (95), с. 142 – 145, 2015.

[3] D. Maevsky, E. Maevskaya, and A. Semenug, «Influence of connections between Three-Phase cable conductors on quality of electrical energy», *Science. Business. Society*, Vol. 1, No. 4/2016, p. 7 – 10, 2016.

[4] Dmitry Maevsky, Artem Savieliev, Elena Maevskaya, Aleksandr Semenug, and Serhii Horokholynskyi, «Coefficient of efficiency of coupled electric power transmission lines», *14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering*, p. 340-345, 2018. (Видання індексується у SCOPUS).

[5] Д. А. Маєвський, О. М. Бесараб, О. М. Семенюг, та О. Ю. Маєвська «Експериментальне визначення первинних параметрів ліній електропередач», *Електротехнічні та комп'ютерні системи*, № 30 (106), с. 31 – 38, 2019.

[6] О. М. Семенюг, «Використання ліній без спотворень як спосіб розв'язання проблеми довгого кабелю», *Вісник Львівської Політехніки, серія «Радіоелектроніка та телекомунікації»*, № 909, с. 82 – 91, 2019

Наукові праці, в яких додатково висвітлено результати дисертації:

[7] А. Н. Семенюг, «Схема замещения трехфазного электрического кабеля с учетом взаимных влияний между проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 21 (97), с. 43 – 48, 2016.

[8] Д. А. Маевский, Е. Ю. Маевская, А. Н. Семенюг, и С. Н. Огинская, «Особенности несимметричных режимов работы трехфазного кабеля с учетом связей между его проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 22 (98), с. 84 – 90, 2016.

[9] Д. А. Маевский, Е. Ю. Маевская, А. Н. Семенюг, и А. А. Савельев, «Коэффициент полезного действия двухпроводного электрического кабеля с учетом взаимных влияний между его проводниками», *Электротехнические и компьютерные системы*, № 24 (100), с. 91 – 96, 2017.

Наукові праці апробаційного характеру:

[10] Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, Е. Ю. Маевская, и Г. Н. Кучеренко, «Математическое моделирование электромагнитных процессов в экранированных кабелях», *Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2015: тези доповідей Десятої міжнародної науково-практичної конференції*, с. 183 – 187. 2015.

[11] О. М. Семенюг, «Спосіб покращення електромагнітної сумісності кабельної лінії з широтно-імпульсним перетворювачем і асинхронним електродвигуном», *Патент України на корисну модель*, № u201907202; заявл. 27.06.2019.

Апробація результатів дисертації:

Результати дисертаційної роботи доповідалися на таких конференціях:

– міжнародному симпозиумі «Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія та практика» (SIEMA'2014, м. Харків);

– міжнародному семінарі «Summer Training School STraS-CABRIOLET 2014» (м. Чернівці);

– десятій міжнародній науково-практичній конференції «Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2015» (м. Чернігів);

– міжнародній конференції «Електротехнічні та комп'ютерні системи. Теорія та практика» ETKS 2015 (м. Одеса);

- міжнародній конференції «Електротехнічні та комп'ютерні системи. Теорія та практика» ELTECS 2016, (м. Одеса);
- V International Scientific and Technical Conference “Engineering, Technologies, Education, Security (TTOC-2016, Veliko Tarnovo, Bulgaria);
- 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET-2018, Lviv, Ukraine).